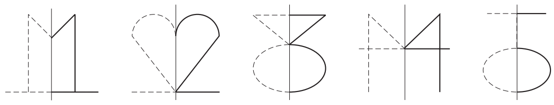
SPRENDIMAI

MAŽYLIS (III ir IV klasės)

M1. Ⓒ

? Matome, kad dešinioji kiekvieno sąlygos paveikslėlio pusė yra atitinkamas skaitmuo, o kairė — jo veidrodinis atvaizdas. Tokią savybę turi paveikslėlis **C**, todėl renkamės atsakymą **C**.



?? Užtenka suvokti, kaip pirmą sąlygos paveikslėlį perskelti į du, kad turėtume vienetą ir jo veidrodinį atvaizdą — užtenka padalyti paveikslėlį pusiau vertikalia linija. Gauname I ir 1. Panašiai iš antro paveikslėlio gauname Ƨ ir 2 ir t. t. Dalijame vertikalia linija atsakymų paveikslėlį **A** — gauname du penketus 5, o ne 5 ir jo veidrodinį atvaizdą ꙅ. Padalijęs paveikslėlį **B**, gauname 5 ir ꙅ. Tai iš tikrųjų 5 ir jo veidrodinis atvaizdas. Tiesa, iki šiol skaitmenys buvo dešinėje, o jų atvaizdai — kairėje. O štai padalijus pusiau paveikslėlį **C**, nebebus ir šio trūkumo — gauname ꙅ ir 5. Beje, čia vertikalioji penketų dalis yra bendra abiem penketams (tokios situacijos pradiniuose paveikslėliuose nebuvo, ir tai gali šiek tiek trikdyti).

! Įdomu, kad kiekvienas iš 5 paveikslėlių, padalytų vertikalia linija, duoda du penketus (tiesa, kartais vienas nėra kito veidrodinis atvaizdas). Paveikslėliuose **B**, **C** ir **E** penketai yra vienas kito veidrodinis atvaizdas; kitaip sakoma, kad jie simetriški vertikaliosios tiesės atžvilgiu (tiesa, paveikslėlio **E** penketai apversti). Apie paveikslėlio **D** penketus sakoma, kad jie simetriški taško (įsivaizduojamo mažiausio paveikslėlius apimančio stačiakampio įstrižainių susikirtimo taško) atžvilgiu.

M2. Ⓓ 8

? Perlaužę lazdelę pusiau, gauname 2 lazdeles. Todėl dabar Juozas turi 8 lazdeles.
Renkamės atsakymą **D**.

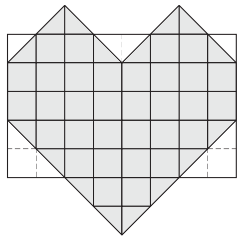
! Žodžiai „perlaužė“ ir „sulaužė“ kartais reiškia tą patį, todėl galėtų kilti mintis, kad Juozui dabar liko tik 6 (sveikos) lazdelės. Bet kadangi nekalbama, kad lazdelės turi būti vienodos, ir nesakoma, kad lazdelė sulūžo (ją Juozas perlaužė būtent pusiau, taigi greičiausiai sąmoningai), tai panašiau, kad reikia rinktis atsakymą **D**.

M3. Ⓓ 400 g

! Suskaičiavę gauname 32 kvadratėlius ir 16 puselių, t. y. 40 kvadratėlių.
Renkamės atsakymą **D**.

!! Jau pirmas sprendimas yra visiškai teisingas, bet neįdomus: žymiai įdomiau skaičiuoti ne po vieną kvadratėlį. Matome, kad širdutė simetriška, todėl užtenka suskaičiuoti, kiek sveria jos kairė pusė, ir rezultatą padauginti iš 2.
Patogu skaičiuoti „stulpeliais“. Pirmas stulpelis turi 2 pilnus kvadratėlius ir 2 puseles, taigi iš viso 3 kvadratėlius. Antras stulpelis — $4+1=5$ kvadratėliai. Trečias stulpelis — $5+1=6$ kvadratėliai. Tiek pat jų turi ir ketvirtas stulpelis. Iš viso kairėje pusėje turime $3+5+6+6=20$ kvadratėlių, širdutėje yra $20\cdot 2=40$ kvadratėlių. Širdutė sveria $40\cdot 10=400$ g.

Galima ne skaičiuoti, o braižyti. Perkėlę kelis širdutės gabaliukus (žr. brėžinį), gauname stačiakampį 8×5. Todėl širdutė sveria $40 \times 10 = 400$ g.



