BIČIULIS (V ir VI klasės)

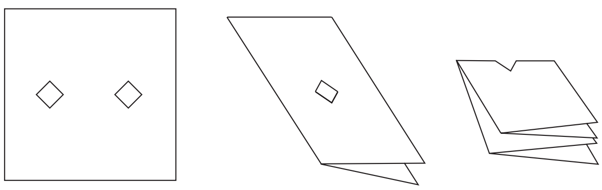
B1. B 0

? Čia jau nepaspėliosi — reikia skaičiuoti.

! $2 \times 0 + 0 \times 1 = 0 + 0 = 0$.
Teisingas atsakymas **B**.

B2. C

? Matome, kad iškarpa nėra lapo krašte, todėl atsakymai **D** ir **E** atkrinta. Aišku, kad skylutė nėra lapo viduryje, todėl atkrinta atsakymas **A**. Pagaliau, skylutės kraštinė nėra lygiagreti lapo kraštui, todėl atkrinta ir atsakymas **B**.
Renkamės atsakymą **C**.



! Pabandykime sulenkti lapą **C** (jis pasuktas pavaizduotas kairėje), kad gautume kažką panašaus į sąlygos paveikslėlyje pavaizduotą sulankstytą lapą. Po pirmo lenkimo per vertikalią ašį gauname viduryje pavaizduotą lapą, po antro lenkimo per horizontalią ašį — dešinėje pavaizduotą lapą. Jis pakankamai panašus į sąlygoje pavaizduotą (beje, sąlygos paveikslėlyje neišlaikyti nelankstyto ir sulankstyto lapo matmenys).
Žinoma, konkurso metu galima pasinaudoti sąsiuvinio lapu, — jį sulankstyti ir padaryti skylę.

B3. B 8 min

? Pradėkime nuo atsakymo **C**. Jeigu per parą laikrodis pavėluoja 9 minutes, tai per 8 valandas — 3 minutes (arba 180 sekundžių), per 2 valandas — 45 sekundes, per 1 valandą — $22\frac{1}{2}$ sekundės. Tai per daug, ir tikriname mažesnį atsakymą **B**. Jei per 24 h laikrodis pavėluoja 8 minutes, tai per 3 h — 1 minutę, o per 1 h — 20 sekundžių.
Renkamės atsakymą **B**.

! Nesunku įrodyti, kad atsakymas **B** — vienintelis galimas. Kai laikrodis per parą pavėluoja 8 minutes, tai per valandą jis vėluoja 20 sekundžių. Aišku, kad jei per parą jis vėluos daugiau, tai per valandą jis vėluos daugiau kaip 20 sekundžių, o jei mažiau — tai mažiau.

!! Vis dėlto paprasčiausia uždavinį spręsti įprastiniu būdu.
Per 3 valandas laikrodis pavėluoja 1 minutę, todėl per 24 valandas pavėluos 8 kartus daugiau — 8 minutes.
Teisingas atsakymas **B**.

B4. D $\frac{1}{12}$

? Iš karto matome, kad užtušuota apie pusė kvadratėlio, t. y. apie $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ ploto.
Renkamės atsakymą **D**.

! Įsitikinti, kad užtušuota lygiai pusė kvadratėlio, nesunku: juk kvadratėlis padalytas į du stačiakampius, kiekvienas stačiakampis įstrižaine padalytas į du lygius trikampius, o vienas iš tų trikampių užtušuotas. Taigi užtušuota pusė kiekvieno stačiakampio ploto, taigi ir pusė kvadratėlio ploto.

Kvadratėlis sudaro $\frac{1}{6}$ figūros ploto, taigi užtušuota $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ jos ploto.
Teisingas atsakymas **D**.

B5. E 72

? Spėti pradėkime nuo vidurio. Jei keleivių yra 56, tai laisvų vietų yra 28, o tada lėktuve būtų 84 vietos. Kadangi tai yra gerokai per mažai, tikriname atsakymą **E**. Jei keleivių yra 72, tai laisvų vietų 36, ir iš viso yra 108 vietos keleiviams.
Renkamės atsakymą **E**.

! Aišku, kad atsakymas **E** yra vienintelis ne tik „Kengūros“ konkurso prasme, bet ir iš viso: juk jeigu keleivių būtų mažiau, tai ir laisvų vietų mažiau, taigi ir iš viso vietų būtų per mažai.

