JUNIORAS (IX ir X klasės)

J1. Ⓒ 16

! Aišku, kad mažiausiai akučių gausime, kai visų trijų kauliukų atvirs 1 akutė, o daugiausiai — kai visų trijų kauliukų atvirs 6 akutės. Sumos mažiausia reikšmė lygi 3, didžiausia — 18. Akivaizdu, kad įgyjamos ir visos tarpinės reikšmės. Taigi iš viso reikšmių yra 16.
Teisingas atsakymas **C**.

J2. Ⓒ A yra trečias nuo vieno iš kraštų

? Imame D tarp E ir F — turime eilę EDF. Įstatę C tarp D ir E, gauname $ECDF$. Įstatę B tarp C ir D gauname $ECBDF$. Įstatę A tarp B ir C turime $ECABDF$.
Renkamės atsakymą **C**.

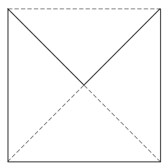
! Sprendimas **?** negarantuoja net „kengūrinio“ atsakymo — gal paėmus kitą padėtį, gausime A antrą nuo krašto. Tada matyt reikėtų rinktis atsakymą **E**. Taigi reikia nagrinėti visus variantus. Pradėkime nuo 1) sąlygos — D stovi tarp E ir F, t. y. turime EDF arba FDE. 2) sąlyga sako, kad C yra tarp D ir E, taigi turime $ECDF$ arba $FDCE$. 3) sąlyga sako, kad B yra tarp C ir D, taigi turime $ECBDF$ arba $FDBCE$. 4) sąlyga sako, kad A yra tarp B ir C, taigi gauname $ECABDF$ arba $FDBACE$.
Matome, kad abi eilutės atitinka atsakymą **C**, tad kiti atsakymai netinka.

J3. Ⓑ 10 cm

? Pradėkime tikrinti atsakymus nuo **C**. Atmetę įstrižainę, gauname likusių kraštinių sumas 6 ir 15, iš viso 21 — netinka (atmetėme per daug). Tikrinkime **B** — tada sumos 11 ir 20, iš viso kaip tik 31.
Renkamės atsakymą **B**.

! Jei įstrižainės ilgis x, tai pirmo daugiakampio kraštinių (be tos įstrižainės) ilgių suma lygi $21 - x$, o kito $30 - x$. Bet $21 - x + 30 - x = 31$, $2x = 20$, $x = 10$.
Teisingas atsakymas **B**.

Pastaba. Laikėme, kad daugiakampis iškilasis. Jeigu jis neiškilas, iš karto kyla daugybė klausimų — kas yra įstrižainė, ką reiškia „dalija“ į du daugiakampius ir pan. Pavyzdžiui, kas yra nupiešto penkiakampio įstrižainės, kas yra jų ilgiai, ar visos jos dalija daugiakampį į 2 dalis ir t. t.



J4. Ⓓ 110

! Matome, kad iš kairės į dešinę kūno matmuo yra 4, iš priekio į užpakalį — 5, iš apačios į viršų — 4. Vadinasi, kūnas telpa į kubą $5 \times 5 \times 5$, o pridėti reikia $125 - 15 = 110$ kubelių.
Teisingas atsakymas **D**.

J5. Ⓑ m yra skaičiaus 35 kartotinis

? Imkime kokį nors skaičių, kad DBD būtų didesnis už 10, pavyzdžiui, 70 (čia DBD yra 35). Tada visi atsakymai neteisingi, išskyrus **B**.
Renkamės atsakymą **B**.

! Reikia dar įsitikinti, kad atsakymas **B** visada teisingas, kad ir kokį skaičių m (tenkinantį uždavinio sąlygą) imtume. Kadangi skaičius 35 turi tik 4 daliklius — $1, 5, 7, 35$, o DBD yra didesnis už 10, tai tas DBD yra 35. Kadangi m dalijasi iš DBD $= 35$, tai jis yra 35 kartotinis.

J6. Žr. uždavinio M16 sprendimą.

J7. Ⓒ 3

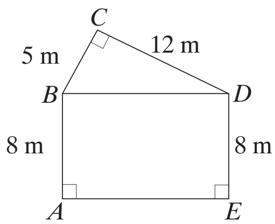
! Surašykime visus skaičius, mažesnius už 2001, kurių suma lygi 2. Tai skaičiai, kurie turi dvejetą ir kitus nulius (arba pats dvejetas) ir skaičiai, kurie turi du vienetus ir kitus nulius (arba tik 2 vienetus):

$$2, 11, 20, 101, 200, 1001, 2000.$$

Skaičiai, kurie baigiasi nuliu, yra sudėtiniai — lieka 2, 11, 101, 1001. Kadangi $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$ yra sudėtinis, tai lieka 3 skaičiai.
Teisingas atsakymas **C**.

