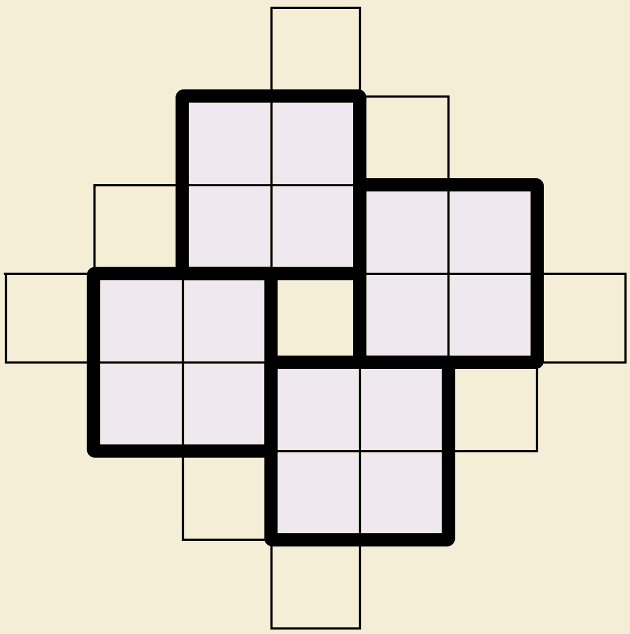
Kengūra 2014

Užduotys ir sprendimai



Mažylis

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS

KENGŪRA 2014

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Juozas Mačys

Redaktorius
Juozas Mačys

Maketavimas
Paulius Šarka

Turinys

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra ne ką daugiau kaip 30, o jaunesnių klasių mokiniams dar mažiau (tiesa, labai nekasdienių) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: *jie neturi kur dėtis, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus.* Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi kur dėtis šitokioje *pramogų gadynėje.*

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia, nors ir įveikiami, bet kartu ir labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali *užsikabinti* pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 56000 Lietuvos mokinių, dalyvavusių konkurse 2014 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

75 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos įrodydamos, kad galvą laužyti prasmingai, kad ir matematikos užduotis besprendžiant, galima patiriant žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik konkurso dalyvių – 1–12 klasių *kengūriukų* – atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip kinta milijonų sprendėjų požiūris į tai, kokia gi būna (šmaikšti) užduotis ir iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali *sukristi* jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Matematikos ir informatikos institutas bei Vilniaus universitetas, o nenutylint žmonių pirmiausiai reikėtų paminėti – čia būtent tas atvejis, kai nutylėti būtų nepadoru – Lietuvos matematikos olimpiadų patriarchą Juozą Juvencijų Mačį bei ŠMM vyriausiąją matematikos specialistę Marytę Skakauskienę.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek *kengūriniuose* (matematiškai sportiniuose), tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis pagrindinėmis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2014 metų kovo 20 dieną keliavo ir gausiai sprendė 3–4 klasių (*Mažylio* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintieji pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Aivaras Novikas
Romualdas Kašuba