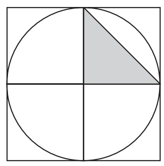
!! Kadangi 2 keleiviams tenka 3 vietos, tai 108 vietos tenka 36 kartus didesniam keleivių skaičiui, t. y. 72 keleiviams.
Galima sudaryti ir lygtį (nors tokiam uždaviniui — per daug garbės). Jei lėktuve keleivių yra x, tai laisvų vietų $\frac{x}{2}$, iš viso vietų $\frac{3x}{2} = 108$, $\frac{x}{2} = 36$, $x = 72$.

B6. C 12

! Kadangi šeimoje 6 broliai, tai $B = 6$. Kadangi šeimoje 3 seserys, tai Danutė turi $S = 2$ seseris. Taigi $S \cdot B = 2 \cdot 6 = 12$.
Teisingas atsakymas **C**.

B7. E

! Nesunku suskaičiuoti, kiek kiekvienoje figūroje užtušuota kvadratėlių ir skritulio ketvirtadalių:
A 2 ir 2, **B** 3 ir 0, **C** 2 ir 2, **D** 2 ir 2, **E** $2\frac{1}{2}$ ir 2.
Plotai **A**, **C** ir **D** lygūs ir mažesni už **E**, taigi liko palyginti **B** ir **E**. Bet **B** žymiai mažesnis: $\frac{1}{2}$ kvadratėlio tikrai mažiau už 2 skritulio ketvirtadalius (ir net už vieną skritulio ketvirtadalį, žr. paveikslėlį).
Teisingas atsakymas **E**.



B8. D 84

? Kadangi dvigubinome 4 kartus, tai rezultatas būtinai turi dalytis iš $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. Atsakymo **D** skaičius 84 dalijasi tik iš 4.
Renkamės atsakymą **D**.

! Visi kiti skaičiai dalijasi iš 16: $80 = 4 \cdot 20$, $1200 = 30 \cdot 40$, $48 = 6 \cdot 8$, $880 = 8 \cdot 110$. Vadinasi, galutiniu rezultatu negali būti tik **D**.
Teisingas atsakymas **D**.

B9. C 2641

! Matome, kad pirmame paveikslėlyje apie 1 apibrėžtos dvi kreivės, o apie 4 — tik viena. Antrame paveikslėlyje apie 1 apibrėžtos trys kreivės, apie 2 — dvi, apie 3 — viena. Matome, kad apie skaičių apibrėžtų kreivių kiekis lemia jo vyresniškumą. Kadangi trečiame paveikslėlyje apie 2 apibrėžtos keturios kreivės, apie 4 — dvi kreivės, apie 6 — trys kreivės, apie 2 — keturios kreivės, tai paveikslėlis išreiškia skaičių 2641.
Teisingas atsakymas **C**.

B10. Žr. uždavinio M16 sprendimą.

B11. D Po 12 min

? Kadangi vaikinams kertant starto liniją kiekvienas bus nubėgęs sveikąjį ratų skaičių, tai minučių skaičius turi dalytis ir iš 3, ir iš 4. Toks skaičius yra tik atsakyme **D**.
Renkamės atsakymą **D**.

! Jau sakėme, kad minučių skaičius turi būti bendrasis 3 ir 4 kartotinis, o pirmą kartą jie kartu kirs starto liniją, kai minučių skaičius bus mažiausias bendrasis kartotinis, t. y. 12.
Teisingas atsakymas **D**.

B12. A 1072

? Kadangi visų monetų Edvardas turi po lygiai, tai jas galima sudėlioti į krūveles, kurių kiekvienoje bus 1, 5 ir 10 eurų moneta, t. y. 16 eurų. Vadinasi, jo turima suma turi dalytis iš 16. Bet **B** ir **E** nesidalija iš 2, **D** nesidalija iš 4, **C** nesidalija iš 8 (nes $900 = 9 \cdot 100$ nesidalija iš 8).
Renkamės atsakymą **A**.

?? Skaičius $1072 = 2 \cdot 536 = 2^2 \cdot 268 = 2^3 \cdot 134 = 2^4 \cdot 67$ dalijasi iš 16, todėl „kengūrinis“ atsakymas **A** tinka.

! Edvardas turi $201 : 3 = 67$ vieno euro monetas, 67 penkių eurų monetas, o kadangi dešimties eurų monetų jis taip pat turi trečdalį, tai jis turi 67 dešimties eurų monetas. Iš viso Edvardas turi
$67 \cdot 1 + 67 \cdot 5 + 67 \cdot 10 = 67 \cdot 16 = 1072$ eurus.
Teisingas atsakymas **A**.

