

Kengūra 2014

Užduotys ir sprendimai



Bičiulis

KENGŪRA 2014

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Paulius Šarka

Redaktorius
Juozas Mačys

Maketavimas
Paulius Šarka

Turinys

| | |
|------------------------------|----|
| Pratarmė | 4 |
| Geriausiųjų sąrašas | 6 |
| Dalyvio kortelės pavyzdys | 8 |
| Sąlygos | 9 |
| Bičiulio užduočių sprendimai | 13 |
| Atsakymai | 23 |

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra ne ką daugiau kaip 30, o jaunesnių klasių mokiniams dar mažiau (tiesa, labai nekasdienių) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsiseksi burbtelėjęs: *jie neturi kur dėtis, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus*. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi kur dėtis šitokioje *pramogų gadyneje*.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia, nors ir įveikiami, bet kartu ir labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spęsdamas gali *užsikabinti* pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 56000 Lietuvos mokinių, dalyvavusių konkurse 2014 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

75 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos įrodydamos, kad galvą laužyti prasmingai, kad ir matematikos užduotis besprendžiant, galima patiriant žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik konkurso dalyvių – 1–12 klasių *kengūriukų* – atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrantančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip kinta milijonų sprendėjų požiūris į tai, kokia gi būna (šmaikšti) užduotis ir iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali *sukristi* jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimircai ir paklauskime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrižtamai atšiuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Matematikos ir informatikos institutas bei Vilniaus universitetas, o nenutylint žmonių pirmiausiai reikėtų paminėti – čia būtent tas atvejis, kai nutylėti būtų nepadoru – Lietuvos matematikos olimpiadų patriarchą Juozą Juvencijų Mačį bei ŠMM vyriausiąją matematikos specialistę Marytę Skakauskienę.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek *kengūrinuose* (matematiškai sportiniuose), tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis pagrindinėmis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2014 metų kovo 20 dieną keliavo ir gausiai sprendė 5–6 klasių (*Bičiulio* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintieji pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu !), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu ?). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais ??, !!, !!! ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

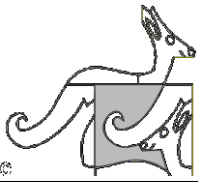
Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Bičiulis, 5 klasė, 50 geriausiųjų

| | | | |
|------------------------|--|--------------------|--------|
| Žymantas Petreikis, | Plungės Adolfo Jucio pagrindinė mokykla, | Plungės r., | 138,75 |
| Simonas Melaika, | „Saulėtekio“ progimnazija, | Panevėžio m., | 137,50 |
| Greta Duko, | Vilniaus Jeruzalės mokykla, | Vilniaus m., | 133,75 |
| Gražvydas Mykolaitis, | Kazimiero Paltaroko gimnazija, | Panevėžio m., | 128,75 |
| Natanas Nainys, | Žygimanto Augusto pagrindinė mokykla, | Vilniaus m., | 128,75 |
| Naglis Mikalkėnas, | Ragainės progimnazija, | Šiaulių m., | 127,50 |
| Karina Jotko, | Eišiškių Stanislovo Rapolionio gimnazija, | Šalčininkų r., | 126,25 |
| Modestas Gujis, | Širvintų „Atžalyno“ progimnazija, | Širvintų r., | 125,00 |
| Kasparas Čiurlionis, | Fabijoniškių vidurinė mokykla, | Vilniaus m., | 124,75 |
| Martynas Amalevičijs, | Kėdainių „Ryto“ pagrindinė mokykla, | Kėdainių r., | 123,75 |
| Ieva Modgabytė, | Simono Dachio progimnazija, | Klaipėdos m., | 122,50 |
| Nojus Džiaugys, | Vilniaus „Vermės“ katalikiškoji gimnazija, | Vilniaus m., | 121,25 |
| Elvinas Nejus, | Plutiškių vidurinė mokykla, | Kazlų rūdų sav., | 121,25 |
| Martynas Stonkus, | Simono Dachio progimnazija, | Klaipėdos m., | 121,25 |
| Šarūnas Jacikas, | Raseinių Šaltinio pagrindinė mokykla, | Raseinių r., | 121,25 |
| Nedas Domkus, | „Vilties“ pagrindinė mokykla, | Panevėžio m., | 120,00 |
| Eva Žilinskaitė, | Domeikavos gimnazija, | Kauno r., | 120,00 |
| Simas Krikščiūnas, | „Ryto“ progimnazija, | Vilniaus m., | 120,00 |
| Mantas Skyrius, | Progimnazija „Magis“, | Vilniaus m., | 119,75 |
| Justinas Petkūnas, | Kauno Jono Pauliaus II gimnazija, | Kauno m., | 119,75 |
| Kamilė Džvinelytė, | Šalčininkų Lietuvos tūkstantmečio gimnazija, | Šalčininkų r., | 119,50 |
| Gerda Kaunietytė, | Pilėnų pagrindinė mokykla, | Kauno m., | 118,75 |
| Emilija Trumpaitė, | Rokiškio Juozo Tūbelio progimnazija, | Rokiškio r., | 118,50 |
| Liutauras Mockevičius, | Karsakiškio Strazdelio pagrindinė mokykla, | Panevėžio r., | 118,25 |
| Tadas Auruškevičius, | Jono Basanavičiaus progimnazija, | Vilniaus m., | 117,50 |
| Saulė Vaikėnaitė, | Taikos progimnazija, | Vilniaus m., | 117,50 |
| Karolina Binkevičiūtė, | Domeikavos gimnazija, | Kauno r., | 116,25 |
| Konstantinas Salys, | Klaipėdos Vydūno gimnazija, | Klaipėdos m. sav., | 116,25 |
| Karolis Michalauškas, | Šaltinių pagrindinė mokykla, | Alytaus m., | 116,25 |
| Aleksandra Špakaitė, | Sofijos Kovalevskajos vidurinė mokykla, | Vilniaus m., | 116,25 |
| Donatas Sinkevičius, | Eišiškių Stanislovo Rapolionio gimnazija, | Šalčininkų r., | 115,75 |
| Danielė Martišiūtė, | Jėzuitų gimnazija, | Kauno m., | 115,00 |
| Neda Narmontaitė, | Klaipėdos licėjus, | Klaipėdos m., | 115,00 |
| Dovydas Tribuišis, | Pasvalio Svalios pagrindinė mokykla, | Pasvalio r., | 114,75 |
| Marijus Cvilikas, | Kauno technologijos universiteto Vaižganto progimnazija, | Kauno m., | 114,75 |
| Rokas Burneika, | Ukmergės „Šilo“ pagrindinė mokykla, | Ukmergės r., | 113,75 |
| Julius Janeliūnas, | Jėzuitų gimnazija, | Vilniaus m., | 113,75 |
| Rytis Dzemyda, | Akademijos Ugnės Karvelis gimnazija, | Kauno r., | 113,75 |
| Solveiga Mašonytė, | Jėzuitų gimnazija, | Vilniaus m., | 112,50 |
| Nojus Burdaitis, | Balsių pagrindinė mokykla, | Vilniaus m., | 111,25 |
| Benediktas Belevičius, | Balsių pagrindinė mokykla, | Vilniaus m., | 111,25 |
| Aldas Uzdala, | Druskininkų „Atgimimo“ vidurinė mokykla, | Druskininkų sav., | 111,25 |
| Kasparas Arys, | „Vermės“ progimnazija, | Klaipėdos m., | 111,25 |
| Simonas Stravinskis, | Mažeikių „Ventos“ progimnazija, | Mažeikių r., | 111,25 |
| Nora Navardauskaitė, | Vilniaus Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, | Vilniaus m., | 110,00 |
| Povilas Dapšys, | Mažeikių Kalnėnų pagrindinė mokykla, | Mažeikių r., | 110,00 |
| Daumantas Malinauskas, | Vilniaus „Vermės“ katalikiškoji gimnazija, | Vilniaus m., | 110,00 |
| Vakarė Galkutė, | Kazio Griniaus pagrindinė mokykla, | Kauno m., | 110,00 |
| Liepa Černiūtė, | Petro Vileišio progimnazija, | Vilniaus m., | 110,00 |
| Marius Gradecka, | Šaltinių pagrindinė mokykla, | Alytaus m., | 109,75 |