M4. Ⓒ 6

? Atspėti čia sunku — reikia suvokti, kaip sudaryta lentelė. Iš pradžių surašome daug vienetų tokiu kampu: $\bigwedge$, o po to ji pildoma įrašant aukščiau esančių dviejų kaimynų sumą. Vadinasi, $X = 3 + 3$. Renkamės atsakymą **C**.

?? Galima patikrinti ir visą lentelę — visur taisyklės paisoma.

! Sudėtį lengva pakeisti atimtimi — galima sakyti, kad X rasime iš jo apatinio dešiniojo kaimyno 10 atėmę X-so dešinįjį kaimyną 4, t. y. $X = 10 - 4 = 6$.

M5. Ⓒ 6

? Pirma, kas šauna į galvą — tai atsakymas 3. Vis dėlto pasirinkę atsakymą **E** nukentėtume — geriau perrinkti visas galimybes. Susėsti į 3 vietas — tai tas pat, kas ir išsirikiuoti į trijų asmenų eilutę. Nesunku surašyti visas įmanomas eilutes: *tms*, *tsm*, *mts*, *mst*, *stm*, *smt*. Vadinasi, yra 6 skirtingos eilutės, ir renkamės atsakymą **C**.

! Nesunku išrašyti visas eilutes ir įsitikinti, kad daugiau jų nėra. Įsivaizduokime, kad vietas sunumeravome. Tėtė gali pasirinkti ir 1-ą, ir 2-ą, ir 3-ią vietas. Kai jis pasirenka 1-ą vietą, mama ir sūnus turi dvi vietas ir, susėdę bet kaip, gali dar ir pasikeisti vietomis. Turime dvi galimybes *tms* ir *tsm*. Dar po 2 galimybes gausime, jei tėtė užims 2-ą ar 3-ią vietą. Taigi iš viso bus 6 susėdimo variantai.

!! Įdomu, kad užtenka suskaičiuoti, keliais būdais galima pasodinti tėtę ir mamą (iš tikrųjų — trečios vietos sūnus pasirinkti nebegalės ir turės sėsti į vienintelę neužimtą). Skaičiuokime tai taip: sakykime, kad reikia atlikti du darbus — pasodinti tėtę, po to pasodinti mamą. Pirmą darbą galima atlikti 3 būdais. Po to, kai pirmas darbas jau atliktas (ir liko 2 vietos), reikia pasodinti mamą. Bet ją galima pasodinti tik 2 būdais, nes liko tik 2 vietos. Vadinasi, mamai kiekvienu atveju turime 2 būdus. Bet atvejų yra 3, taigi abu darbus galima atlikti $3 \times 2 = 6$ būdais. Sakoma, kad būdų skaičių nustatėme remdamiesi sandaugos taisykle.

M6. Ⓔ $18 - 6 : 3 = 16$

? Ir čia, matyt, spėti neverta — geriau prisiminti veiksmų eilę. Iš karto matome, kad lygybės **A**, **B**, **C**, **D** nepanašios į teisybę. Tikriname **E**: kadangi $6 : 3 = 2$, tai lygybė teisinga.

! Tikriname visas lygybes:

A $12 : (4 + 8) = 12 : 12 = 1$,

B $8 \cdot 2 + 3 = 16 + 3 = 19$,

C $2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 6 + 20 = 26$,

D $(10 + 8) : 2 = 18 : 2 = 9$,

E $18 - 6 : 3 = 18 - 2 = 16$.

Taigi teisinga tik lygybė **E**.

!! Dešinės lygybių pusės sąlygoje surašytos visai neatsitiktinai — teisingos tokios lygybės:

$$12 : 4 + 8 = 11,$$

$$8 \cdot (2 + 3) = 40,$$

$$(2 \cdot 3 + 4) \cdot 5 = 50,$$

$$10 + 8 : 2 = 14.$$

Kitaip sakant, tai uždavinys, mokantis veiksmų tvarkos.

M7. Ⓔ 5

? Tikriname atsakymus **A**, **B**, **C**, **D**. Gauname, kad iš viso vaikų bus atitinkamai 32, 33, 34, 35. Nė vienas šių skaičių nesidalija iš 6, todėl tiek vaikų suskirstyti į vienodo dydžio grupes neįmanoma. O štai jeigu prisijungtų 5 vaikai, tai būtų 36 vaikai, o juos jau galima suskirstyti į 6 grupes po 6 vaikus.
Renkamės atsakymą **E**.