Mažylis, 3 klasė, 50 geriausiųjų

Justyna Jančevska,	Vladislavo Sirokomlės vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	146,25
Brigita Bertulytė,	Viekšnių gimnazija,	Mažeikių r.,	146,25
Greta Grigalevičiūtė,	„Vyturio“ pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	145,00
Gaudrimas Burčius,	„Purienų“ vidurinė mokykla,	Kauno m.,	145,00
Ignas Engelaitis,	Klaipėdos licėjus,	Klaipėdos m.,	145,00
Tomas Žadvydas,	Klaipėdos licėjus,	Klaipėdos m.,	145,00
Benas Raišutis,	Vilniaus tarptautinė Meridiano mokykla, „VIMS“,	Vilniaus m.,	143,75
Denis Bachmut,	Mokykla-darželis „Saulutė“,	Vilniaus m.,	143,75
Neda Pliatkutė,	„Purienų“ vidurinė mokykla,	Kauno m.,	140,00
Monika Šiškevičiūtė,	Klaipėdos „Universa Via“ tarptautinė mokykla,	Klaipėdos m.,	139,75
Joris Dagys,	„Genio“ pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	138,75
Tomas Babelis,	Utenos Rapolo Šaltenio progimnazija,	Utenos r.,	138,75
Deivid Nasledov,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	137,50
Daniel Kočan,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	137,50
Laura Rusakaitė,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	137,50
Jaroslav Kolyško,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	137,50
Agata Ragoža,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	137,50
Virginija Smachtina,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	137,50
Karimas Šerlat,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	137,50
Alina Gomazkova,	Mokykla-darželis „Saulutė“,	Vilniaus m.,	137,50
Kšyštof Krupoves,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	137,50
Aidas Kukučionis,	Kapčiamiesčio Emilijos Pliaterytės mokykla,	Lazdijų r.,	136,25
Augustas Brazdeikis,	Klaipėdos „Universa Via“ tarptautinė mokykla,	Klaipėdos m.,	136,00
Martynas Džiugas,	„Varpelio“ pradinė mokykla,	Kauno m.,	135,00
Ignas Petrauskas,	„Genio“ pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	135,00
Elzė Murnikova,	Tuskulėnų vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	135,00
Luknė Viržintaitė,	Palemono vidurinė mokykla,	Kauno m.,	135,00
Aurimas Packevičius,	„Purienų“ vidurinė mokykla,	Kauno m.,	134,75
Danielė Ramanauskaitė,	Pradinė mokykla „Žiniukas“,	Vilniaus m.,	134,75
Julija Gibovskytė,	Aleksandro Puškino vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	134,50
Aurelija Lisovskaja,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	133,75
Erika Jermak,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	133,75
Matas Poškus,	Jurbarko Naujamiesčio vidurinė mokykla,	Jurbarko r.,	133,75
Elzė Grubliauskaitė,	Klaipėdos licėjus,	Klaipėdos m.,	133,75
Kristupas Čepulis,	„Ryto“ pradinė mokykla,	Kauno m.,	133,25
Erdenė Garunkštytė,	Simono Daukanto progimnazija,	Vilniaus m.,	133,00
Aldas Jurgaitis,	„Saulės“ pradinė mokykla,	Šiaulių m.,	132,50
Nojus Šopauskas,	Filaretų pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	132,50
Izabelė Navickaitė,	„Saulės“ pradinė mokykla,	Šiaulių m.,	132,50
Petra Laukineitytė,	„Varpelio“ pradinė mokykla,	Kauno m.,	132,50
Liepa Petrošiūtė,	Mokykla-darželis „Varpelis“,	Klaipėdos m.,	132,50
Juozapas Jurkša,	Dainavos pagrindinė mokykla,	Kauno m.,	132,50
Diana Žinytė,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	132,50
Elina Sobolevska,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	132,50
Evald Drozd,	Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija,	Šalčininkų r.,	132,50
Paulina Avraniukaitė,	„Gilijos“ pradinė mokykla,	Klaipėdos m.,	132,50
Mantas Grebelis,	„Genio“ pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	131,25
Austėja Jarusevičiūtė,	Lazdijų mokykla-darželis „Vyturėlis“,	Lazdijų r.,	131,25
Kajus Marozas,	Domeikavos gimnazija,	Kauno r.,	131,25
Emilija Tribandytė,	Pradinė mokykla „Ruduo pavasaris“,	Vilniaus r.,	130,75