Bičiulis, 6 klasė, 50 geriausiųjų

| | | | |
|-------------------------------|--|--------------------|--------|
| Ernestas Ramanauskas, | Progimnazija „Magis“, | Vilniaus m., | 150,00 |
| Mantas Bakšys, | Jėzuitų gimnazija, | Vilniaus m., | 143,75 |
| Juozapas Ivanauskas, | Jėzuitų gimnazija, | Vilniaus m., | 143,75 |
| Matas Remeika, | „Vilnies“ pagrindinė mokykla, | Vilniaus m., | 140,00 |
| Aneta Jaglinska, | Simono Konarskio vidurinė mokykla, | Vilniaus m., | 140,00 |
| Kotryna Jankauskaitė, | Marijampolės „Ryto“ pagrindinė mokykla, | Marijampolės sav., | 138,75 |
| Arnas Vyšniauskas, | Žemynos progimnazija, | Vilniaus m., | 137,50 |
| Dominykas Marma, | Jėzuitų gimnazija, | Kauno m., | 137,50 |
| Joris Gagilas, | Žvėryno gimnazija, | Vilniaus m., | 137,50 |
| Gabija Apūkaitė, | Telšių Vincento Borisevičiaus gimnazija, | Telšių r., | 137,50 |
| Simonas Druskis, | Emilijos Pliaterytės progimnazija, | Vilniaus m., | 137,50 |
| Simas Kontrimas, | Mažeikių Senamiesčio pagrindinė mokykla, | Mažeikių r., | 133,75 |
| Redas Ališauskas, | Ukmergės „Šilo“ pagrindinė mokykla, | Ukmergės r., | 133,75 |
| Matas Zdanevičius, | Mikalojaus Daukšos vidurinė mokykla, | Vilniaus m., | 133,75 |
| Augustinas Kvaselis, | Širvintų „Atžalyno“ progimnazija, | Širvintų r., | 132,50 |
| Simonas Baltūsis, | Kretingos Pranciškonų gimnazija, | Kretingos r., | 132,50 |
| Rokas Urbonas, | Jėzuitų gimnazija, | Kauno m., | 132,50 |
| Liepa Germanaitė, | Jėzuitų gimnazija, | Kauno m., | 132,50 |
| Ignas Mugenis, | Trakų Vokės vidurinė mokykla, | Vilniaus m., | 131,25 |
| Jonas Gajdosikas, | Jėzuitų gimnazija, | Vilniaus m., | 131,25 |
| Joris Benjaminas Rimkevičius, | Seredžiaus S. Šimkaus pagrindinė mokykla, | Jurbarko r., | 131,25 |
| Rapolas Lisonka, | Jonavos Justino Vareikio progimnazija, | Jonavos r., | 131,00 |
| Dmitrijus Krivenkis, | „Santaros“ vidurinė mokykla, | Vilniaus m., | 130,00 |
| Radvilė Rušaitė, | Kėdainių „Ryto“ pagrindinė mokykla, | Kėdainių r., | 130,00 |
| Vincas Turskis, | Kauno technologijos universiteto Vaižganto progimnazija, | Kauno m., | 128,75 |
| Simas Markevičius, | Panevėžio Vytauto Mikalausko menų gimnazija, | Panevėžio m., | 128,75 |
| Julius Baronas, | Jėzuitų gimnazija, | Vilniaus m., | 128,75 |
| Petras Lapukas, | Petro Vileišio progimnazija, | Vilniaus m., | 127,50 |
| Naglis Burdaitis, | Balsių pagrindinė mokykla, | Vilniaus m., | 127,50 |
| Juozapas Rokas Čypas, | Jėzuitų gimnazija, | Vilniaus m., | 127,50 |
| Martynas Aušrota, | Kazlų Rūdos pagrindinė mokykla, | Kazlų rūdos sav., | 127,50 |
| Marija Žukaitė, | Ragainės progimnazija, | Šiaulių m., | 127,50 |
| Marius Davidavičius, | Jėzuitų gimnazija, | Kauno m., | 127,50 |
| Simonas Kalpokas, | Vinco Kudirkos progimnazija, | Kauno m., | 126,25 |
| Edgaras Kiudelis, | „Pajūrio“ pagrindinė mokykla, | Klaipėdos m., | 126,25 |
| Agnė Gudauskaitė, | Marijampolės marijonų gimnazija, | Marijampolės sav., | 126,25 |
| Ieva Tamulionytė, | Jėzuitų gimnazija, | Kauno m., | 125,00 |
| Matas Katinas, | Juozo Grušo meno vidurinė mokykla, | Kauno m., | 125,00 |
| Vilius Puškunalis, | „Rasos“ progimnazija, | Šiaulių m., | 125,00 |
| Lukrecija Parnarauskaitė, | Širvintų „Atžalyno“ progimnazija, | Širvintų r., | 125,00 |
| Andrėja Juškaitė, | Jėzuitų gimnazija, | Vilniaus m., | 125,00 |
| Adelė Rudminaitė, | Jėzuitų gimnazija, | Kauno m., | 124,75 |
| Greta Bujanauskaitė, | Kauno „Vyturio“ katalikiškoji vidurinė mokykla, | Kauno m., | 124,75 |
| Simonas Detkus, | Milikonų vidurinė mokykla, | Kauno m., | 123,75 |
| Adomas Dranickas, | Pasvalio Lėvens pagrindinė mokykla, | Pasvalio r., | 123,50 |
| Donata Snieškaitė, | „Vilties“ pagrindinė mokykla, | Panevėžio m., | 122,50 |
| Andrej Bukar, | Skaistakalnio pagrindinė mokykla, | Panevėžio m., | 122,50 |
| Gabija Vasiliauskaitė, | Laižuvos Antano Vienažindžio pagrindinė mokykla, | Mažeikių r., | 122,50 |
| Timonas Krasauskas, | Kėdainių „Ryto“ pagrindinė mokykla, | Kėdainių r., | 122,50 |
| Ugnė Milašiūnaitė, | Jėzuitų gimnazija, | Vilniaus m., | 122,50 |
| Lukas Pošiūnas, | Taikos progimnazija, | Vilniaus m., | 122,50 |



Tarptautinis matematikos konkursas KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo mokyklos šifrą (jį Jums pasakys mokytojas) ir pavadinimą.
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria kalba ir kurioje klasėje mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo vardą ir pavardę.