!! Kadangi skirtingos vertės monetų Edvardas turi po vienodą skaičių, tai vienos monetos vidutinė vertė yra $(10 + 5 + 1) : 3 = 16/3$. Taigi Edvardas turi $201 \cdot 16/3 = 67 \cdot 16 = 1072$ eurus.

B13. C 106

? Kadangi įveiktų centimetrų skaičius baigiasi skaitmeniu 4, tai pritrūkusių centimetrų skaičius baigiasi 6. Bet iš **C** ir **E** pasirinkti atsakymą sunku.

! Kai Greitutis įveikė 9641 m, jam liko 359 m = 3590 dm. Kai jis įveikė 3456 dm, jam liko 134 dm = = 1340 cm. Kai jis įveikė 1234 cm, jam iki finišo linijos pristigo 106 centimetrų.
Teisingas atsakymas **C**.

B14. C 66

? Matome, kad sekančio vagono numeris „truputį“ mažesnis už dvigubą ankstesnį. Kadangi $34 \cdot 2 = 68$, tai renkamės atsakymą **C**.

! Galima suformuluoti ir griežtą taisyklę: sekančio vagono numerį gauname padvigubinę ankstesnio numerį ir atėmę 2. Todėl paskutinio vagono numeris yra $2 \cdot 34 - 2 = 66$.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Galima pastebėti ir kitą taisyklę — skirtumai tarp vagonų numerių dvigubėja: $2, 4, 8, 16, \ldots$. Vadinasi, sekantis skirtumas lygus 32, ir pridėję jį prie 34 gauname 66.
Taip yra ne atsitiktinai — pagal abi taisykles sudarytos sekos sutampa. Iš tikrųjų, antra taisyklė reiškia, kad

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= 2, \\ a_3 - a_2 &= 4, \\ a_4 - a_3 &= 8, \\ &\ldots\ldots \\ a_n - a_{n-1} &= 2^{n-1}. \end{aligned}$$

Sudėję visas šias lygybes, gauname $a_n - a_1 = 2 + 4 + \dots + 2^{n-1} = 2 + 2 + 4 + \dots + 2^{n-1} - 2 =$ $= 4 + 4 + 8 + \dots + 2^{n-1} = 8 + 8 + 16 + \dots + 2^{n-1} - 2 = \ldots = 2^{n-1} + 2^{n-1} - 2 = 2^n - 2$, t. y. $a_n = a_1 + 2^n - 2$, arba $a_n = 2^n + 2$ (nes $a_1 = 4$).
Bet tada

$$a_{n+1} = 2^{n+1} + 2,$$

ir $a_{n+1} = 2(2^n + 1) = 2(2^n + 2) - 2 = 2a_n - 2$, t. y. $a_{n+1} = 2a_n - 2$. Tai ir reiškia pirmąją taisyklę: sekantį sekos narį gauname padvigubinę ankstesnįjį ir atėmę 2.

B15. Ⓑ 8

? Čia galima tikrinti atsakymus. Pradedame nuo **C**. Jeigu raudonasis slibinas turi 12 galvų, tai žaliasis turi 18 galvų. Jeigu dabar raudonasis slibinas turėtų 6 galvomis daugiau už žaliąjį, tai jie kartu turėtų $18 + 24 = 42$ galvas — per daug.
Tikriname **B**. Jeigu raudonasis slibinas turi 8 galvas, tai žaliasis turi 14 galvų. Turėdamas 6 galvomis daugiau už žaliąjį, jis turėtų 20 galvų, o su žaliuoju kartu jie turėtų 34 galvas.
Renkamės atsakymą **B**.

! Žinoma, spręsti paprasčiau nei spėti. Sakykime, kad raudonasis slibinas turi x galvų. Tada žaliasis turi $x + 6$ galvas. Turėdamas 6 galvomis daugiau už žaliąjį, jis turėtų $x + 12$ galvų, o kartu su pastaruoju $x + 12 + x + 6 = 34$ galvas. Iš čia $x = 8$.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Kiek paprasčiau pasižymėti x žaliojo slibino galvų skaičių. Tada $x + 6 + x = 34$, ir $x = 14$. Kadangi raudonasis slibinas turi 6 galvomis mažiau, tai jis turi 8 galvas.
Žinoma, galima šį sprendimą surašyti ir be x. Jeigu raudonasis slibinas turėtų tiek pat galvų kiek ir žaliasis, tai jie kartu turėtų $34 - 6 = 28$ galvas. Todėl žaliasis slibinas turi $28 : 2 = 14$ galvų. Raudonasis slibinas turi 6 galvomis mažiau, t. y. 8 galvas.