Mažylis, 4 klasė, 50 geriausiųjų

Domantas Stanys,	„Vėtrungės“ pradinė mokykla,	Kauno m.,	150,00
Benas Klimaitis,	Žėručio pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	150,00
Modesta Latvytė,	Ukmergės Dukstynos pagrindinė mokykla,	Ukmergės r.,	150,00
Laurynas Žukauskas,	Rožyno progimnazija,	Panevėžio m.,	150,00
Milda Norkaitytė,	Ringaudų pradinė mokykla,	Kauno r.,	150,00
Alicija Jankovska,	Pradinė mokykla „Žiniukas“,	Vilniaus m.,	150,00
Nojus Kristupas Stankevičius,	Sausio 13-osios mokykla,	Vilniaus m.,	150,00
Monika Žemgulytė,	„Saulės“ privati gimnazija,	Vilniaus m.,	150,00
Gabrielė Marija Pratkutė,	Kauno Jono Pauliaus II gimnazija,	Kauno m.,	150,00
Rokas Diedonis,	„Varpelio“ pradinė mokykla,	Kauno m.,	146,25
Lukas Radzevičius,	Panevėžio Vytauto Mikalausko menų gimnazija,	Panevėžio m.,	146,25
Dovilė Lipnevičiūtė,	Marijampolės Mokolų mokykla-darželis,	Marijampolės sav.,	146,25
Nikita Rockinas,	Mokykla-darželis „Vaivorykštė“,	Vilniaus m.,	146,25
Agnė Žitkauskaitė,	Vilkaviškio pradinė mokykla,	Vilkaviškio r.,	146,00
Milda Gečaitė,	Pradinė mokykla „Ruduo pavasaris“,	Vilniaus r.,	145,00
Vytenis Narmontas,	Pradinė mokykla „Žiniukas“,	Vilniaus m.,	145,00
Karolė Simona Motiejūnaitė,	„Genio“ pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	145,00
Miglė Pranckevičiūtė,	Jurgio Dobkevičiaus vidurinė mokykla,	Kauno m.,	145,00
Ignė Blažulionytė,	Varėnos „Ryto“ progimnazija,	Varėnos r.,	145,00
Ainius Šinickas,	Kauno Jono Pauliaus II gimnazija,	Kauno m.,	145,00
Ernestas Pučinskas,	Ukmergės Dukstynos pagrindinė mokykla,	Ukmergės r.,	143,75
Aldas Lenkšas,	Tuskulėnų vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	143,75
Adomas Traubas,	Vilniaus „Žiburio“ pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	143,75
Ugnė Krištaponytė,	„Vyturio“ pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	143,75
Pijus Zakarevičius,	„Vyturio“ progimnazija,	Panevėžio m.,	143,75
Marius Mikelionis,	Fabijoniškių vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	143,75
Benedict Martinas Magee,	Panevėžio pradinė mokykla,	Panevėžio m.,	143,75
Urtė Urbonavičiūtė,	„Verdenės“ progimnazija,	Klaipėdos m.,	143,75
Martynas Jonkus,	„Ryto“ progimnazija,	Vilniaus m.,	143,75
Kamilė Balzekaitė,	„Vėtrungės“ pradinė mokykla,	Kauno m.,	143,75
Rokas Tarasevičius,	Ringaudų pradinė mokykla,	Kauno r.,	143,75
Ugnė Načiūnaitė,	„Genio“ pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	143,75
Sandra Tulko,	Mokykla-darželis „Saulutė“,	Vilniaus m.,	143,75
Hermis Dranevičius,	Pradinė mokykla „Ruduo pavasaris“,	Vilniaus r.,	142,50
Joris Hiovon Vaicekauskas,	Ginkūnų S. ir V. Zubovų pagrindinė mokykla,	Šiaulių r.,	142,50
Šarūnas Logminas,	Sausio 13-osios mokykla,	Vilniaus m.,	142,00
Aistė Daukševičiūtė,	Milikonių vidurinė mokykla,	Kauno m.,	141,25
Laurynas Paknys,	„Būk savimi“,	Kauno m.,	141,25
Julius Tamašas,	Karmėlavos Balio Buračo gimnazija,	Kauno r.,	140,00
Kasparas Songin,	Vladislavo Sirokomlės vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	140,00
Pijus Tiškevičius,	Ukmergės Užupio pagrindinė mokykla,	Ukmergės r.,	140,00
Vilius Jarockis,	Panemunės pradinė mokykla,	Kauno m.,	140,00
Gabija Volkutė,	„Genio“ pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	140,00
Rokas Varslauskas,	Klaipėdos „Universa Via“ tarptautinė mokykla,	Klaipėdos m.,	140,00
Matas Lengvinas,	Klaipėdos „Universa Via“ tarptautinė mokykla,	Klaipėdos m.,	140,00
Robert Berlin,	„Genio“ pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	140,00
Elzė Šalčiūtė,	„Verdenės“ progimnazija,	Klaipėdos m.,	138,75
Augustinas Jarockis,	„Šaltinio“ progimnazija,	Panevėžio m.,	138,75
Miglė Jauniškytė,	Martyno Mažvydo progimnazija,	Vilniaus m.,	138,75
Laurynas Riabcovas,	Žemynos progimnazija,	Vilniaus m.,	138,75
Tauras Treikauskas,	Panemunės pradinė mokykla,	Kauno m.,	138,75
Ieva Martinkutė,	„Vėtrungės“ pradinė mokykla,	Kauno m.,	138,75
Augustina Macytė,	„Ąžuolo“ pagrindinė mokykla,	Panevėžio m.,	138,75
Benas Kubilius,	Ringaudų pradinė mokykla,	Kauno r.,	138,75
Nikolas Rokas Vilkas,	„Genio“ pradinė mokykla,	Vilniaus m.,	138,75
Gustė Bajarkevičiūtė,	Kauno Jono Pauliaus II gimnazija,	Kauno m.,	138,75
Elzė Amilevičiūtė,	Pradinė mokykla „Žiniukas“,	Vilniaus m.,	138,75
Aleksandr Leonov,	Pradinė mokykla „Žiniukas“,	Vilniaus m.,	138,75
Danielius Venskūnas,	„Paparčio“ pradinė mokykla,	Kauno m.,	138,75
Aliosa Chvorych,	„Atgimimo“ gimnazija,	Visagino sav.,	138,75