Pavyzdys: Pavardė **P A V A R D E N I S**

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys:



ATSAKYMŲ DALIS

| Mokyklos šifras <input type="text"/> | Mokyklos pavadinimas <input type="text"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|----------|--|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|--------|--------|--------|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Kalba Lietuvių <input type="checkbox"/> Lenkų <input type="checkbox"/> Rusų <input type="checkbox"/> Anglų <input type="checkbox"/> | <table border="1"><thead><tr><th rowspan="2">Klasė</th><th colspan="2">Nykštukas</th><th colspan="2">Mažylis</th><th colspan="2">Bičiulis</th><th colspan="2">Kadetas</th><th colspan="2">Junioras</th><th colspan="2">Senjoras</th></tr><tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9(G1)</th><th>10(G2)</th><th>11(G3)</th><th>12(G4)</th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr></tbody></table> | Klasė | Nykštukas | | Mažylis | | Bičiulis | | Kadetas | | Junioras | | Senjoras | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9(G1) | 10(G2) | 11(G3) | 12(G4) | | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Klasė | Nykštukas | | Mažylis | | Bičiulis | | Kadetas | | Junioras | | Senjoras | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9(G1) | 10(G2) | 11(G3) | 12(G4) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Vardas <input type="text"/> | <input type="text"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Pavardė <input type="text"/> | <input type="text"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Uždavinių atsakymai

| A | B | C | D | E | A | B | C | D | E | A | B | C | D | E | A | B | C | D | E | A | B | C | D | E | | | | | |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 13 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 19 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 25 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 14 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 20 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 26 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 15 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 21 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 27 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 10 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 16 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 22 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 28 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 11 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 17 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 23 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 29 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 12 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 18 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 24 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 30 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

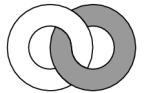
2014 m. Bičiulio užduočių sąlygos

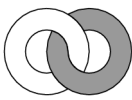
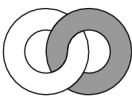
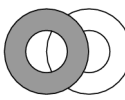
Klausimai po 3 taškus

1. Šiomet metus žyminčio skaičiaus 2014 skaitmenų suma lygi 7. Po kelių metų metus žyminčio skaičiaus skaitmenų suma pirmą kartą vėl bus lygi 7?
A) 18 B) 36 C) 90 D) 9 E) 990

2. Tortas sveria 900 g. Paulius padalijo jį į 4 dalis. Didžiausia dalis sveria tiek, kiek likusios 3 kartu. Koks didžiausios dalies svoris?
A) 250 g B) 300 g C) 400 g D) 450 g E) 600 g

3. Du žiedai, pilkas ir baltas, yra sunerti. Gražvydas, žiūrėdamas į juos iš priekio, mato juos taip, kaip pavaizduota paveikslėlyje dešinėje. Ką matys Gražvydas, žiūrėdamas į juos iš priešingos pusės?



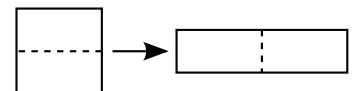
- A)  B)  C)  D)  E) 

4. Sudėtyje stulpeliu trys skaitmenys buvo pakeisti žvaigždutėmis. Kam lygi tų skaitmenų suma?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 10

$$\begin{array}{r} 1 * 2 \\ + 1 * 3 \\ \hline 1 * 4 \\ \hline 309 \end{array}$$

5. Kam lygus mažiausio penkiaženkliai skaičiaus ir didžiausio keturženkliai skaičiaus skirtumas?
A) 1 B) 10 C) 1111 D) 9000 E) 9900

6. Kvadratas, kurio perimetras lygus 48, buvo padalytas į dvi dalis, iš kurių sudėtas stačiakampis (žr. paveikslėlį). Kam lygus to stačiakampio perimetras?
A) 24 B) 30 C) 48 D) 60 E) 72



7. Kotryna turi 38 degtukus. Iš visų degtukų ji sudėjo trikampį ir kvadratą. Kiekvieną trikampio kraštinę sudaro 6 degtukai. Keli degtukai sudaro kvadrato kraštinę?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8.

Paveikslėlyje pavaizduotas karoliukų vėrinys iš juodų ir baltų karoliukų. Arnas nori nuo vėrinio nusiimti 5 juodus karoliukus, tačiau jam teks nuimti ir keletą baltų. Karoliukus jis ima po vieną, kiekvieną kartą pasirinkdamas dešinįjį ar kairinį vėrinio galą. Kiek mažiausiai baltų karoliukų jam teks nuimti?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. Haris dalyvavo skriejimo šluota lenktynėse, kuriose reikėjo nuskrieti 5 ratus. Laikai, kuriais Haris praskriejo pro starto liniją, surašyti paveikslėlyje. Kuriame rate Haris užtruko mažiausiai?

A) Pirmame B) Antrame C) Trečiame
D) Ketvirtame E) Penktame

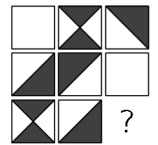
| | Laikas |
|-----------|--------|
| Startas | 09:55 |
| Po 1 rato | 10:26 |
| Po 2 rato | 10:54 |
| Po 3 rato | 11:28 |
| Po 4 rato | 12:03 |
| Po 5 rato | 12:32 |

10. Mažylis ir Karlsonas aptiko vazą saldainių. Karlsonas paėmė pusę saldainių ir, minutėlę pagalvojęs, dar 2 saldainius. Mažylis tuomet paėmė pusę likusiųjų. Galų gale vazoje liko 3 saldainiai. Kiek jų buvo iš pradžių?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

Klausimai po 4 taškus

11. Kuria plytele reikia papildyti dešinėje pavaizduotą figūrą iki kvadrato, kad jame viso tamsiojo ploto būtų tiek pat, kiek ir šviesiojo?



A)  B)  C)  D)  E) Tai neįmanoma

12. Erikas ir Jonas išėjo iš tos pačios vietos. Erikas ėjo 1 km į šiaurę, 2 km į vakarus, 4 km į pietus ir 1 km į vakarus. Jonas ėjo 1 km į rytus, 4 km į pietus ir 4 km į vakarus. Kuria kryptimi ir kiek dar turi eiti Jonas, kad patektų į tą pačią vietą, kaip ir Erikas?

A) Jis jau yra toje pačioje vietoje B) 1 km į šiaurę C) 1 km į šiaurės vakarus
D) Daugiau nei 1 km į šiaurės vakarus E) 1 km į vakarus

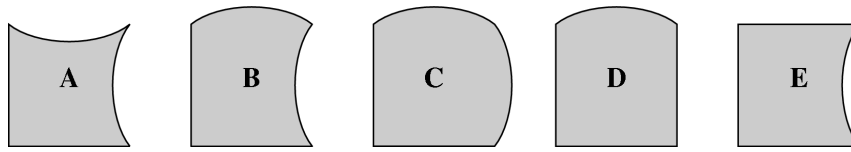
13. Vasaros stovykloje 7 vaikai valgo ledus kiekvieną dieną, 9 vaikai valgo ledus kas antrą dieną, o likusieji vaikai ledų nevalgo iš viso. Vakar 13 vaikų valgė ledus. Kiek vaikų valgys ledus šiandien?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) Neįmanoma nustatyti

14. Kengūros A, B, C, D ir E sėdėjo prie apskrito stalo nurodyta tvarka (pagal laikrodžio rodyklę). Nuskambėjus varpeliui, kiekviena kengūra, išskyrus vieną, susikeitė vietomis su kaimyne. Dabar kengūrų tvarka pagal laikrodžio rodyklę, pradedant nuo A, yra A, E, B, D, C. Kuri kengūra liko savo vietoje?