B16. Ⓓ 80 m

? Pradėkime spėti nuo **C** — sakykime, kad antrojo sklypo ilgis yra 60 m. Kadangi jo plotas $1600\,\mathrm{m}^2$, tai jo plotis $\frac{1600}{60} = \frac{80}{3}$ (m). Tada pirmojo sklypo plotis $\frac{160}{3}$ m, o plotas $80 \cdot \frac{160}{3}$ — per didelis.
Tikrinkime atsakymą **B**. Jei antrojo sklypo ilgis yra 40 m, tai plotis $1600 : 40 = 40$ (m). Tada pirmojo sklypo plotis 80 m, o plotas $80 \cdot 80$ — dar didesnis.
Eikime į kitą pusę ir tikrinkime atsakymą **D**. Jei antrojo sklypo ilgis yra 80 m, tai plotis $1600 : 80 =$ $= 20$ (m). Tada pirmojo sklypo plotis 40 m, o plotas — kaip tik $40 \cdot 80 = 3200\,(\mathrm{m}^2)$.
Renkamės atsakymą **D**.

! Žinoma, ir vėl paprasčiau spręsti. Pirmojo sklypo plotis yra $3200 : 80 = 40$ (m). Antrojo sklypo plotas lygus $1600\,\mathrm{m}^2$, plotis 20 m, todėl jo ilgis lygus $1600 : 20 = 80$ (m).
Teisingas atsakymas **D**.

B17. Ⓒ 24 min

! Atlikusi matematikos namų darbą per $60 \cdot \frac{1}{3} = 20$ minučių, kitus darbus Daiva dirbo $60 - 20 = 40$ minučių. Atlikus geografiją per $40 \cdot \frac{2}{5} = 16$ minučių, kitiems dalykams jai liko $40 - 16 = 24$ minutės.
Teisingas atsakymas **C**.

B18. Ⓓ 12

? Prieš 3 metus Ulai buvo daugiau nei $24 : 4 = 6$ metai, taigi dabar jai daugiau nei devyneri. Bandome atsakymą **D**. Jeigu Ulai dabar 12 metų, tai prieš 3 metus jai buvo 9 metai, trynukams 5 metai, o jų amžių suma tikrai buvo $3 \cdot 5 + 9 = 24$.
Renkamės atsakymą **D**.

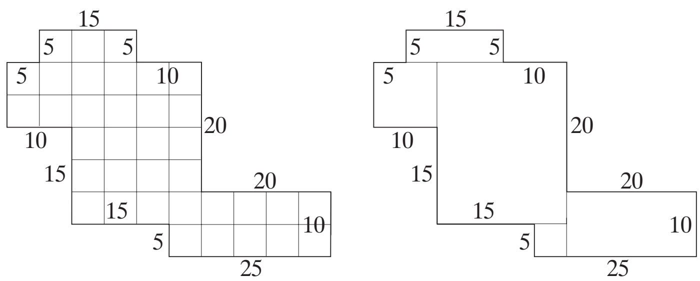
! Sakykime, kad Ulai dabar x metų, tada kiekvienam iš trynukų $x - 4$ metai. Prieš trejus metus jų amžių suma buvo $3(x-7)+x-3=24$, $4x=48$, $x=12$.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Galima apsieiti ir be lygties. Prieš trejus metus viso ketvertuko metų suma buvo 24. Jeigu Ula būtų buvusi 4 metais jaunesnė, tai visi keturi vaikai būtų vieno amžiaus, o jų metų suma būtų 20. Vadinasi, trynukams prieš trejus metus buvo $20:4=5$ metai, dabar jiems 8 metai, o Ulai $8+4=12$ metų.
Žinoma, galima kalbėti ir apie dabartį. Jeigu prieš 3 metus vaikų amžių suma buvo 24 metai, tai dabar ji padidėjo $4\cdot 3=12$ metų ir lygi $24+12=36$ metams. Ir jeigu įsivaizduotume, kad trynukai 4 metais vyresni, tai visiems keturiems jiems būtų $36+3\cdot 4=48$ metai, o Ulai yra $48:4=12$ metų.