Tarptautinis matematikos konkursas
KENGŪRA
Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: **Pavardė** **P A V A R D E N I S**

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras ☐☐☐☐☐☐

Mokyklos pavadinimas

Kalba

Lietuvių ☐
Lenkų ☐
Rusų ☐
Anglų ☐

Klasė	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9(G1)**	**10(G2)**	**11(G3)**	**12(G4)**
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	**7**	☐	☐	☐	☐	☐	**13**	☐	☐	☐	☐	☐	**19**	☐	☐	☐	☐	☐	**25**	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	**8**	☐	☐	☐	☐	☐	**14**	☐	☐	☐	☐	☐	**20**	☐	☐	☐	☐	☐	**26**	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	**9**	☐	☐	☐	☐	☐	**15**	☐	☐	☐	☐	☐	**21**	☐	☐	☐	☐	☐	**27**	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	**10**	☐	☐	☐	☐	☐	**16**	☐	☐	☐	☐	☐	**22**	☐	☐	☐	☐	☐	**28**	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	**11**	☐	☐	☐	☐	☐	**17**	☐	☐	☐	☐	☐	**23**	☐	☐	☐	☐	☐	**29**	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	**12**	☐	☐	☐	☐	☐	**18**	☐	☐	☐	☐	☐	**24**	☐	☐	☐	☐	☐	**30**	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2013

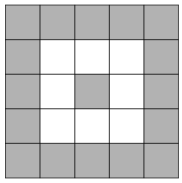
2014 m. Mažylio užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

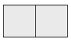
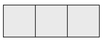
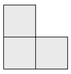
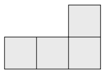
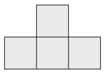
1. Kuris paveikslėlis yra dešinėje pavaizduotos žvaigždės centrinė dalis?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

2. Ieva nori skaičių 2014 papildyti skaitmeniu 3. Kur ji turi prirašyti tą trejetą, kad gautasis penkiaženklis skaičius būtų pats mažiausias?
A) Prieš skaitmenį 2 **B)** Tarp 2 ir 0 **C)** Tarp 0 ir 1 **D)** Tarp 1 ir 4 **E)** Po skaitmens 4

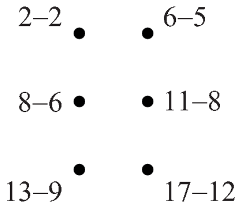


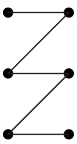
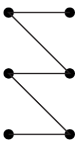
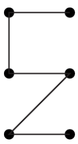
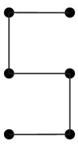
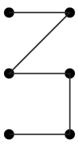
3. Paveikslėlyje šalia pavaizduota pilka kvadratinė popierinė kortelė su iškirptu viduriniu langeliu. Mikas sukarpė tą kortelę į keletą vienodų dalių. Kurios iš žemiau pavaizduotų dalių jis tikrai negalėjo gauti?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

4. Kai koala Koko nemiega, ji suėda per valandą 50 gramų lapų. Vakar Koko miegojo 13 valandų. Kiek gramų lapų ji suėdė vakar?
A) 550 **B)** 130 **C)** 650 **D)** 50 **E)** 450

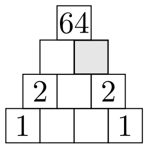
5. Marija atliko atimtį ir gavo skaičius nuo 0 iki 5. Ji paeiliui jungia taškus, pradėdama nuo taško su rezultatu 0 ir baigdama tašku su rezultatu 5. Kurią figūrą ji gaus?