A) A B) B C) C D) D E) E

15. Žemiau pavaizduotos penkios detalės. Paėmus keturias iš jų, galima sudėti kvadratą. Kuri detalė liktų nepanaudota?



- A) A B) B C) C D) D E) E

16. Triženkliai skaičiaus skaitmenų sandauga lygi 135. Kam lygi jo skaitmenų suma?
A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

17. Kavinėje yra 16 staliukų, ir visi jie 3-viečiai, 4-viečiai arba 6-viečiai. Prie visų 3-viečių ir 4-viečių staliukų gali susėsti 36 žmonės, o iš viso kavinėje gali susėsti 72 žmonės. Kiek kavinėje yra 3-viečių staliukų?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

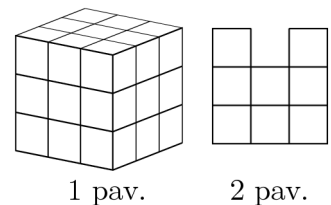
18. Tiesės taškai A, B, C, D, E ir F eina būtent tokia tvarka. Žinome, kad $AF = 35$, $AC = 12$, $BD = 11$, $CE = 12$ ir $DF = 16$. Kam lygus atkarpos BE ilgis?
A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

19. Rasa dēlioja savo saldinius į krūveles. Dedant juos į krūveles po 3, jai liko 2 saldainiai. Dedant juos į krūveles po 5, jai taip pat liko 2 saldainiai. Kiek mažiausiai saldinių jai reikėtų dar duoti, kad ji galėtų sudėti saldinius ir į krūveles po 3, ir į krūveles po 5?
A) 3 B) 1 C) 4 D) 10 E) 13

20. Kubo sienos sunumeruotos skaičiais 1, 2, 3, 4, 5 ir 6. Sienos 1 ir 6 turi bendrą kraštinę, kaip ir sienos 1 ir 5, sienos 1 ir 2, sienos 6 ir 5, sienos 6 ir 4 bei sienos 6 ir 2. Kokį numerį turi siena, priešinga sienai 4?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) Neįmanoma nustatyti

Klausimai po 5 taškus

21. Pirmame paveikslėlyje pavaizduotas kubas $3 \times 3 \times 3$ susideda iš 27 mažų kubelių. Kiek mažiausiai kubelių reikia išimti, kad žiūrint į kubą tiek iš dešinės, tiek iš viršaus, tiek iš priekio matytume tokį vaizdą, kaip antrame paveikslėlyje?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9



1 pav.

2 pav.

22. Daina A trunka 3 minutes, daina B – 2 minutes 30 sekundžių, daina C – 2 minutes, daina D – 1 minutę 30 sekundžių, daina E – 4 minutes. Alisos grotuvas šias penkias dainas A, B, C, D ir E groja nurodyta tvarka be tarpų, o pasibaigus paskutinei dainai, iš karto vėl paleidžia pirmąją. Alisai išeinant iš namų grotuvas pradėjo groti dainą C. Kuri daina skambėjo, kai lygiai po valandos Alisa sugrįžo?
A) A B) B C) C D) D E) E

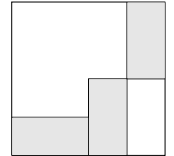
23. Dovydas į lentelės 3×3 langelius surašė skaičius nuo 1 iki 9. Skaičius 1, 2, 3 ir 4 jis įrašė į langelius, pavaizduotus paveikslėlyje. Pabaigęs rašyti Dovydas pastebėjo, kad skaičiaus 5 kaimyninių langelių (turinčių bendrą kraštinę) skaičių suma lygi 9. Kam lygi skaičiaus 6 kaimyninių langelių skaičių suma?

| | | |
|---|--|---|
| 1 | | 3 |
| | | |
| 2 | | 4 |

A) 14 B) 15 C) 17 D) 28 E) 29

24. Ant kranto auga 60 medžių. Kas antras medis yra klevas, o kas trečias – arba klevas, arba uosis. Likusieji medžiai yra beržai. Kiek beržų ant kranto?
- A) 10 B) 15 C) 20 D) 24 E) 30

25. Trys vienodi stačiakampiai yra kvadrato, kurio kraštinės ilgis 24 cm (žr. paveikslėlį). Kam lygus vieno stačiakampio plotas?



A) 24 cm^2 B) 32 cm^2 C) 36 cm^2 D) 48 cm^2 E) 72 cm^2

26. Karalius ir jo pasiuntiniai 5 km/h greičiu vyksta iš pilies į vasaros rūmus. Kas valandą karalius pasiunčia vieną pasiuntinį atgal į pilį. Pasiuntiniai atgal į pilį joja 10 km/h greičiu. Kas kiek minučių pasiuntiniai grįžta į pilį?
- A) 30 min B) 60 min C) 75 min D) 90 min E) 120 min

27. Benas lentoje užrašė tris skaitmenis, kurių suma lygi 15. Evita nuvalė vieną iš skaitmenų ir vietoje jo parašė 3. Lentoje užrašytų skaitmenų sandauga pasidarė lygi 36. Kokį skaitmenį galėjo nuvalyti Evita?
- A) 6 arba 7 B) 7 arba 8 C) Tik 6 D) Tik 7 E) Tik 8

28. Kiškis Kvanka labai mėgsta kopūstus ir morkas. Per dieną jis sugrauzia arba 9 morkas, arba 2 kopūstus, arba 4 morkas ir 1 kopūstą. Morkų ar kopūstų neradęs, jis visą dieną kremta tik žolę. Per praėjusias 10 dienų Kvanka iš viso sugrauzė 30 morkų ir 9 kopūstus. Kelias iš tų dienų jis krimto žolę?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

29. Lietijoje prieš kiekvieną saulėtą dieną dvi paskutinės dienos yra lietingos. Penktoji diena po kiekvienos lietingos dienos irgi yra lietinga. Šiandien Lietijoje saulėta. Kelių iš eilės einančių dienų, pradedant rytojumi, orą mes galime tiksliai numatyti?
- A) 1 dienos B) 2 dienų C) 4 dienų D) Nė vienos dienos E) Kiek tik norime

30. Močiutė turi 10 skirtingų spalvų vazų, o jos mėgstamiausia yra raudona. Gimtadienio proga močiutė gavo 180 rožių. Ji nori jas pamerkti į vazas taip, kad kiekvienoje vazoje būtų kitoks skaičius rožių, o raudonojoje vazoje jų būtų daugiausia. Kiek mažiausiai rožių močiutei teks pamerkti į raudonąją vazą?
- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23


Bičiulio užduočių sprendimai

1. (D) 9

! Pažiūrėkime, kaip metams einant kinta skaitmenų suma. Nuo 2014 iki 2019 ji didėja (tad 7 lygi nebus), o pasiekus 2020 sumažėja iki 4. Tada ji vėl pradeda didėti, ir 2023 metais pirmą kartą tampa lygi 7. Taigi laukti reikės $2023 - 2014 = 9$ metus.

2. (D) 450 g.

! Jei didžioji dalis sveria tiek pat, kiek likusios, tai jos svoris lygus pusei torto svorio. Padaliję 900 g iš dviejų gauname 450 g.

3. (D) 

! Šį uždavinį patogu spręsti tiesiog įsivaizduojant, kad nupieštus žiedus laikote rankose ir lėtai apskukate. Tamsus žiedas atsидurs kairėje, ir bus virš šviesaus žiedo ties viršutiniu žiedų prasilenkimu.