! Kadangi berniukų skaičius dalijasi iš 6, tai į jį galima nekreipti dėmesio. 18 mergaičių taip pat galima padalyti į 6 grupes. Vadinasi, lieka 1 vaikas, o kad papildomai galima būtų skirti bent po 1 vaiką į kitas grupes, reikia mažiausiai 5 vaikų.

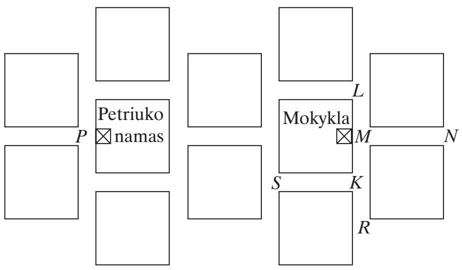
!! Dar įdomiau būtų, kad grupės būtų ne tik vienodo dydžio, bet kad jose būtų po vienodai berniukų ir po vienodai mergaičių. Tai pavyks tik tada, jeigu prie vaikų prisijungs 5 mergaitės: iš pradžių į grupes paskirstome po 2 berniukus ir po 3 mergaites. Kadangi liko viena mergaitė, ir ji pateks į kurią nors grupę, tai ir į kiekvieną iš kitų grupių turi patekti dar bent po mergaitę. Taigi mažiausiai turi prisijungti 5 mergaitės. Jei prisijungtų 5 mergaitės, į grupes būtų galima skirti po 2 berniukus ir 4 mergaites.

M8. Ⓔ 500 m

? Norisi tikėti, kad Petriukui verta laikytis visą laiką kuo arčiau mokyklos, todėl jo kelias būtų, pavyzdžiui, toks: žemyn 50 m, į dešinę 100 m, aukštyn 50 m, į dešinę 100 m, žemyn 50 m, į dešinę 100 m, aukštyn 50 m. Iš viso 500 m.
Renkamės atsakymą **E**.

?? Vien į dešinę Petriukui reikia nueiti 300 m. Bet iš pradžių jam reikia eiti vertikaliai bent 50 m, vėliau reikės vertikaliai sugrįžti, vadinasi, jo kelias — bent 400 m, ir atsakymai **A**, **B** ir **C** atkrinta. Atkrinta ir atsakymas **D**: kiek jis eis vertikaliai, tiek kartų turės grįžti, todėl trumpiausias kelias — apvalus šimtų skaičius.
Liko atsakymas **E**.

! Griežtai įrodysime, kad trumpiausias galimas kelias yra 500 m. Vieną tokį maršrutą jau nurodėme. Įrodysime, kad kiekvienas kitas maršrutas nėra trumpesnis.



Tašką, kur stovi Petriuko namas, pažymėkime raide P, mokyklos tašką — raide M, kaimyną už 100 m į dešinę — N, kaimyną už 50 m į apačią — K, kaimyną už 50 m į viršų — L, taško K kaimyną už 50 m į apačią — R.

Į mokyklą galima patekti tik per taškus K, L arba N. Kelias iki N ilgesnis negu 400, nes vien horizontaliai atstumas PN yra 400 m, o dar teks eiti vertikaliai. Vadinasi, trumpiausias kelias į M eina arba per L, arba per K. Abu atvejai simetriški, todėl sakykime, kad į M patekome iš K. Užtenka įrodyti, kad kelias iš P į K yra $\geqslant 450$ m. Tai visiškai aišku, jei į K iš P patenkame per R — jau vien kelias $PR \geqslant 400$ m (nes iš P į R reikia eiti į dešinę 300 m, o dar taškas R yra 100 m žemiau už P. O jeigu iš P į K patenkame per S, tai užtenka įrodyti, kad kelias $PS \geqslant 350$ m. Bet einant iš P į S į dešinę reikia nueiti 200 m, o vertikaliai — mažiausiai $3 \times 50 = 150$ (m).
Teisingas atsakymas **E**.

M9. C 3 metai

? Tikriname atsakymus, o kadangi jie išrikiuoti, pradedame nuo vidurio — atsakymo **C**. Petriukui bus metai, vadinasi, Onutei 3 metais daugiau, t. y. 6 metai. Tai iš tikrųjų dvigubai daugiau.
Renkamės atsakymą **C**.