J8. Ⓒ 46 m

? Panašu, kad sklypą sudaro stačiakampis ir statusis trikampis. Pastarojo įžambinė lygi 13 m (nes $5^2 + 12^2 = 13^2$). Todėl sklypo tvoros ilgis yra $8 + 13 + 8 + 12 + 5 = 46$ (m).
Renkamės atsakymą **C**.



! Sujunkime taškus B ir D. Kadangi $BA = DE$ ir $BA \parallel DE$, tai $ABDE$ — lygiagretainis, ir $AE = BD$. Bet $\triangle BCD$ statusis, todėl pagal Pitagoro teoremą $BD = 13$ m. Ieškomasis perimetras lygus $2 \cdot 8 + 5 + 12 + 13 = 46$ (m).

J9. Ⓑ 11

! Kadangi $225 = 3^2 \cdot 5^2$, tai ieškomasis skaičius turi dalytis ir iš $5^2 = 25$, ir iš $3^2 = 9$. Vadinasi, jis turi baigtis mažiausiai dviem nuliais, o jo skaitmenų suma (t. y. vienetų skaičius) turi dalytis iš 9. Mažiausias toks skaičius yra 11 111 111 100. Jis turi 11 skaitmenų.
Teisingas atsakymas **B**.

J10. Žr. uždavinio K3 sprendimą.

J11. Ⓓ 5

! Kadangi $a + b = cd$, tai iš antros lygybės $cd + c = 12$, $c(d + 1) = 12$. Kadangi c ir d natūralieji, tai $d + 1$ gali įgyti reikšmes $2, 3, 4, 6, 12$. Vadinasi, d gali įgyti penkias reikšmes. Tikriname:

Kai $d = 1$, tai $c = 6$, $a + b = 6$ (pavyzdžiui, $a = b = 3$).
Kai $d = 2$, tai $c = 4$, $a + b = 8$ (pavyzdžiui, $a = 3, b = 5$).
Kai $d = 3$, tai $c = 3$, $a + b = 9$ (pavyzdžiui, $a = 3, b = 6$).
Kai $d = 5$, tai $c = 2$, $a + b = 10$ (pavyzdžiui, $a = 3, b = 7$).
Kai $d = 11$, tai $c = 1$, $a + b = 11$ (pavyzdžiui, $a = 3, b = 8$).

Visos reikšmės tinka.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Galėtų pasirodyti, kad toks tikrinimas per daug skrupulingas. Vis dėlto — įsivaizduokime, kad sąlygoje pasakyta:
Skirtingi natūralieji skaičiai a, b, c ir d tenkina lygybes $a+b = cd$ ir $a+b+c = 12$. Kiek reikšmių gali įgyti d?
Sprendimas būtų tas pats, o štai tikrindami nustatytume, kad reikšmė $d = 3$ netinka.

J12. Ⓒ 40°

! Lengva nustatyti trikampio, kuriame yra φ, kitus kampus — tai kampas, gretutinis kampui $70°(180° - 70° = 110°)$, ir įbrėžtinis kampas, besiremiantis į tą patį lanką, kaip ir 30° kampas (vadinasi, lygus 30°). Todėl $\varphi = 180° - 110° - 30° = 40°$.
Teisingas atsakymas **C**.

J13. E $\frac{168X}{Y}$

? Imkime paprastus skaičius — sakykime, kad kiekvieną valandą laikrodis pavėluoja 1 minutę. Kadangi savaitėje $7 \cdot 24 = 168$ valandos, tai tinka tik atsakymas **E**.

! Per 1 h laikrodis pavėluoja X/Y minučių, todėl per $7 \cdot 24 = 168$ h jis pavėluos $168X/Y$ minučių. Teisingas atsakymas **E**.