4. (A) 0

! Pastebėkime, kad šimtų skaitmenų suma yra lygi norimam rezultatui: $1 + 1 + 1 = 3$. Vadinasi, sumuodami dešimčių skaitmenis negalime gauti 10 ar daugiau. Vienintelis rezultatas, kurį galime gauti, yra 0, tad tokia ir bus žvaigždutėmis pažymėtų skaitmenų suma.

5. (A) 1

! Mažiausias penkiaženklis skaičius yra 10000, o didžiausias keturženklis yra 9999. Jų skirtumas lygus 1.

6. (D) 60

! Gautojo stačiakampio ilgosios kraštinės dvigubai ilgesnės už kvadrato kraštinę, o trumposios – dvigubai trumpesnės. Sudėję jų ilgius, gausime, kad stačiakampio perimetras lygus penkiems kvadrato kraštinės ilgiams. Kadangi kvadrato perimetras lygus 48, tai jo kraštinės ilgis lygus 12. Tuomet stačiakampio perimetras bus $5 \cdot 12 = 60$.

7. **(B)** 5

! Raskime, iš kelių degtukų Kotryna sudėjo kvadratą. Žinome, kad iš viso trikampiui ji panaudojo 18 degtukų, nes trikampis turi tris kraštines, ir kiekvienai iš jų Kotryna panaudojo po 6 degtukus. Kadangi iš viso ji degtukų turėjo 38, tai kvadratui liko $38 - 18 = 20$.

Kvadratas turi keturias vienodo ilgio kraštines, tad padaliję 20 iš 4 gauname ieškomą vienos jo kraštinės ilgį: 5.

8. **(B)** 3

! Truputį paeksperimentavę netruksime pastebėti, kad imant 3 juodus karoliukus iš dešinio galo ir 2 juodus iš kairiojo galo, iš viso nuimsime tris baltus karoliukus. Lieka įsitikinti, kad mažiau baltų karoliukų nuimti nepavyks.

Išties, jei nuo dešiniojo galo imtume daugiau nei 3 juodus karoliukus, tektų nuimti bent keturis baltus. Lygiai taip pat, jei nuo kairiojo galo bandytume nuimti daugiau nei 2 juodus, tektų nuimti bent keturis baltus. Vadinasi, 3 juodi iš dešinės ir 2 juodi iš kairės yra daugiausia, ką galime nuimti neviršydami 3 baltų, o kadangi $3 + 2 = 5$, tai neturime pasirinkimo – tenka juos ir imti.

9. **(B)** Antrame

! Šiame uždavinyje svarbu nesusimaišyti skaičiuojant ratų trukmes. Norint rasti pirmojo rato trukmę, reikia iš laiko, užfiksuoto po 1 rato, atimti starto laiką, gausime $10:26 - 9:55 = 31$ minutę. Norint rasti antrojo rato trukmę, reikia iš laiko, užfiksuoto po 2 rato, atimti laiką užfiksuotą po 1 rato, gausime $10:54 - 10:26 = 28$ minutes. Taip tęsdami, rasime, kad trečiasis ratas truko 32 minutes, ketvirtas – 35 minutes, penktas – 29 minutes. Matome, kad mažiausiai Haris užtruko antrame rate.

10. **(B)** 16

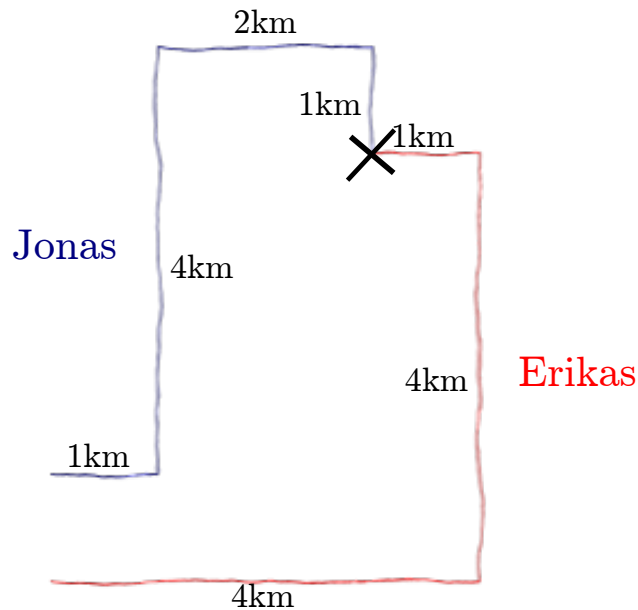
! Skaičiuokime iš kito galo. Paskutinis ėmė Mažylis, ir jam paėmus pusę saldainių liko 3, vadinasi prieš imant buvo 6. Antrasis nuo galo ėmė Karlsonas, ir paėmė du saldainius, vadinasi prieš jam imant buvo 8. Galiausiai trečiasis nuo galo vėl ėmė Karlsonas, ir paėmė pusę saldainių, vadinasi prieš jam imant buvo 16.

11. **(E)** Tai neįmanoma

! Sąlygos figūroje yra dvi baltos plytelės ir šešios juodai baltos. Visos juodai baltos figūros juodo ploto ir balto ploto turi po lygiai, vadinasi iš viso figūroje yra dviem plytelėmis balto ploto daugiau nei juodo. Net ir pridėjus visą juodą plytelę, balto ploto vis vien liks viena plytele daugiau.

12. (B) 1 km į šiaurę

! Pavaizduokime Jono ir Eriko kelius:



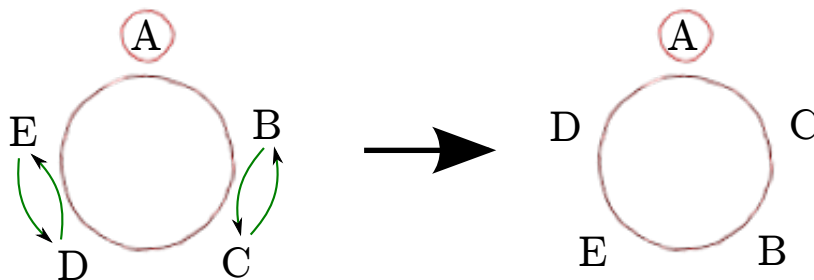
Susumavę atstumus gausime, kad jie abu nuėjo po 3 kilometrus į vakarus, o į pietus Erikas nuėjo vienu kilometru daugiau. Vadinasi, norėdamas sutikti Joną, jis turės dar eiti vieną kilometrą į šiaurę.

13. (D) 10

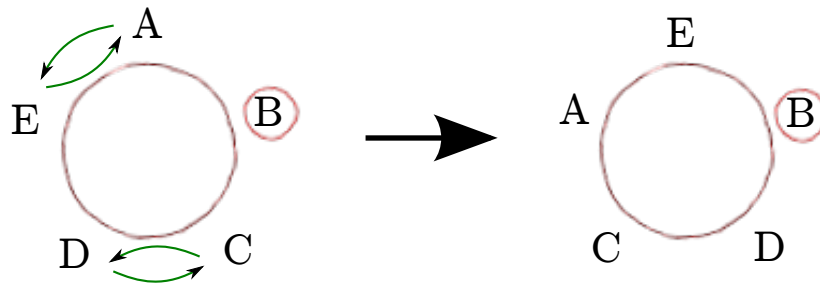
! Žinome, kad 7 vaikai ledus valgo kiekvieną dieną, tad jie juos valgė ir vakar. Vadinasi, iš 13 vakar valgusių vaikų, tokių, kurie valgo ledus kas antrą dieną, buvo $13 - 7 = 6$. Tie šeši šiandien ledų nevalgys, bet valgys likę $9 - 6 = 3$ vakar ledų nevalgę, bet kas antrą dieną juos valgantys vaikai. Pridėję juos prie 7, kurie valgo ledus kiekvieną dieną, gauname 10.