! Patikrinkime ir likusius atsakymus — o gal netyčia dar kuris nors atsakymas tinka? Kai (**A**) Petriukui bus 1 metai, tai Onutei bus 4 metai, o tai nėra dvigubai daugiau. Kai (**B**) Petriukui bus 2 metai, tai Onutei bus 5 metai, o tai nėra dvigubai daugiau. Kai (**D**) Petriukui bus 4 metai, tai Onutei bus 7 metai, o tai nėra dvigubai daugiau. Kai (**E**) Petriukui bus 10 metų, tai Onutei bus 13 metų, o tai nėra dvigubai daugiau.
Vadinasi, tinka tik atsakymas **C**.

!! Galima sudaryti lygtį. Sakykime, kad Petriukui bus x metų, kai Onutė bus dvigubai vyresnė. Onutei tada bus $3 + x$ metų. Turime lygtį $3 + x = 2x$, taigi $x = 3$.
Žinoma, galima spręsti ir nesudarant lygties. Kadangi Onutės ir Petriuko metų skirtumas nesikeičia ir visada lygus 3, tai dvigubų Petriuko metų ir Petriuko metų skirtumas (o tas skirtumas ir yra Petriuko metai) lygus 3. Vadinasi, Petriukui bus 3 metai.

M10. D 3

? Labai neblogai būtų paprašyti sesutę įsirišti kaspiną dešinėje ir pasisukioti prieš veidrodį. O jeigu rimtai — ką čia atspėsi.

! Veidrodžio atvaizdas turi keistą savybę — jis sukeičia dešinę ir kairę pusę vietomis (netikite — eikite prie veidrodžio ir pakelkite kairę ranką). Vadinasi, mes matysime mergaitę, įsirišusią kaspiną arčiau kairės ausies. Tokie yra 2-as, 3-ias ir 4-tas paveikslėliai.
Taigi teisingas atsakymas **D**.

M11. E 5

? Pradėkime spėlioti nuo vidurio. Jeigu buvo 8 kengūros, tai net duodant kuo mažiau saldainių — 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 — išdalysime $(1 + 8) + (2 + 7) + (3 + 6) + (4 + 5) = 4 \cdot 9 = 36$ saldainius. Kadangi tai žymiai daugiau už 20, tai tikrinkime mažiausią atsakymuose nurodytą kengūrų skaičių — atsakymą **E**. Duodami kuo mažiau, penkioms kengūroms išdalysime $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ saldainių; lieka 5 saldainiai, bet šeštai kengūrai jų nebeužtenka.
Renkamės atsakymą **E**.

! Griežtas sprendimas čia sunkokas — matematika nemėgsta tokių frazių, kaip „net duodant kuo mažiau". Įrodyti reikia du dalykus: 1) kengūrų negalėjo būti daugiau kaip 5; 2) 5 kengūros būti galėjo. Beje, 2) punktą įrodyti paprasta: užtenka joms duoti 1, 2, 3, 4, 10 saldainių. O štai 1) punktą įrodyti žymiai sunkiau. Tarkime, kad buvo $\geqslant 6$ kengūros. Sunumeruokime jas gautų saldainių skaičiaus didėjimo tvarka. Tada 1-a kengūra gavo $\geqslant 1$ saldainių (pagal sąlygą). Antra kengūra gavo daugiau saldainių, todėl $\geqslant 2$. Trečia gavo $\geqslant 3$, ketvirta $\geqslant 4$, penkta $\geqslant 5$, šešta $\geqslant 6$. Todėl jau šešios kengūros (jų gal buvo ir daugiau) gavo ne mažiau kaip $1+2+3+4+5+6 = 21$ saldainį. Prieštara, nes saldainių buvo tik 20.
Kadangi kengūrų negalėjo būti daugiau kaip 5, o 5 kengūros būti galėjo, tai atsakymas yra 5 kengūros, t. y. **E**.