B19. Ⓔ 900

! Kadangi visi matmenys dalijasi iš 5, tai patogu sudalyti sklypą į kvadratus 5×5. Tokių kvadratų yra 36, o kiekvieno sklypo plotas $25\,\mathrm{m}^2$. Vadinasi, sodo plotas lygus $25\times 36=900\,(\mathrm{m}^2)$.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Žinoma, galima sklypą dalyti ir į mažiau dalių, pavyzdžiui, iškirpti didžiausią stačiakampį ir pratęsti dvi jo kraštines:



Gauname 5 stačiakampius: 15×5, 10×10, 20×25, 20×10, 5×5. Tų stačiakampių plotų suma lygi $20\cdot 5+20\cdot 25+30\cdot 10=20\cdot 30+30\cdot 10=30\cdot 30=900$.

B20. Ⓑ 40

! Domo uždarbį pažymėkime x, tada Alius uždirbo $4x$, o Benas $2x$. Sudarome lygtį: $4x+2x+x= {}$ $= 280$, $x=40$.
Teisingas atsakymas **B**.
Žinoma, niekas nepasikeis, jei viską skaičiuosime Domo uždarbiais, o ne x-ais: Alius gavo 4 tokius uždarbius, Benas — 2 tokius uždarbius. Visi trys kartu jie gavo 7 Domo uždarbius. Vadinasi, Domo uždarbis yra $280:7=40$ litų.
Apskritai, jau ne kartą įsitikinome: jeigu sudaryta lygtis yra pirmojo laipsnio, tai galima apsieiti ir be x.

B21. Ⓒ 3 cm

? Pradedame tikrinti nuo atsakymo **C**. Tada tarpai tarp viršutinių lazdelių lygūs $14-2\cdot 3=8$ (cm). Keturios lazdelės po 14 cm ir trys tarpai po 8 cm kaip tik sudaro 80 cm.
Renkamės atsakymą **C**.

! Nors spėjant mums ir pasisekė, vargu ir čia ar verta spėti — faktiškai viską ir taip jau mes suskaičiavome. Kadangi viršutinių 4 lazdelių ilgių ir 3 tarpų suma lygi 80 cm, tai 3 tarpams lieka $80-4\cdot 14=24$ (cm). Vadinasi, tarpo ilgis yra $24:3=8$ (cm), ir dviem klaustuku pažymėtoms dalims lieka $14-8=6$ (cm). Vadinasi, ieškomosios dalies ilgis 3 cm.

B22. Ⓑ 34

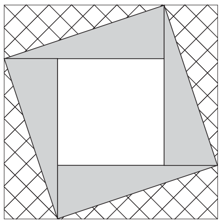
! Sakykime, kad 8-ta kabina yra aukščiausioje padėtyje, o 25-ta žemiausioje. Tada į vieną pusę (tarkime, į dešinę) tarp jų yra 16 kabinų — nuo 9-tos iki 24-tos, ir tiek pat į kairę pusę. Iš viso kabinų yra $2 + 2 \cdot 16 = 34$.
Teisingas atsakymas **B**.

B23. Ⓒ 14

! Visiems mokiniams per valandą reikia $0{,}7 \cdot 34$ kilogramų deguonies. Vadinasi, bukų reikia $0{,}7 \cdot 34 : 1{,}7 = 7 \cdot 34 : 17 = 14$.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Žinoma, visa sprendimo gudrybė — nepradėti per anksti dauginti ar dalyti. Skaičiuoti galima ir kiek kitaip. 7 bukai išskiria $7 \cdot 1{,}7 = 0{,}7 \cdot 17$ kilogramų deguonies, t. y. aprūpina 17 mokinių. Vadinasi, 34 mokiniams reikia 14 bukų.

B24. Ⓒ 10



! Pasvirusiojo kvadrato plotą sudaro mažojo kvadrato plotas plius 4 trikampių plotas. Kadangi trikampio plotas sudaro pusę atitinkamo stačiakampio ploto, tai trikampių plotas sudaro pusę „žiedo" tarp kvadratų ploto. Žiedo plotas lygus $16-4 = 12$, todėl keturių trikampių plotas lygus 6. Vadinasi, pasvirusiojo kvadrato plotas lygus $4 + 6$, t. y. 10.
Žinoma, tą patį rezultatą gautume atėmę iš didžiojo kvadrato ploto 4 trikampių plotą: $16 - 6 = 10$.
Teisingas atsakymas **C**.