J14. B 56

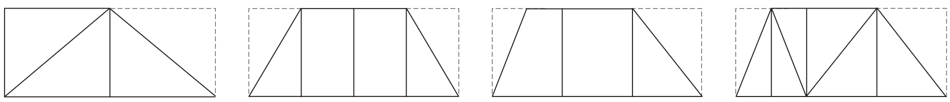
! Kadangi už 7 šokoladukus reikia mokėti $6 \cdot 4 = 24$ kronas, tai už $14 \cdot 7 = 98$ šokoladukus jis užmokės $14 \cdot 24 = 336$ kronas. Už likusius 2 šokoladukus jam teks mokėti po 4 kronas, taigi iš viso jis sumokės 344 kronas ir sutaupys 56 kronas.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Septyni šokoladukai kainuoja tik $6 \cdot 4 = 24$ kronas, todėl perkant 7 šokoladukus iš karto sutaupoma $7 \cdot 4 - 24 = 4$ kronos. Kadangi septynetukų galima sudaryti 14, tai galima sutaupyti $14 \cdot 4 = 56$ kronas.

!!! O dabar išspręskime tokį uždavinį:
Kasparas turi 416 kronas, ir jam reikia nupirkti 104 šokoladukus. Supermarkete šokoladukai parduodami pavieniui po 4 kronas ir supakuoti į septynetus — po 20 kronų už pakelį.
Kaip Kasparui naudingiausia pirkti?
Sprendžiame: kadangi į 104 telpa tik 14 septynetukų ($15 \cdot 7 = 105$), tai Kasparas pirkdamas ne 7 saldainius, o pakelį gali sutaupyti $7 \times 4 - 20 = 8$ kronas. Pirkdamas 14 pakelių jis sutaupo $8 \cdot 14 = 112$ kronų. Vadinasi, Kasparui naudingiausia pirkti 14 pakelių ir 6 palaidus šokoladukus, — taip jis sutaupo 112 kronų.
Ir vis dėlto šitoks sprendimas neteisingas.
Kur čia šuo pakastas? O gal čia pakastas ne šuo, o šokoladukai? Žodžiu, išspręskite teisingai uždavinį patys.

J15. A $10\,\text{cm}^2$

? Atsakymas matyt nepriklauso nuo to, kaip stumdomas viršutinis pagrindas. Pristumkime jį į kairę visiškai ir nuleiskime iš viršutinio pagrindo galo statmenį (žr. pirmą paveikslėlį). Kadangi stačiakampiai pagal sąlygą lygūs, tai trapeciją sudaro trys trikampiai. Vadinasi, ieškomas plotas lygus $10\,\text{cm}^2$.
Renkamės atsakymą **A**.



?? Ir vėl — kadangi atsakymas matyt nepriklauso nuo viršutinio pagrindo stumdymo, darykime trikampius lygius. Dalijame viršutinį pagrindą pusiau — jis jau padalytas į 4 lygias dalis. Nuleidžiame iš dalijimo taškų aukštines (žr. antrą paveikslėlį). Du trikampiai sudaro stačiakampį, o trapeciją — trys stačiakampiai. Vadinasi, trikampių plotas yra $10\,\text{cm}^2$.
Teisingas atsakymas **A**.

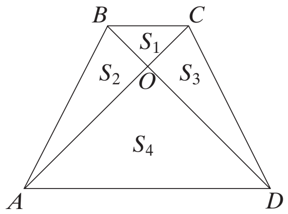
! Nesunku sprendimą **?** padaryti griežtą. Nuleiskime iš viršutinio pagrindo galų statmenis (žr. trečią paveikslėlį). Kadangi vidurinio stačiakampio pagrindas dukart mažesnis už didžiojo, tai vidurinio stačiakampio plotas lygus pusei didžiojo stačiakampio ploto. Todėl ir mažųjų stačiakampių bendras plotas lygus pusei didžiojo. Vadinasi, tas plotas (taigi ir vidurinio stačiakamio plotas) lygus dvigubam nukirptųjų trikampų bendram plotui, o trapecijos plotas — trigubam nukirptųjų trikampių plotui (nes ją sudaro vidurinis stačiakampis ir nukirptiesiems lygūs trikampiai). Vadinasi, ieškomas plotas yra $30 : 3 = 10\,(\text{cm}^2)$.

!! Dar gražesnį sprendimą gauname atidėję viršutiniame trapecijos pagrinde nukirptojo kairiojo trikampio pagrindą ir iš gauto taško bei viršutinio pagrindo galų nuleidę statmenis (žr. ketvirtą paveikslėlį). Kairysis stačiakampis lygus antram, o trečiasis lygus ketvirtam (kodėl?). Išveskime viduriniuose trikampiuose po įstrižainę. Trapeciją sudaro 3 mažesnieji trikampiai ir 3 didesnieji trikampiai, todėl jos plotas trigubai didesnis už nukirptųjų trikampių plotų sumą.