!! Surašykime sprendimą formaliau. Sakykime, kad buvo n kengūrų, ir joms pavyko išdalyti saldainius taip, kad jokios dvi negavo vienodai saldainių. Sunumeruokime kengūras taip: kengūrai, kuri gavo mažiausiai saldainių, suteikime numerį 1, o jos saldainių skaičių pažymėkime x_1 (beje, gal ji turi 3 saldainius, o ne 1!); tai, kuri iš likusių kengūrų dabar turi mažiausiai saldainių, suteikime numerį 2, o jos saldainių skaičių pažymėkime x_2, ir t. t.
Iš sąlygos žinoma, kad pirma kengūra turi bent vieną saldainį ($x_1 \geqslant 1$). Antra kengūra turi daugiau saldainių negu pirma, todėl ji turi bent 2 saldainius ($x_2 \geqslant 2$) ir t. t. Bet saldainių yra iš viso 20, todėl $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 20$. Kita vertus, $x_1 \geqslant 1, x_2 \geqslant 2$ ir t. t., todėl $20 = x_1 + x_2 + \cdots + x_n \geqslant$ $\geqslant 1 + 2 + \cdots + n$, $\frac{n(n+1)}{2} \leqslant 20, n(n+1) \leqslant 40$. Gautoji nelygybė yra teisinga, kai $n \leqslant 5$ ($n \in N$). Vadinasi, kengūrų galėjo būti ne daugiau kaip 5. Dar reikia įrodyti, kad 5 kengūros galėjo būti. Iš tikrųjų, užtenka sustatyti ratu 5 kengūras ir, pavyzdžiui, duoti joms atitinkamai 1, 2, 3, 4, 10 saldainių. (Beje, kengūrų sustatymas ratu įtakos atsakymui neturi.)

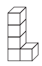
M12. Ⓒ 50

? Tikrinkime nuo vidurio. Jeigu vagonėlių būtų 50, tai 34-tas nuo galo vagonėlis turėtų numerį $50 - 34 + 1 = 17$, o taip ir turėjo būti.
Renkamės atsakymą **C**.

! Tikrinkime kitus atsakymus. Jei vagonėlių 48 (atsakymas **A**), tai 34-tas nuo galo turėtų numerį $48 - 34 + 1 = 15$, — netinka. Jei vagonėlių 49 (atsakymas **B**), tai 34 nuo galo vagonėlis turėtų numerį $49 - 34 + 1 = 16$, — netinka. Netinka ir atsakymai **D** ir **E**. Vadinasi, tinka tik atsakymas **C**. „Kengūrinis“ atsakymas gautas.

!! Kita vertus — o gal tinka koks nors iš nenurodytų atsakymų? Griežtas (ir paprasčiausias!) sprendimas galėtų būti toks:
Prieš Betės ir Ketės vagonėlį yra 16 vagonėlių. Už jų vagonėlio yra 33 vagonėliai. Todėl iš viso yra $16 + 33 + 1 = 50$ vagonėlių.

M13. Ⓔ

? Atspėti čia sunkoka. Galime pastebėti, kad jeigu iš kubelių sustatysime „raidę L“ , tai atveju **A** paskutinis kubelis prilips prie antro nuo viršaus kubelio, atveju **B** — taip pat, atveju **C** — taip pat, atveju **D** — taip pat. O štai atveju **E** paskutinis kubelis prilipęs prie trečio nuo viršaus kubelio.
Renkamės atsakymą **E**.

?? Gražus būdas nustatyti, kad kūnas **E** skiriasi nuo kitų, yra toks. Kūną **A** lengva perpjauti taip, kad gautume du vienodus kūnus . Tą patį nesunku padaryti su kūnu **B**, su kūnu **C**, su kūnu **D**. O štai kūno **E** padalyti taip nepavyksta.

! Vėl pastatykime „raidę L“. Atveju **A** prilipęs kubelis eina į užpakalį, atveju **B** — irgi, atveju **C** — irgi, atveju **D** — irgi. Vadinasi, visus tuos kūnus galima sutapdinti — ir tik tada galima teigti, kad jie nesiskiria. Pavyzdžiui, priklijuokime kubelį paveiksle **C** ne iš užpakalio, o iš priekio. Tada ir sprendimas **?**, ir sprendimas **??** nieko neduoda (išskyrus „kengūrinį“ atsakymą). O matematinis atsakymas būtų toks: nuo sutapdinamų kūnų **A**, **B** ir **D** skiriasi tiek kūnas **C**, tiek ir kūnas **E**.

M14. Ⓑ 3

? Sakykime, kad jie turėjo po 100 ženklų. Kai Adomas padovanojo Mariui 50 ženklų, tai pas Marių pasidarė 150 ženklų, o pas Adomą — 50 ženklų. Tai yra 3 kartus daugiau. Renkamės atsakymą **B**.