B25. Ⓔ 96

! Kad ir kaip suklijuotume 6 kauliukus, bokšto šoninio paviršiaus taškų suma bus ta pati: $6 \cdot 2 \cdot 7 = 84$. Visų bokšto paviršiuje esančių taškų suma bus didžiausia, kai apatinėje ir viršutinėje sienoje bus šešetai (taip padaryti niekas netrukdo). Taigi didžiausia taškų suma yra $84 + 2 \cdot 6 = 96$.
Teisingas atsakymas **E**.

B26. Ⓓ Didesnė už 21

? Kadangi trejetu prasideda tik sandaugos 9×4 ir 8×4, tai bandome vietoj žvaigždutės kairėje rašyti 9. Bet $9 \times 45 = 405$ prasideda ketvertu, todėl imame 8. Dabar jau $45 \times 83 = 3735$, o naujųjų skaitmenų suma $8 + 7 + 3 + 5 = 23$.
Renkamės atsakymą **D**.

! Kadangi $3000 : 45 = 600 : 9 = 200 : 3 > 66$, $3999 : 45 < 400 : 45 = 800 : 9 < 90$, tai kairės pusės antras dauginamasis yra tarp 66 ir 90, todėl vietoj žvaigždutės kairėje lygybės pusėje gali stovėti skaitmuo 7 (štai kur spėjimo **?** neapsižiūrėjimas — pamesta galimybė 7) arba 8.
Jei tai skaitmuo 7, tai turime $45 \cdot 73 = 3285$, o jei tai skaitmuo 8, tai turime $45 \cdot 83 = 3735$. Pirmu atveju kalbamoji suma yra $7 + 2 + 8 + 5 = 22$, o antru — $8 + 7 + 3 + 5 = 23$. Kiekvienu iš atvejų netinka nei vienas iš atsakymų **A**, **B**, **E**, bet tinka atsakymas **D**.
Teisingas atsakymas **D**.
Matome, kad nors spėjimas **?** buvo nepakankamai pagrįstas, greitai gavome teisingą „kengūrinį" atsakymą. Vis dėlto, jei būtų duoti atsakymai „**D** didesnė už 22" ir „**E** kitas atsakymas", tai spėjime **?** mes pasirinktume neteisingą atsakymą **D**, o griežtas sprendimas **!** atvestų prie teisingo atsakymo **E**.

B27. Ⓐ 88

? Pjaudami pirmą skylę, išmetame 15 kubelių. Pjaudami antrą skylę vėl išmestume 15 kubelių, bet 3 kubeliai iš jų jau išpjauti (bendri abiem skylėms), taigi išmetame 27 kubelius. Pjaunant trečią skylę daugų daugiausiai bus 3 bendri kubeliai su pirma skyle ir 3 bendri su antra skyle, taigi iš viso ne daugiau kaip 6 jau išpjauti. Kitaip sakant, pjaudami trečią skylę išpjausime dar mažiausiai 9 kubelius, t. y. iš viso mažiausiai 36 kubelius ir liks daugų daugiausiai 89 kubeliai.

Kita vertus, pjaudami trečią skylę garantuotai ten aptiksime jau išpjautus 3 kubelius (pavyzdžiui, bendrus su pirma skyle), taigi tikrai išpjausime ne daugiau kaip 12 naujų kubelių, ir po trijų skylių pjovimo bus išmesta tikrai ne daugiau kaip $27 + 12 = 39$ kubeliai, o liks tikrai ne mažiau kaip 86 kubeliai.

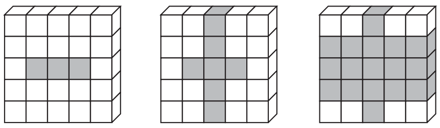
Kadangi tarp 86 ir 89 iš atsakymų papuola tik skaičius 88, tai „kengūrinis“ atsakymas gautas.

Renkamės atsakymą **A**.

Pastaba. Mūsų laimei, radome bent tikslų „kengūrinį“ atsakymą. O dabar įsivaizduokime, kad vietoj atsakymo „**E** 85“ parašyta: „**E** kitas atsakymas“. Tada po mūsų samprotavimų **?** negalėtume niekuo būti tikri — jeigu tikslus išpjautų kubelių skaičius yra 88, tai reikėtų rinktis atsakymą **A**, o jeigu tikslus išpjautų kubelių skaičius yra 87, tai reikėtų rinktis atsakymą **E**.

! Sprendžiant tokius uždavinius svarbiausia susidaryti tam tikrą sistemą, kad skaičiuodami kubelius neapsiriktume.