J16. Žr. uždavinio K16 sprendimą.

J17. Žr. uždavinio K28 sprendimą.

J18. (D) $S_4 = 9S_1$



? Kadangi atsakymas matyt nepriklauso nuo to, kokią trapeciją imsime, tai laikykime, kad trapecija lygiašonė, o jos įstrižainės statmenos. Tada trikampių BOC ir BOA statinis BO bendras, taigi $AO = 3OC$. Vadinasi, $\triangle AOD$ statiniai 3 kartus didesni už $\triangle BOC$ statinius, todėl $S_4 = 9S_1$.
Renkamės atsakymą **D**.

! Trikampiai BOA ir BOC turi bendrą aukštinę, todėl $AO : OC = 3$. Bet trikampiai AOD ir BOC panašūs, todėl $S_4 = 9S_1$.

J19. (E) 30

? Skaičiai 4, 8, 12 dalijasi iš 4, o skaičiai 2, 6, 10, 14 dalijami iš 4 duoda liekaną 2. Kadangi jie yra keturi, tai bet kaip surašius pliusus ir minusus reiškinio reikšmė dalysis iš 4. Vadinasi, 30 gauti negalima.
Renkamės atsakymą **E**.

! Kadangi visų skaičių suma lygi 56, tai norint gauti 0 reikia surinkti 28 ir prieš dėmenis dėti minusus. Bet $4 + 6 + 8 + 10 = 28$, taigi 0 gavome. Kad suma būtų 4, reikia imti neigiamus 26, pavyzdžiui, $12 + 14$. Kad suma būtų -4, reikia neigiamų surinkti 30, pavyzdžiui, $6 + 10 + 14$. Kad suma būtų 48, reikia neigiamų 4, taigi užtenka padėti minusą prieš 4, o kitur sudėti pliusus. Norint gauti 30, reikia neigiamų surinkti 13, bet tai neįmanoma — visi dėmenys lyginiai.
Teisingas atsakymas **E**.

J20. (E) 9

? Atėmę 3 iš 999, turime 996. Matome, kad skaičius dalijasi iš $12 = 3 \cdot 4$, todėl imkime $n = 12$. Tada skaičiaus $2001 = 1992 + 9$ dalybos iš 12 liekana yra 9, nes 1992 dalijasi ir iš 3, ir iš 4.
Renkamės atsakymą **E**.

! Kadangi 999 dalijant iš n liekana yra 3, tai 996 dalijasi iš n. Todėl $2 \cdot 996$ taip pat dalijasi iš n, o $2001 = 2 \cdot 996 + 9$ dalijamas iš n duoda liekaną 9 (primename, kad n dviženklis skaičius; jeigu sąlygoje to nebūtų pasakyta, tai paėmę $n = 6$ liekaną gautume ne 9, o 3).

J21. (D) 13

! Jei Paulius pirmą dieną suvalgė x, o antrą — y saldainių, tai abu su Kriste jie suvalgė

$$\frac{3}{4}x + x + \frac{2}{3}y + y = 31$$

saldainį. Dauginame lygtį iš 12: $9x + 12x + 8y + 12y = 31 \cdot 12$, $21x + 20y = 31 \cdot 12$.
Matome, kad x dalijasi iš 4, turi turėti paskutinį skaitmenį 2, ir būti mažesnis už 31. Vadinasi, $x = 12$, tada $20y = 31 \cdot 12 - 21 \cdot 12 = 10 \cdot 12$, $y = 12 : 2 = 6$. Kadangi Paulius suvalgė 18 saldainių, tai Kristė suvalgė 13.
Teisingas atsakymas **D**.

J22. Ⓑ $\frac{pc}{2p+c}$

? Imkime $c = 3, p = 3, q = 1$. Tada $BC = 5$, ir Jono ir Vyto keliai vienodi: $3 + 3 = 1 + 5$. Atsakymas **A** duoda reikšmę $\frac{3}{2} + 3$, atsakymas **B** — $\frac{9}{6+3} = 1$, atsakymas **C** — $\sqrt{18} + \frac{3}{2}$, atsakymas **D** — $\frac{3+3}{2}$, atsakymas **E** — 0. Taigi neatmestina tik reikšmė 1.
Renkamės atsakymą **B**.