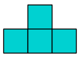
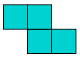
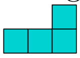
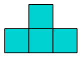


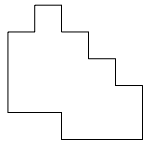
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

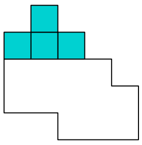
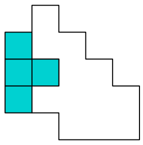
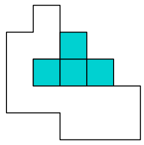
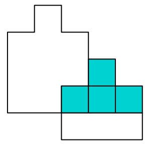
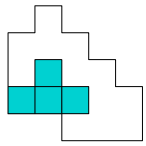
6. Adomas sulipdė mažiau smėlio pilių nei Martynas, bet daugiau negu Zuzana. Liucija sulipdė pilių daugiau nei Adomas ir daugiau nei Martynas. Diana pilių sulipdė daugiau nei Martynas, bet mažiau nei Liucija. Kas iš jų sulipdė daugiausiai pilių?
A) Martynas **B)** Adomas **C)** Zuzana **D)** Diana **E)** Liucija

7. Monika įrašo į diagramą tokius skaičius, kad kiekvienas skaičius būtų lygus dviejų po juo esančių skaičių sandaugai. Kokį skaičių ji turi įrašyti į pilkąjį langelį?
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 4 **E)** 8



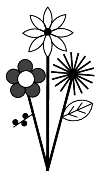
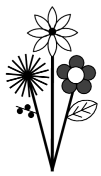
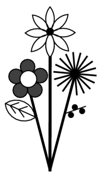
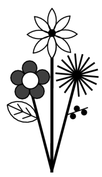
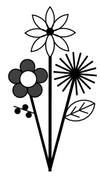
8. Dešinėje pavaizduota figūra sudėta iš 4 kauliukų:    . Kur guli kauliukas  ?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

Klausimai po 4 taškus

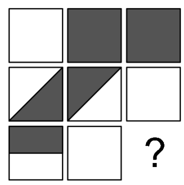
9. Ponas Marijonas nupiešė ant parduotuvės lango puokštę gėlių (žr. paveikslėlį dešinėje). Kaip ta puokštė atrodo žiūrint iš kitos lango pusės?

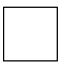
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

10. Iš saldainių vazos Salvinija paėmė pusę visų joje buvusių saldainių. Tada Tomas pasiėmė pusę likusių saldainių. Tada pusę likusių saldainių paėmė Klara, ir vazoje liko 6 saldainiai. Kiek saldainių buvo vazoje iš pradžių?

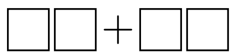
A) 12 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 24 **E)** 48

11. Kuria plytele reikia papildyti dešinėje pavaizduotą figūrą iki kvadrato, kad jame viso tamsiojo ploto būtų tiek pat, kiek ir šviesiojo?



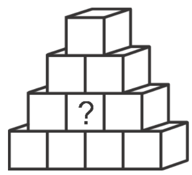
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

12. Į kvadratėlius įrašomi skaitmenys 2, 3, 4, 5 po vieną kartą, tada apskaičiuojama gautųjų dviženklių skaičių suma. Kokia didžiausia gali būti ta suma?



A) 68 **B)** 77 **C)** 86 **D)** 95 **E)** 97

13. Urtė turi 10 kubinių trinkelių: 1 geltoną, 2 žalias, 3 mėlynas ir 4 raudonas. Iš jų ji sustatė bokštą taip, kad jokios dvi tos pačios spalvos trinkelės nesiliestų. Kurios spalvos yra klaustuku pažymėta trinkelė?

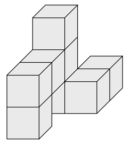


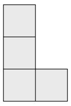
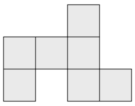
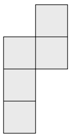
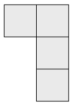
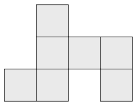
A) Raudona **B)** Mėlyna **C)** Žalia **D)** Geltona **E)** Neįmanoma nustatyti

14. Triušis Pūkis kasdien sugraužia arba 9 morkas, arba 2 kopūstus, arba 1 kopūstą ir 4 morkas. Praeitą savaitę Pūkis sugraužė 30 morkų. Kiek kopūstų sugraužė Pūkis praeitą savaitę?