! Kyla abejonių, ar sprendimas **?** teisingas — gal tikrai, pavyzdžiui, atsakymas priklauso nuo turėtų ženklų skaičiaus. Griežtas sprendimas galėtų būti toks.
Pusės Adomo kolekcijos ženklų skaičių pažymėkime x, tada Adomo (taigi ir Mariaus) kolekcijoje iki gimtadienio buvo $2x$ ženklų. Po gimtadienio Marius turi $2x + x = 3x$ ženklų, o Adomas $2x - x = x$ ženklų. Vadinasi, Marius dabar turi 3 kartus daugiau ženklų negu Adomas.
Teisingas atsakymas **B**.

M15. Ⓒ 3

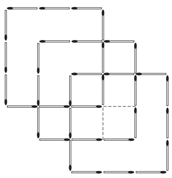
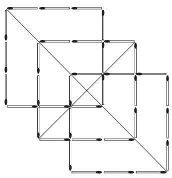
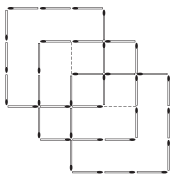
? Tikriname atsakymus nuo vidurio — atsakymo **C**. Kadangi yra 3 trikampiai, jie turi 9 viršūnes. Keturkampiams lieka 8 viršūnės, taigi ant stalo yra 2 keturkampiai. Renkamės atsakymą **C**.

! Tikrinkime kitus atsakymus. Jei būtų teisingas atsakymas **A**, tai vienas trikampis turėtų 3 viršūnes, o keturkampiams liktų 14 viršūnių. Bet 14 nesidalija iš 4, ir keturkampiai negali duoti 14 viršūnių. Panašiai negali būti 2 trikampiai — tada keturkampiams liktų $17 - 2 \cdot 3 = 11$ viršūnių. Negali būti 4 trikampiai — tada liktų $17 - 4 \cdot 3 = 5$ viršūnės. Negali būti ir 5 trikampiai — tada keturkampiams liktų $17 - 5 \cdot 3 = 2$ viršūnės.
Vadinasi, teisingas tik atsakymas **C**.

!! Sakykime, kad ant stalo yra x trikampių. Tada jie turi $3x$ viršūnių, o keturkampiams lieka $17 - 3x$ viršūnių. Šis skaičius turi dalytis iš 4. Kadangi $17 - 3x = 16 - 4x + 1 + x$, tai $x + 1$ turi dalytis iš 4. Bet $x < 6$ (kitaip viršūnių bus per daug), todėl $x + 1 < 7$. Bet iš mažesnių už 7 natūraliųjų skaičių tik skaičius 4 dalijasi iš 4. Taigi $x + 1 = 4$, $x = 3$.

M16. Ⓐ 2

? Dabar kvadratų matome tris didžiuosius 3×3, du vidutinius 2×2 ir 3 mažuosius 1×1, t. y. aštuonis. Dedant vieną degtuką pavyksta gauti tik vieną naują kvadratėlį. Padėję 2 degtukus taip, kad apatinio kvadrato 3×3 centre susidarytų kvadratėlis 1×1, gausime jį ir dar du naujus kvadratėlius 1×1 (žr. kairįjį paveikslėlį). Kadangi prisideda 3 nauji kvadratėliai, tai renkamės atsakymą **A**.

! Griežtai kalbant, reikėtų įrodyti, kad vieno degtuko negana. Kadangi figūra simetriška tiek ilgosios „įstrižainės“, tiek ir trumposios „įstrižainės“ atžvilgiu, tai užtenka ištirti galimas degtuko padėtis, pavyzdžiui, kairiajame „ketvirtyje“ (žr. vidurinį paveikslėlį). Matome, kad degtuką jame galima padėti tik horizontaliai ir tik 3 būdais. Dedant aukščiau, naujų kvadratų negauname, o dedant žemiau, kiekvienu iš atvejų gauname tik vieną naują kvadratėlį. Vadinasi, vieno degtuko neužtenka.
Įrodysime, kad sprendime **?** paminėtu būdu padėję 2 degtukus gausime lygiai 11 kvadratų. Iš tikrųjų, gauname 3 naujus kvadratėlius 1×1, o naujų kvadratėlių 2×2 ar 3×3 nebegauname.
Vadinasi, teisingas atsakymas **A**.

!! Du degtukus galima padėti įvairiai, ir nuo to priklauso kvadratų skaičius. Pavyzdžiui, jei vieną degtuką padėsime horizontaliai kairėje kuo aukščiau, o kitą — simetriškai dešinėje kuo žemiau, tai naujų kvadratų negausime. Nesunku įsitikinti, kad padėjus 2 degtukus galima gauti 1 naują, 2 naujus, 3 naujus (tai jau žinome) kvadratus. Beje, galima gauti du naujus kvadratėlius 1×1 ir vieną naują kvadratą 2×2 (žr. dešinįjį paveikslėlį).
O štai gauti 4 naujus kvadratus nepavyksta. Įrodyti tai galima kaip ir aukščiau — pirmam degtukui turime tris padėtis, o tada peržiūrime galimas antro degtuko padėtis.