! Iš sąlygos $p + c = q + \sqrt{(p+q)^2 + c^2}$. Keliame q į kairę pusę ir keliame kvadratu:
$p^2 + c^2 + q^2 + 2pc - 2pq - 2cq = p^2 + q^2 + c^2 + 2pq, 2pq + cq = pc, q = \frac{pc}{2p+c}$.
Teisingas atsakymas **B**.

J23. Žr. uždavinio K26 sprendimą.

J24. Ⓑ 2

! Pirmo dėmens paskutinis skaitmuo 9, nes $7^{1998} = 49^{999}$ baigiasi 9 (kadangi $9^{998} = 81^{499}$ baigiasi 1). Antro dėmens paskutinis skaitmuo 2, nes $8^{1999} = 8^{4\cdot 499}$ baigiasi kaip ir $6 \cdot 2$. Trečio dėmens paskutinis skaitmuo 1, nes $9^{2000} = 81^{1000}$ baigiasi 1. Paskutinis dėmuo baigiasi 0. Vadinasi, a baigiasi kaip ir $9 + 2 + 1 = 12$, t. y. skaitmeniu 2.
Teisingas atsakymas **B**.

J25. Ⓒ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm^2

! Trikampio PQR kraštinės lygios (sukant kubą apie įstrižainę EC kampais 120° ir 240°, taškai P, Q ir R pereina vienas į kitą; beje, tai aišku ir iš to, kad PQ, QR ir RP yra lygių stačiųjų trikampių įžambinės). Kraštinės PQ ilgį apskaičiuojame iš stačiojo trikampio PHQ, kuriame $HQ = 1$ cm, $PH = \sqrt{PD^2 + DH^2} = \sqrt{5}$ (cm). Todėl $PQ = \sqrt{6}$ cm, ir $S_{PQR} = 3\sqrt{3}/2$ cm^2.
Teisingas atsakymas **C**.

J26. Ⓔ 36

! Gardelėje galima nubrėžti 6 horizontalias ir 6 vertikalias 5 cm ilgio atkarpas. Dar galima nubrėžti atkarpas, kurios yra stačiakampio su kraštinėmis 3 cm ir 4 cm įstrižainės (jų ilgis irgi 5 cm). Iš viso tokių stačiakampių su viršūnėmis gardelėje yra 12, ir kiekvienas jų turi 2 įstrižaines. Nesunku įsitikinti, kad daugiau tokių sveikaskaičių stačiųjų trikampių nėra: išskyrus 3 ir 4, jokių dviejų mažesnių ar lygių 5 skaičių kvadratų suma nėra skaičiaus kvadratas. Vadinasi, galima nubrėžti dar 24 pasvirąsias atkarpas, taigi iš viso — 36 atkarpas.
Teisingas atsakymas **E**.

J27. Ⓒ 2

! Užrašykime reikiamą natūralųjį skaičių kaip $n = \overline{ab} = 10a + b$, kur b — paskutinis jo skaitmuo. Pagal sąlygą $14a = 10a + b$, todėl $b = 4a$. Kadangi $0 \leqslant b \leqslant 9$, o $a \neq 0$, tai $a = 1, b = 4$ arba $a = 2, b = 8$. Gauname du skaičius: 14 ir 28.
Teisingas atsakymas **C**.

J28. Ⓓ $16 - 8\pi + 2\sqrt{5}\pi$

! Mažųjų pusskritulių spindulys lygus 1. Didžiųjų pusskritulių spindulį x galima apskaičiuoti iš stačiojo trikampio KRL, kuriame $RL = LM = 1$, $RK = 4 : 2 = 2$. Pagal Pitagoro teoremą $(x+1)^2 = 2^2 + 1^2$, iš čia $x = \sqrt{5} - 1$. Bendras šešių pusskritulių plotas lygus $2\pi + \pi(\sqrt{5} - 1)^2$, t. y. $8\pi - 2\sqrt{5}\pi$. Todėl užtušuotos srities plotas $A - B$ lygus $16 - 8\pi + 2\sqrt{5}\pi$.
Teisingas atsakymas **D**.

J29. Ⓔ 34

! Padėkime stačiakampį 2×8 horizontaliai ir jo nebevartykime. Jame „kauliukai“ 1×2 gali būti dedami horizontaliai arba vertikaliai. Aišku, kad jeigu kuris nors kauliukas padėtas vertikaliai, tai po jo eina arba vertikalus kauliukas, arba vienas virš kito horizontalūs kauliukai.