Viena iš tokių sistemų — skaičiuoti sluoksniais, kiek kiekviename iš jų trūksta kubelių. Visiškai aišku, kad ir priekiniame, ir užpakaliniame sluoksnyje trūksta 3 kubelių (žr. pirmą paveikslėlį). Iš trijų tarp jų esančių sluoksnių antrasis ir ketvirtasis atrodo taip pat (žr. antrą paveikslėlį), o trečiasis nuo jų skiriasi (žr. trečią paveikslėlį).



Antrajame (ir ketvirtajame) sluoksnyje trūksta 7 kubelių, trečiajame — 17 kubelių. Vadinasi, iš viso išpjauti $2 \cdot 3 + 2 \cdot 7 + 17 = 37$ kubeliai, ir liko $125 - 37 = 88$ kubeliai.

Teisingas atsakymas **A**.

!! Kita sistema būtų skaičiuoti, kiek kubelių išpjaunama pjaunant kiekvieną skylę. Išpjovus skylę iš viršaus žemyn, trūktų $5 \times 3 = 15$ kubelių. (Jeigu pjaunant kitas skyles, pavyzdžiui, lygiagrečiai pirmajai išpjauti kubeliai nesutaptų, tai išpjautume $3 \times 15 = 45$ kubelius, ir atsakymas būtų 80 — atsakymas **B** įtrauktas būtent norint nubausti už tokią klaidą.) Dabar pjaukime horizontalią skylę. Ji taip pat iš pradinio kubo išpjautų 15 kubelių, bet 3 kubeliai abiem skylėms bendri, taigi po dviejų pjūvių jau išpjauta $15 + 15 - 3 = 27$ kubeliai.

Liko išpjauti šoninę skylę. Ji išpjauna kubelius tik iš trečiojo (žiūrint iš priekio) sluoksnio (žr. antrą paveikslėlį). Iš jo trečia skylė išpjautų visus trijų eilių kubelius, bet dar neišpjautų kubelių jose bus tik 10 (5 jau išpjauti).

Taigi iš viso padarę skyles išpjauname $27 + 10 = 37$ kubelius, ir kube lieka 88 kubeliai.

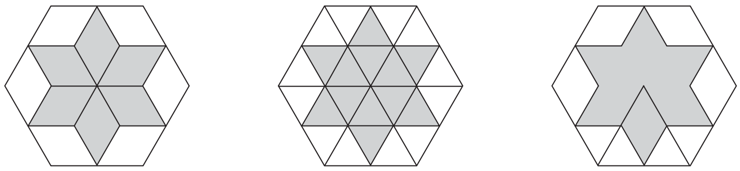
!!! Pagaliau paminėsime formalų matematinį sprendimą, kuris remiasi vadinamąja priskirčių ir išskirčių formule (arba, tiksliau, samprotavimais, kuriais remiantis įrodoma ta formulė, gerai žinoma kombinatorikoje ir tikimybių teorijoje — atskiras jos atvejis yra dviejų sutaikomų įvykių sumos tikimybės formulė).

Aišku, kad bet kuris pjūvis iškerta 15 kubelių. Aišku, kad bet kurie 2 pjūviai turi 3 bendrus kubelius. Taip pat aišku, kad yra lygiai 1 kubelis, kuris priklauso visiems 3 pjūviams — tai centrinis kubelis (kad jį išpjauna kiekvienas pjūvis — akivaizdu, o vienintelis jis todėl, kad visų trijų pjūvių išpjaunamas kubelis turi būti trečiame sluoksnyje ir imant nuo viršaus, ir imant iš dešinės, ir imant iš priekio).

Dabar jau galime suskaičiuoti, kiek kubelių išpjauna visi trys pjūviai kartu. Kiekvienas pjūvis išpjauna 15 kubelių, iš viso $15+15+15 = 45$ kubelius. Bet į šią sumą po 2 kartus įskaityti kubeliai, kurie įeina į du pjūvius, — jų skaičių reikia atmesti. Gauname $45 - 3 - 3 - 3 = 36$. Bet ir šis skaičius negalutinis. Pagalvokime, kaip į jį įskaityti kubeliai (ar kubelis), kurie priklauso visiems trims pjūviams. Iš pradžių toks kubelis buvo įskaitytas į bendrą skaičių 3 kartus — kaip priklausantis kiekvienam pjūviui. Po to jis buvo atmestas tris kartus — kaip priklausantis kiekvienai pjūvių porai. Vadinasi, galų gale jis nebuvo paimtas į sumą nė karto. Vadinasi, tokių kubelių skaičių (mūsų atveju 1) reikia pridėti prie gautos sumos: $36 + 1 = 37$. Taigi 3 pjūviai išpjauna 37 kubelius.