M17. Ⓓ 6

? Prieš grįžtant pirmą kartą prie kairiojo (K) krepšelio, bus paimta po saldainį iš K, iš vidurinio (V), iš dešiniojo (D), vėl iš V. Vadinasi, per pirmą „ratą“ bus paimta 1 saldainis iš K, 2 saldainiai iš V ir 1 saldainis iš D. Aišku (ir sąlygoje pasakyta), kad anksčiausiai 11 saldainių bus paimta iš V. Po bet kurio skaičiaus pilnų ratų iš krepšelių K ir D paimama dvigubai mažiau, nei iš krepšelio V, todėl kai krepšelis V ištuštės, iš kitų dviejų krepšelių bus paimta maždaug dvigubai mažiau. Vadinasi, galėtų tikti tik atsakymai **C** ir **D**. Kadangi atsakymo **D** skaičius didesnis, renkamės atsakymą **D**.

Žinoma, geriausia čia ne spėlioti, o susidaryti lentelę, kurioje būtų nurodyta, kiek saldainių yra kiekviename krepšelyje po kiekvieno rato (ir pradinėje padėtyje):

K	V	D	
11	11	11	(pradinė padėtis)
10	9	10	(po pirmojo rato)
9	7	9	(po antrojo rato)
8	5	8	(po trečiojo rato)
7	3	7	(po ketvirtojo rato)
6	1	6	(po penktojo rato)

Dabar reikia sustoti ir būti atidžiam — galvoti ne apie visą ratą, o apie kiekvieną ėmimą. Šiuo momentu eilė imti iš K. Paėmę turime

5 1 6

Dabar eilė imti iš V — turime

5 0 6

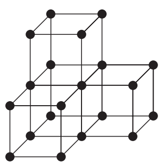
Štai čia ir yra tas momentas, kai V ištuštėjo. Daugiau saldainių liko krepšelyje D, ir būtent 6.
Teisingas atsakymas **D**.

M18. C 20

Iš pradžių parduotuvėje buvo $12 \cdot 10 = 120$ porų batų. Pirmieji trys šimtakojai nusipirko po 30 porų — kartu 90 porų. Du kiti pirko po 5 poras, taigi kartu nupirko 10 porų. Vadinasi, po šimtakojų apsilankymo parduotuvėje liko $120 - (90 + 10) = 20$ porų batų.
Teisingas atsakymas **C**.

M19. C 20

Nusipieškime ir nematomus pagaliukus ir rutuliukus.
Suskaičiavę gauname 20 rutuliukų.
Renkamės atsakymą **C**.



Galima skaičiuoti ir žiūrint į sąlygos paveikslėlį. Kiekvienas kubas turi 8 rutuliukus. Imkime 3 kubus, kurie matomi paveikslėlyje. Kiekvieno jų nematome vieno apatinio rutuliuko — kairiojo užpakalinio. Matome 16 rutuliukų, taigi tik trys kubai turi 19 rutuliukų. Ketvirtojo kubo viršutinės vienos sienos visi rutuliukai bendri su viršutinio kubo apatinės sienos rutuliukais, jo dešiniosios sienos rutuliukai bendri su dešiniojo kubo kairiosios sienos rutuliukais, o priekinės sienos rutuliukai bendri su priešakinio kubo užpakalinės sienos rutuliukais. Išvardytos trys sienos apima visus rutuliukus, išskyrus apatinį kairįjį užpakalinį. Taigi ketvirtas kubas prideda į konstrukciją tik vieną rutuliuką. Gauname $19 + 1 = 20$ rutuliukų.
Teisingas atsakymas **C**.