Vadinasi, stačiakampyje bus keli kvadratai, kuriuose plytelės guli horizontaliai, o visos likusios plytelės stovės vertikaliai. Jei kvadratų 0 (visi kauliukai stovi vertikaliai), tai turime 1 būdą. Jei kvadratas vienas, tai jis gali prasidėti $1, 2, \ldots, 7$ stulpelyje — 7 būdai.
Jei kvadratai du, tai pirmas gali prasidėti:
1 stulpelyje, tada antras — $3, 4, 5, 6, 7$ (5 būdai),
2 stulpelyje, tada antras — $4, 5, 6, 7$ (4 būdai),
3 stulpelyje, tada antras — $5, 6, 7$ (3 būdai),
4 stulpelyje, tada antras — $6, 7$ (2 būdai),
5 stulpelyje, tada antras — 7 (1 būdas).
Taigi su dviem kvadratais turime 15 būdų.
Jei kvadratai trys, tai jie gali prasidėti
1, 3, 5
1, 3, 6
1, 3, 7
1, 4, 6
1, 4, 7
1, 5, 7
2, 4, 6
2, 4, 7
2, 5, 7
3, 5, 7
langeliuose — 10 būdų. (Beje, atveju su trimis kvadratais neblogai skaičiuoti ne kur gali stovėti kvadratai, o kur gali stovėti vertikalios plytelės — jų tik 2, tik reikia nepamiršti, kad prieš jas, po jų ir tarp jų turi būti lyginis stulpelių skaičius — kad įtilptų kvadratai; tai stulpeliai
1 ir 2, 1 ir 4, 1 ir 6, 1 ir 8
3 ir 4, 3 ir 6, 3 ir 8,
5 ir 6, 5 ir 8,
7 ir 8,
ir vėl, žinoma, gavome 10 būdų.)
Jei kvadratai keturi — vienintelis būdas.
Iš viso gavome $1 + 7 + 15 + 10 + 1 = 34$ būdus.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Pažymėkime D_k skaičių būdų, kuriais galima uždengti kauliukais 2×1 stačiakampį $2 \times k$. Kiekvieną tokį denginį galima gauti, iš stačiakampio $2 \times (k - 1)$, pridėjus vieną vertikalų kauliuką, o jei ne — tai iš stačiakampio $2 \times (k - 2)$ denginio, prijungus prie jo du horizontalius kauliukus. Todėl $D_k = D_{k-2} + D_{k-1}$. Kadangi $D_1 = 1$, $D_2 = 2$, tai $D_3 = 3$, $D_4 = 5$, $D_5 = 8$, $D_6 = 13$, $D_7 = 21$, $D_8 = 34$. Vadinasi, stačiakampį 2×8 galima uždengti 34 būdais.

J30. Ⓑ 75

! Išrikiuokime dėmenis pagal didumą — pirmą imkime didžiausią, antrą — mažesnį (arba lygų), trečią — dar mažesnį. Aišku, kad pirmo dėmens didžiausia reikšmė 28, mažiausia — 10.
Pradėkime nuo didžiausio dėmens — 28. Kitiems dėmenims lieka 2, taigi turime $1 + 1$ (1 būdas).
Jei pirmas dėmuo 27, lieka 3, turime $2 + 1$ (1 būdas).
Jei pirmas dėmuo 26, lieka 4, turime $3 + 1$, $2 + 2$ (2 būdai).
Jei pirmas dėmuo 25, lieka 5, turime $4 + 1$, $3 + 2$ (2 būdai).
Jei pirmas dėmuo 24, lieka 6, mažiausias dėmuo gali būti $1, 2, 3$ (3 būdai).