B28. Ⓒ 12

! Sujunkime žvaigždės įgaubtąsias (240°) viršūnes su centru. Matome, kad visi 12 rombų lygūs, ir 6 iš jų priklauso žvaigždei. Vadinasi, šešiakampio plotas lygus 12.
Teisingas atsakymas **C**.



!! Sujungę šešiakampio viršūnes su centru ir sujungę gretimas įgaubtąsias žvaiždės viršūnes, šešiakampį padalijame į vienodus lygiakraščius trikampius. Kadangi užtušuotų ir neužtušuotų trikampių yra tiek pat, tai šešiakampio plotas lygus dvigubam žvaigždės plotui.
Galima ir neskaičiuoti, kiek yra trikampių. Sujunkime centrą su šešiakampio viršūnėmis. Šešiakampis bus padalytas į 6 lygiakraščius trikampius. Kiekviename trikampyje užtušuotos dalies plotas lygus neužtušuotos dalies plotui, nes vidurinės linijos trikampį padalija į 4 lygius trikampius, iš kurių du — užtušuoti. Vadinasi, užtušuotas ir neužtušuotas plotai lygūs.

B29. Ⓐ

! Visi kūnai turi tą patį kubelių skaičių. Todėl didžiausią paviršiaus plotą turi tas kūnas, kuriame suklijuotų kubelių sienų skaičius mažiausias. Galima skaičiuoti suklijavimų, o ne sienų skaičių — jis paprasčiausiai dvigubai mažesnis, nes vieną suklijavimą atitinka dvi suklijuotos sienos. Kūne **A** suklijavimų 6, kūne **B** — 7, kūne **C** — 8, kūne **D** — 7, kūne **E** — 8. Vadinasi, didžiausią paviršiaus plotą turi kūnas **A**.
Teisingas atsakymas **A**.

B30. Ⓓ 47

? Jei pavyktų sugalvoti skaičius, kurių skirtumas 47, tai „kengūrinis“ atsakymas būtų surastas — tai **D**. Bet siekiame skirtumą gauti kuo mažesnį — kyla mintis iš mažiausio dviženklio atimti didžiausią — iš 12 atiminėti 65. Likusius skaitmenis statome į pirmas vietas — iš 412 atimame 365. Štai ir gavome 47.
Renkamės atsakymą **D**.

! Aišku, kad ieškomasis skirtumas mažesnis už 100: užtenka tų dviejų šimtų skaitmenis imti tesiskiriančius vienetu ir pirmojo dviženklę galūnę imti mažiausią, o antrojo — didžiausią iš įmanomų. Todėl skaičių, kurių šimtų skaitmenys skiriasi daugiau kaip vienetu, galima nenagrinėti, nes jų skirtumas didesnis už 100: jei $a \geqslant b+2$, tai $\overline{a**} - \overline{(b+1)00} \geqslant \overline{(b+2)**} - \overline{(b+1)00} = \overline{1**} > 100$.
Taigi reikia išnagrinėti skirtumus $2** - 1**$, $3** - 2**$, $4** - 3**$, $5** - 4**$, $6** - 5**$.
Kiekvienu atveju pirmo skaičiaus dviženklę galūnę rašome kuo mažesnę (iš galūnių), antrą galūnę — kuo didesnę. Turime: $234 - 165 (= 69)$, $314 - 265 (= 49)$, $412 - 365 (= 47)$, 512-463(=49), $612 - 543 (= 69)$.
Vadinasi, mažiausias įmanomas skirtumas yra 47.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Sprendimą galima dar patobulinti. Matėme, kad pirmuosius skaitmenis reikia imti tesiskiriančius vienetu, o dviženkles galūnes imti pirmą — kuo mažesnę, o antrą — kuo didesnę. Tad nuo dviženklių galūnių ir pradėkime — jeigu jas kuo geriau pasirinkus likę du skaitmenys skirsis vienetu, tai geriau ir nebūna. Kadangi pati mažiausia įmanoma galūnė yra 12, o didžiausia 65, tai žiūrime, kokie gi skaitmenys lieka. Lieka 3 ir 4 (valio!) — jie skiriasi vienetu. Todėl mažiausias įmanomas skirtumas yra $412 - 365 = 47$.