14. (B) B

! Šį uždavinį patogiau spręsti pavaizdavus apskritą stalą ir prie jo sėdinčias kengūras. Tuomet galima tiesiog pabandyti keletą kengūrų apsikeitimo vietomis variantų. Pavyzdžiui, žemiau esančiame paveikslėlyje kengūrą A palikome vietoje ir pažymėjome rodyklėmis vienintelį įmanomą likusių kengūrų susikeitimo būdą:



Matome, kad jei kengūra A liks vietoje, tai po susikeitimo kengūrų tvarka, pradėdant nuo A, bus A, C, B, E, D – netinka. Pabandykime vietoje palikti kengūrą B:



Šiuo atveju gauname, kad po susikeitimo kengūrų tvarka bus A, E, B, D, C – tinka! Radome, kad sąlyga tenkinama, jei nesikeičia kengūra B. Žinoma, galime pabandyti likusius variantus ir įsitikinti, kad kitais atvejais kengūrų tvarka bus kitokia.

15. **(B)** B

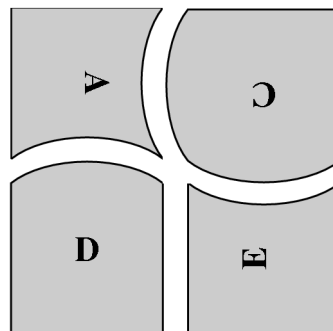
! Šį uždavinį galima išspręsti pabandžius ir mintyse (ar pavaizdavus ant popieriaus lapo) sudėjus kvadratą iš kurių nors keturių dalių. Tačiau tai nėra lengva, nors iš pirmo žvilgsnio taip neatrodo. Bet kuriuo atveju pabandyti verta, nes net ir nepavykus, greitai suprasime, kur šiame uždavinyje šuo pakastas.

Bebandydami pastebėsime, kad kiekviena detalė turi turėti dvi tiesias kraštines, kurios eis sudėtojo kvadrato kraštinėmis. Be tų dviejų tiesių kraštinių kiekviena detalė turi dar po dvi kraštines, kuriomis glausis prie kitos.

Glaudžiant detales vieną prie kitos, išgaubta kraštinė gali glaustis tik prie įgaubtos, o tiesi prie tiesios. Pastebėkime, kad po trečią tiesią kraštinę (neskaitant dviejų, kurios bus išorinėmis) turi tik D ir E. Vadinasi, jei imsime vieną iš šių detalių (o juk būtinai imsime!), tai turėsime imti ir kitą.

Supratę, kad turėsime imti detales D ir E, svarstome toliau. Jei prie jų bandysime pridėti detales A ir B, tai iš viso turėsime keturias įgaubtas kraštines ir dvi išgaubtas – suporuoti jų nepavyks. Jei prie jų bandysime pridėti detales B ir C, tai bus atvirkščiai: turėsime keturias išgaubtas ir dvi įgaubtas kraštines, tad suporuoti jų taip pat nepavyks.

Galiausiai, jei prie D ir E bandysime pridėti detales A ir C, tai turėsime po tris įgaubtas ir po tris išgaubtas kraštines, ir kiek pabandę kvadratą sudėsime:



16. (D) 17

! Raskime, kokius tris vienaženklus skaičius (skaitmenis) turime sudauginti, kad gautume 135. Skaidykime dauginamaisiais: $135 = 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$. Skaitmenys sandaugoje keturi, o mums reikia trijų, vadinasi kažkuriuos du turime sudauginti į vieną. Jei dauginsime 3 iš 5, gausime 15 – per daug. Lieka tik dauginti 3 iš 3, nes kitokių skaitmenų neturime.

Vadinasi, vienintelis būdas užrašyti 135 kaip trijų skaitmenų sandaugą yra $5 \cdot 3 \cdot 9$, tad būtent iš šių trijų skaitmenų ir buvo sudarytas sąlygos triženklis skaičius. Jų suma lygi 17.

17. (A) 4

! Raskime 6-viečių staliukų skaičių. Kavinėje iš viso gali susėsti 72 žmonės, o prie 3-viečių ir 4-viečių tik 36 žmonės, vadinasi likę 36 turi tilpti prie 6-viečių staliukų. Padaliję 36 iš 6, randame, kad jų yra 6.

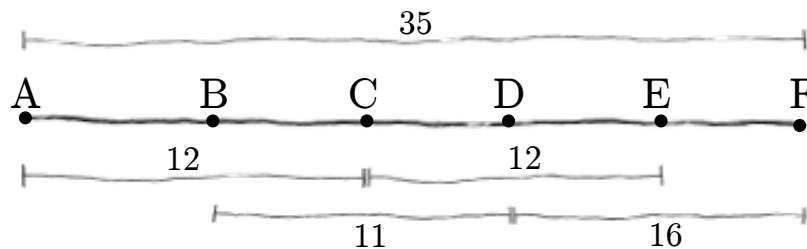
Išsiaiškinę tai, žinome, kad iš viso 3-viečių ir 4-viečių staliukų yra $16 - 6 = 10$, ir prie jų gali susėsti 36 žmonės. Kiek pabandžius nesunku atspėti, kad iš tų dešimties 4 yra 3-viečiai ir 6 yra 4-viečiai. Taip pat galime susidaryti ir lygtį. Pažymėję 3-viečių staliukų skaičių x , gausime, kad kavinėje yra $10 - x$ 4-viečių staliukų, tad prie jų gali susėsti

$$3x + 4(10 - x)$$

lankytojų. Prisilyginę $3x + 4(10 - x) = 36$ ir išsprendę, rasime atsakymą $x = 4$.

18. (D) 16

! Atidėkime atkarpoje duotus taškus ir atstumus:



Atidžiai pažiūrėję į gautą brėžinį, pamatysime, kad keturios trumpos atkarpos persidengia kaip tik ties ieškoma atkarpa BE . Vadinasi, sudėję jų ilgius gausime ilgosios atkarpos AF ilgį plus BE ilgį. Tad

$$BE = 12 + 11 + 12 + 16 - 35 = 16.$$

19. (E) 13

! Įsivaizduokime, kad Rasa du saldinius atskyrė nuo kitų. Likę saldainiai susideda ir į krūveles po 3, ir į krūveles po 5, tad jie sunkumų nesudarys ir galime į juos nekreipti dėmesio. Lieka sugalvoti, kiek saldinių turime pridėti prie tų atskirtųjų dviejų saldinių, kad ir jie išsidalytų į abiejų rūšių krūveles.

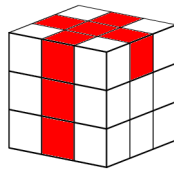
Pats mažiausiais už 2 didesnis skaičius, besidalijantis ir iš 3 ir iš 5 yra $3 \cdot 5 = 15$. Vadinasi, prie turimų 2 Rasai dar reiks pridėti 13 saldinių.