Jei pirmas dėmuo 23, lieka 7, trečias gali būti nuo 1 iki 3 (3 būdai).
Jei pirmas dėmuo 22, lieka 8, trečias gali būti 1–4 (4 būdai).
Jei pirmas dėmuo 21, lieka 9, trečias gali būti 1–4 (4 būdai).
Jei pirmas dėmuo 20, lieka 10, trečias gali būti 1–5 (5 būdai).
Jei pirmas dėmuo 19, lieka 11, trečias gali būti 1–5 (5 būdai).
Jei pirmas dėmuo 18, lieka 12, trečias gali būti 1–6 (6 būdai).
Jei pirmas dėmuo 17, lieka 13, trečias gali būti 1–6 (6 būdai).
Jei pirmas dėmuo 16, lieka 14, trečias gali būti 1–7 (7 būdai).
Jei pirmas dėmuo 15, lieka 15, trečias gali būti 1–7 (7 būdai).
Jei pirmas dėmuo 14, lieka 16, antras gali būti nuo 14 iki 8 (7 būdai).
Matome, kad čia situacija pasikeitė — reikia atsižvelgti į tai, kad antras dėmuo turi būti ne didesnis už pirmąjį ir ne mažesnis už likučio pusę.
Jei pirmas dėmuo 13, lieka 17, antras gali būti 13–9 (5 būdai).
Jei pirmas dėmuo 12, lieka 18, antras gali būti 12–9 (4 būdai).
Jei pirmas dėmuo 11, lieka 19, antras gali būti 11–10 (2 būdai).
Jei pirmas dėmuo 10, lieka 20, antras gali būti 10 (1 būdas)
Iš viso gavome $2(1+2+3+4+5+6+7)+6+5+4+2+1=75$ būdus.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Surašykime sprendimą formaliau. Išrikiuokime dėmenis didėjimo tvarka. Aišku, kad pirmas dėmuo gali kisti nuo 1 iki 10, t. y. jam yra 10 galimybių.
Jei pirmas dėmuo yra x, tai antras negali būti mažesnis už x ir didesnis už $\left[\frac{30-x}{2}\right]$ (laužtiniai skliaustai žymi sveikąją dalį). Vadinasi, antram dėmeniui yra $\left[\frac{30-x}{2}\right]-(x-1)$ galimybių.
Trečias dėmuo vienareikšmiškai nustatomas pasirinkus pirmus du dėmenis. Kadangi x gali kisti nuo 1 iki 10, tai ieškomasis būdų skaičius yra

$$\begin{aligned}&\left[\frac{30-1}{2}\right]+\left(\left[\frac{30-2}{2}\right]-1\right)+\left(\left[\frac{30-3}{2}\right]-2\right)+\\&\quad+\left(\left[\frac{30-4}{2}\right]-3\right)+\left(\left[\frac{30-5}{2}\right]-4\right)+\left(\left[\frac{30-6}{2}\right]-5\right)+\\&\quad+\left(\left[\frac{30-7}{2}\right]-6\right)+\left(\left[\frac{30-8}{2}\right]-7\right)+\left(\left[\frac{30-9}{2}\right]-8\right)+\\&\quad+\left(\left[\frac{30-10}{2}\right]-9\right)=14+13+11+10+8+7+5+4+2+1=75.\end{aligned}$$

Niekuo nesiskiria sprendimas, jeigu skaičių imsime ne 30, o n.
Pirmas dėmuo x tada gali būti nuo 1 iki $\left[\frac{n}{3}\right]$, o antras — nuo x iki $\left[\frac{n-x}{2}\right]$, taigi jam yra $\left[\frac{n-x}{2}\right]-(x-1)$ galimybių. Vadinasi, būdų yra

$$\left[\frac{n-1}{2}\right]+\left(\left[\frac{n-2}{2}\right]-1\right)+\left(\left[\frac{n-3}{2}\right]-2\right)+\dots+\left\{\left[\frac{n-\left[\frac{n}{3}\right]}{2}\right]-\left(\left[\frac{n}{3}\right]-1\right)\right\}.$$

Įdomiausia, kad šitas baisus skaičius lygus … sveikajam skaičiui, kuris yra artimiausias skaičiui $\frac{n^2}{12}$ (pavyzdžiui, kai $n=30$, tai $\frac{n^2}{12}=\frac{30^2}{12}=75$, ir atsakymas yra 75; kai $n=4$, savaime aišku, kad tėra vienas būdas išreikšti 4 trijų dėmenų suma: $4=1+1+2$, ir $\frac{n^2}{12}=\frac{4^2}{12}=\frac{16}{12}=\frac{4}{3}$, o sveikasis skaičius, artimiausias $\frac{4}{3}$, yra 1, kaip ir reikėjo tikėtis).
Įrodymą, kad atsakymą galima užrašyti taip glaustai, galima pasiskaityti puikioje A. Jaglomo ir I. Jaglomo knygoje „Neelementarnyje zadači v elementarnom izloženii“, Maskva, 1954 (rusų klb.).