M20. A 10

Paprasčiausia pradėti nuo pirmojo skaitmens — jis gali būti $4, 3, 2, 1$. Jei pirmas skaitmuo 4, tai abu kiti skaitmenys — nuliai (1 skaičius). Jei pirmas skaitmuo 3, tai antro ir trečio suma — 1, todėl arba antras skaitmuo 0, o trečias 1, arba atvirkščiai (2 skaičiai). Jei pirmas skaitmuo 2, tai antro ir trečio suma lygi 2, ir turime tris galimybes: $0 + 2, 1 + 1, 2 + 0$ (3 skaičiai). Pagaliau jei pirmas skaitmuo 1, tai antro ir trečio suma lygi 3, ir turime keturias galimybes: $0 + 3, 1 + 2, 2 + 1, 3 + 0$ (4 skaičiai). Taigi iš viso yra $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ tokių skaičių.
Teisingas atsakymas **A**.

M21. Ⓐ 600 cm

! Kadangi kvadrato A perimetras 720 cm, tai jo kraštinė 180 cm, o didžiojo kvadrato kraštinė 360 cm. Todėl stačiakampio E ilgesnioji kraštinė yra $360 - 180 = 180$ (cm), o trumpesnioji — trečdalis didžiojo kvadrato kraštinės: $360 : 3 = 120$ (cm). Vadinasi, stačiakampio E perimetras lygus $(180 + 120) \cdot 2 = 600$ (cm).
Teisingas atsakymas **A**.

M22. Ⓒ 3 h

! Zita uždega 4 žvakes — dvi naujas, kurios degs 3 valandas, ir dvi trumpesnes, kurios degs trumpiau. Taigi naujosios žvakės užges po 3 valandų.
Teisingas atsakymas **C**.

M23. Ⓑ 5

? Spėkime nuo vidurio — atsakymo **C**. Jei Česlovas turėtų 10 litų, tai Balys turėtų 20 litų, Algis — 30 litų, o visi jie turėtų 60 litų — per daug. Imkime atsakymą **B**. Tada Česlovas turėtų 5 litus, Balys — 15 litų, Algis — 20 litų, o visi kartu, kaip ir reikia, turėtų 40 litų.
Renkamės atsakymą **B**.

?? Iki „kengūrinio“ sprendimo reikia dar patikrinti atsakymą **A** (atsakymai **D** ir **E** duos dar daugiau nei 40 litų). Tada Česlovas turėtų 4 litus, Balys — 14 litų, Algis — 18 litų, o visi kartu jie turėtų 36 litus.
Vadinasi, iš duotųjų atsakymų tinka tik atsakymas **B**.

! Išspręskime uždavinį nespėliodami. Kadangi Algis turi tiek pat pinigų, kiek Balys ir Česlovas kartu, tai šiedu turi $40 : 2 = 20$ litų. Atidėkime į šalį Balio 10 litų — tada jie turės pinigų po lygiai, o kartu turės 10 litų. Vadinasi, Česlovas turėjo (ir turi) 5 litus.
Šis vienintelis galimas sprendinys tikrai tenkina visas uždavinio sąlygas.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Tą patį sprendimą dažnas mieliau užrašytų lygtimis. Kiekvieno turimą pinigų sumą pažymėję pirmąja vardo raide, turime: $A = B + C$, $A + B + C = 40$, $B = C + 10$. Atėmę iš antros lygties pirmą, gauname $B + C = 20$, o iš šios atėmę trečiąją lygtį, — kad $C = 5$.
Žinoma, užtenka ir vieno nežinomojo. Jei Česlovas turėjo x litų, tai Balys $x + 10$ litų, o Algis $x + x + 10 = 2x + 10$ litų. Kadangi visi trys turėjo 40 litų, tai $2x + 10 + x + x + 10 = 40$, $4x = 20, x = 5$.

M24. Ⓔ Kitas atsakymas

? Turint gerą vaizduotę, nesunku atspėti, kad viršuje bus 2 akutės. Žinoma, būtų gerai po ranka turėti kauliuką ir pasitikrinti (beje, tam puikiai tinka ir stačiakampio gretasienio formos trintukas ar dėžutė). Visuomet netikėta, kai prisieina rinktis „nekonkretų“ atsakymą **E**.

! Po pirmo vertimo apatinėje sienoje bus 2 akutės, o 1 akutė taip ir liks priekinėje sienoje. Po antro vertimo 1 akutė atsidurs viršuje, o 2 akutės atsidurs priekinėje sienoje. Vadinasi, po dviejų vertimų „į dešinę, po to į viršų“ priekinė siena atsiduria viršuje. Dabar, po 2 vertimų, priekinėje sienoje yra 2 akutės. Po 2 vertimų, t. y. po visų 4 vertimų, jos atsidurs viršuje.
Teisingas atsakymas **E**, nes atsakymo „2 akutės“ tarp išvardytų nėra.