20. (A) 1

! Iš sąlygos aišku, kad sienai 6 gretimos (turinčios bendrą kraštinę) sienos yra 1, 2, 4 ir 5, vadinasi, priešinga sienai 6 yra siena 3. Sienai 1 gretimos yra sienos 2, 5 ir 6, vadinasi, jai priešinga yra arba siena 3, arba siena 4. Bet siena 3 yra priešingai sienai 6, tad sienai 1 priešinga yra siena 4, ko ir ieškojome.

21. (D) 7

! Tam, kad matytume nurodytą figūrą ir iš dešinės, ir iš priekio, ir iš viršaus, turime iš kubo išimti bent tris kubelių eiles, pažymėtas paveikslėlyje.



Suskaičiavę pažymėtus kubelius, gauname atsakymą 7.

22. (A) A

! Sudėkime visų dainų trukmes: $3 + 2:30 + 2 + 1:30 + 4 = 13$. Jei išeinant Alisai pradėjo skambėti daina C, tai ji pradėjo skambėti ir po 52 minučių, keturis kartus grotuvui pagrojus visą grojaraštį. Pažiūrėkime, ką gros grotuvas pradėdamas šia 52 minute. Pirmiausia pagros dainą C, kuri trunka 2 minutes. Tuomet ties 54 minute pradės groti dainą D, kuri trunka 1:30, ties 55:30 pradės groti dainą E, kuri trunka 4 minutes, o ties 59:30 pradės groti dainą A, kuri trunka 3 minutes. Tad būtent daina A ir skambės, kai Alisa grįš.

23. (E) 29

! Pastebėkime, kad vienintelė vieta, kur Dovydas gali įrašyti skaičių 5 yra tarp 1 ir 2. Įrašius 5 tarp jų, o į centrą įrašius 6, gausime, kad šalia 5 esančių skaičių suma lygi 9 – tiek, kiek ir reikia. Įrašius 5 bet kur kitur, ar į centrą įrašius bet kokį kitą skaičių, šalia jo esančių skaičių suma padidės ir sąlygos nebetenkins.

Nustatėme, kad 6 turi būti centre. O tuomet žinome, kokie skaičiai bus jo kaimynai: 5, 7, 8 ir 9. Sudėję juos, gauname atsakymą 29.

24. (C) 20

? Pirmiausia šį uždavinį išspręskime galbūt kiek negriežtai. Nusipieškime dvylika rutuliukų („medžių“), kas antrą nuspalvinkime raudonai, o kas trečią mėlynai:

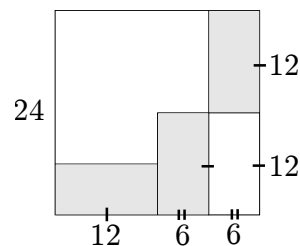


Pastebėkime, kad pirmų šešių medžių nuspalvinimas toks pat, kaip ir antrų šešių, tad galime įtarti, kad jis išliks toks pat ir toliau. Kadangi iš pirmų šešių 2 medžiai liko nenuspalvinti (beržai), tai iš šešiasdešimties jų bus 20.

! Bepalvinant galima sugalvoti ir griežtą sprendimą. Kiek yra beržų, sužinosime radę, kiek yra klevų ir uosių kartu sudėjus, tad skaičiuokime. Žinome, kad kas antras yra klevas (raudona spalva), tad jų yra $60 : 2 = 30$. Taip pat, kas trečias yra klevas arba uosis (mėlyna spalva), tad jų yra $60 : 3 = 20$. Atrodytų radome ir kiek yra beržų: $60 - 30 - 20 = 10$, bet atsargiai, nesuklyskime! Tarp tų 20 ir 30 kai kuriuos medžius įskaičiuovome du kartus (tą patį rutuliuką nuspalvinome dviem spalvomis). Du kartus įskaičiuovome tuos medžius, kurie buvo ir „kas antras“ ir „kas trečias“, o tai reiškia, buvo „kas šeštas“. Jų bus $60 : 6 = 10$, tad iš viso klevų ir uosių ant kranto auga $20 + 30 - 10 = 40$, o likę 20 yra beržai.

25. (E) 72 cm^2

! Įsižiūrėję į brėžinį, nesunkiai pastebėsite, kad ilgoji mažojo stačiakampio kraštinė yra lygi pusei kvadrato kraštinės, o trumpoji yra lygi pusei pusės, t.y. ketvirtadaliui (brėžinyje vienodu skaičiumi brūkšnelių pažymėtos vienodo ilgio atkarpos):



Lieka tik sudauginti: $6 \cdot 12 = 72$.

26. (D) 90

! Raskime, keliomis minutėmis pirmasis pasiuntinys atvyks anksčiau į pilį, nei antrasis. Įsivaizduokime, kad keliaujame kartu su karaliaus svita, ir, jam paleidus pirmąjį pasiuntinį į pilį mes sustojame ir prisėdame šalia kelio. Pirmasis pasiuntinys joja į dešinę pilies link, o karalius keliauja į kairę rūmų link. Kiek laiko mes prasėdėsime šalia kelio, kol pro mus prajos antrasis pasiuntinys?

Skaičiuokime: valandą antrasis pasiuntinys jos su karaliumi, ir nuo mūsų nutols per 5 kilometrus. Tuomet jis pradės joti pilies (ir mūsų) link, ir tuos 5 kilometrus įveiks per pusvalandį. Vadinasi, mes antrąjį pasiuntinį pamatysime po pusantros valandos nuo pirmojo pasiuntimo.

Nebesunku suprasti, kad jei ties mumis laiko tarpas tarp pasiuntinių buvo pusantros valandos, tai ir ties pilies vartais jis bus pusantros valandos, arba 90 minučių.

27. (B) 7 arba 8

! Du Beno skaitmenis, kurių Evita nenuvalė, pažymėkime x ir y . Tuomet iš sąlygos žinome, kad nuvalytasis skaitmuo buvo lygus $15 - x - y$. Taip pat žinome naujojo trejeto sandaugą: $3 \cdot x \cdot y = 36$, tai yra $x \cdot y = 12$.

Kokius du skaitmenis sudauginę galime gauti 12? Išsirašę 12 daliklius 1, 2, 3, 4, 6, 12 ir padaliję, gauname, kad 12 galime gauti tik kaip $1 \cdot 12$, $2 \cdot 6$ ir $3 \cdot 4$. 12 nėra skaitmuo, tad $1 \cdot 12$ atmetame. Lieka du variantai, pirmuoju skaitmenų x ir y suma lygi 8, antruoju 7. Tad ieškomas nuvalytas skaitmuo atitinkamai gali būti arba lygus 7, arba 8.

28. © 2

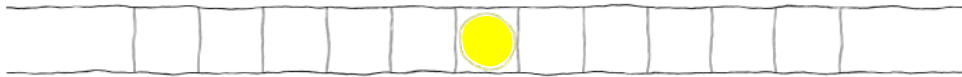
! Pradėkime šį uždavinį spręsti nuo morkų. Žinome, kad per vieną dieną Kvanka gali sugraužti arba 9, arba 4 morkas, o iš viso jis sugraužė 30. Patikrinkime, kelias dienas iš pastarųjų dešimties Kvanka graužė po 9 morkas. Turėjo būti bent viena „devynmorkė“ diena, nes 30 nesidalija iš 4. Taip pat negalėjo būti ir viena „devynmorkė“ dienos, nes 21 nesidalija iš 4. Tikriname 2 „devynmorkės“ dienas: lieka 12 morkų, o 12 iš 4 dalijasi, tinka! Trys „devynmorkės“ dienos taip pat netinka, o daugiau jų būti negali. Nustatėme, kad Kvanka 2 dienas graužė po 9 morkas, ir 3 dienas graužė po 4.

Pereikime prie kopūstų. Per tas dienas, kai graužė 9 morkas, Kvanka nesugraužė nei vieno kopūsto, o per tas tris dienas, kai graužė 4 morkas, sugraužė 3 kopūstus. Iš viso jis sugraužė 9 kopūstus, vadinasi likusius 6 graužė per 3 „dvikopūstes“ dienas.

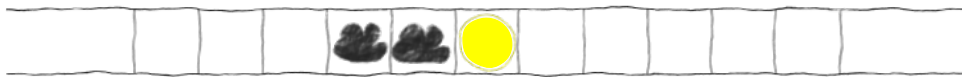
Išsiaiškinus Kvankos meniu, belieka viską suskaičiuoti. Jis 2 dienas graužė po 9 morkas, 3 dienas graužė po 4 morkas ir kopūstą ir 3 dienas graužė po 2 kopūstus. Iš viso 8 dienos, vadinasi per likusias 2 dienas jis krinto žolę.

29. © 4 dienų

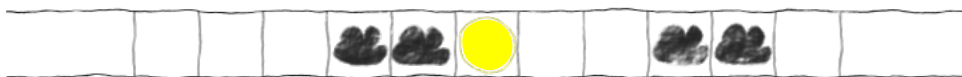
! Pavaizduokime dienas kaip vienas po kito einančius langelius. Šiandien Lietijoje yra saulėta:



Žinome, kad prieš saulėtą dieną, dvi paskutinės dienos yra lietingos, tad lietinga buvo ir vakar, ir užvakar:



Po kiekvienos lietingos dienos penkta diena taip pat yra lietinga, tad lis užporyt ir už užporyt:



Rytoj ir poryt taip pat lis, nes jei būtų saulėta, tai reikštų, kad dvi dienas prieš tai lijo, o mes žinome, kad šiandien nelyja.



Sugebėjome nustatyti keturių dienų orą, o penktosios oro nustatyti nebepavyks, nes nei ji yra penkta po lietingos, nei šalia saulėtos. Įdomu, kad jei netyčia ir penktąją dieną lytų, tai saulės Lietijos žmonės nebeišvystų niekada. Tikėkimės, kad taip nenutiks.

30. (E) 23

? Šis uždavinys gana sunkus: iš pat pradžių neaišku, nuo ko pradėti, o kai jau pasidaro aišku, nėra paprasta sumuoti tiek daug skaičių.

Pirma raskime siūlo galą: kodėl vienoks ar kitoks atsakymas gali netikti? Greičiausiai todėl, kad jei į raudoną vazą močiutė įdės per mažai gėlių, tai dedant į kitas dar mažiau visos per gimtadienį gautos 180 gėlių paprasčiausiai netilps.

Pabandykime – pasirinkime atsakymą **A** ir pažiūrėkime, ar tikrai visos gėlės netilps. Jei močiutė į raudonąją vazą merkia 19 gėlių, tai į kitas turės merkti mažiau, o be to, po skirtingą skaičių. Tai reiškia, kad norėdama pamerkti kuo daugiau gėlių, ji į antrąją vazą turės pamerkti 18, į trečiąją 17, į ketvirtąją 16 ir taip iki pat dešimtosios, į kurią ji turės pamerkti 10 gėlių. Kiek gi gėlių ji pamerkė iš viso? Reikia suskaičiuoti tokią nemažą sumą:

$$19 + 18 + 17 + 16 + 15 + 14 + 13 + 12 + 11 + 10.$$

Žinoma, galima tiesiog imti ir iš eilės šią sumą susumuoti (ką, neturint kitų minčių, konkurso metu greičiausiai ir verta daryti). Kita vertus, sumuojant tokią sumą galima įvelti klaidą, tad mes, turėdami laiko, kiek pagudrausime ir sumuosime poromis: pirmą skaičių sudėsime su paskutiniu, antrą su priešpaskutiniu ir taip toliau. Kad būtų aiškiau, nuspalvinkime šias poras:

$$19 + 18 + 17 + 16 + 15 + 14 + 13 + 12 + 11 + 10.$$

Kiekvienos iš šių porų suma ta pati! Žiūrėkite:

$$19 + 10 = 29$$

$$18 + 11 = 29$$

$$17 + 12 = 29$$

$$16 + 13 = 29$$

$$15 + 14 = 29$$

Aišku, kad tuomet visa suma bus lygi $29 \cdot 5 = 145$. Sužinojome du dalykus: kaip sumuoti iš eilės einančius skaičius, ir kad tikrai močiutės gėlės šiuo atveju netelpa.

Pabandykime atsakymą **B**, nujausdami, kad netilps ir šiuo atveju. Vėl mąstome taip pat, ir gauname, kad daugių daugiausiai močiutė gali pamerkti tiek gėlių:

$$20 + 19 + 18 + 17 + 16 + 15 + 14 + 13 + 12 + 11.$$

Čia dėmenis vėl galima poruoti, gausime penkias poras po 31 (tad iš viso $5 \cdot 31 = 155$). Beje, šios sumos kiekvienas skaičius vienetu didesnis už prieš tai jau rastos sumos skaičių. Dešimt vienetu didesnių skaičių duoda dešimtimi didesnę sumą: $145 + 10 = 155$. Vėl močiutės rožės netelpa.

Imame atsakymą **C** ir jau žinome ko tikėtis: į raudonąją vazą močiutė pamerks viena rožė daugiau nei atsakyme **B**, tad į visas vazas kartu daugiausiai pamerks dar dešimčia daugiau: $155 + 10 = 165$ – vis dar per mažai.

Imame atsakymą **D**, dar dešimčia rožių daugiau $165 + 10 = 175$ – irgi per mažai. Lieka atsakymas **E**, nujaučiame, kad viskas su juo gerai, tad jį ir pažymime.

! Patikrinkime, ar tikrai atsakymas **E** tinka. Iš pradžių pabandykime pamerkti kuo daugiau rožių: į raudoną vazą merkime 23, o į likusias visas po vieną mažiau:

$$23 + 22 + 21 + 20 + 19 + 18 + 17 + 16 + 15 + 14.$$

Ši suma nebebaisi, gėlių čia dešimčia daugiau nei daugiausia kiek gavome atsakyme **D**: $175 + 10 = 185$. Matome, kad jų penkiomis per daug, reikia kažkurias išimti. Sekundę pamąstome – o gi viskas čia paprasta: pavyzdžiui, išimkime po vieną iš paskutiniųjų penkių vazų:

$$23 + 22 + 21 + 20 + 19 + 17 + 16 + 15 + 14 + 13.$$

Net nesumuodami tikrai žinome, kad ši suma lygi 180, ir kad gėles pamerkti pavyko.

Atsakymai

| Uždavinio Nr. | Atsakymas |
|---------------|-----------|
| 1 | D |
| 2 | D |
| 3 | D |
| 4 | A |
| 5 | A |
| 6 | D |
| 7 | B |
| 8 | B |
| 9 | B |
| 10 | B |
| 11 | E |
| 12 | B |
| 13 | D |
| 14 | B |
| 15 | B |
| 16 | D |
| 17 | A |
| 18 | D |
| 19 | E |
| 20 | A |
| 21 | D |
| 22 | A |
| 23 | E |
| 24 | C |
| 25 | E |
| 26 | D |
| 27 | B |
| 28 | C |
| 29 | C |
| 30 | E |