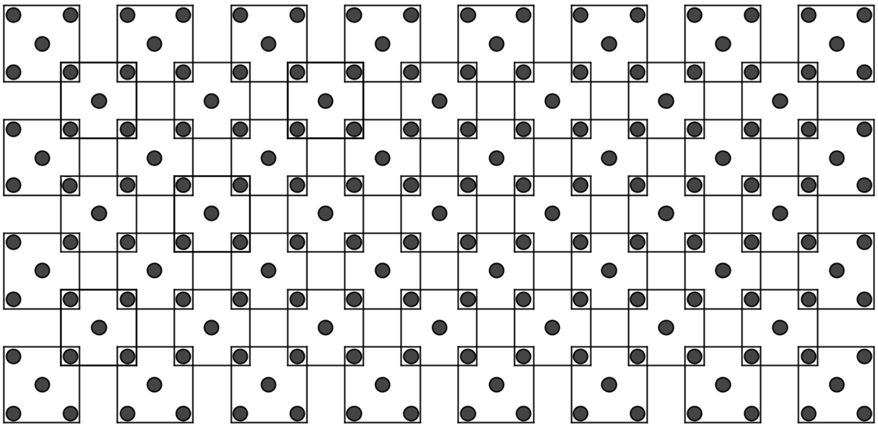
A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

15. Bokštas paveikslėlyje šalia suklijuotas iš aštuonių vienodų kubinių trinkelių. Kaip atrodo šis bokštas iš viršaus?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

16. Kiek skrituliukų šiame paveikslėlyje?



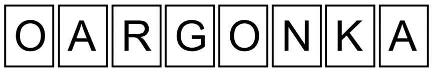
A) 180 **B)** 181 **C)** 182 **D)** 183 **E)** 265

Klausimai po 5 taškus

17. Kiek yra skaičių, didesnių už 10, bet ne didesnių už 31, kurie užrašomi vien tik skaitmenimis 1, 2, 3? (Skaitmenys tuose skaičiuose gali kartotis.)
A) 2 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

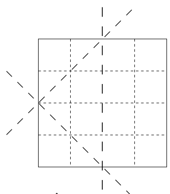
18. Septyni vaikai sustoję ratu. Jokie du berniukai nestovi greta. Jokia mergaitė nestovi tarp dviejų mergaičių. Kiek gali būti mergaičių iš tų 7 vaikų?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

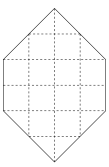
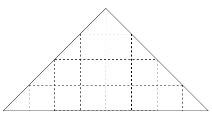
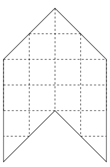
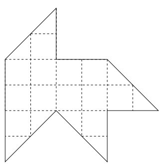
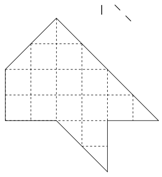
19. Kortelės išrikiuotos viena linija, kaip parodyta paveikslėlyje. Vienu ėjimu Ieva gali sukeisti bet kurias dvi korteles vietomis. Kiek mažiausiai ėjimų reikia Ievai, kad gautų anglų kalbos žodį KANGAROO?



A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

20. Kvadratas padalytas į 4 dalis (žr. paveikslėlį greta). Kurios iš nurodytų figūrų neįmanoma sudėti iš tų 4 dalių?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

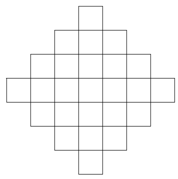
21. Dėdei Jonui parduotuvėje patiko 5 žaislai, kurių kainas matome žemiau. Jis išsirinko tris iš jų, užmokėjo 200 litų banknotu ir gavo 18 litų grąžos. Staiga jis persigalvojo ir vieną iš žaislų pakeitė kitu, o tada gavo dar 25 litus grąžos. Kuriuos žaislus galop nusipirko dėdė Jonas?

Sviedinys	Lėlė	Meškiukas	Dėlionė	Šachmatai
40 Lt	**73 Lt**	**52 Lt**	**48 Lt**	**57 Lt**

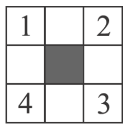
A) Sviedinį, lėlę ir meškiuką **B)** Sviedinį, meškiuką ir dėlionę
C) Lėlę, meškiuką ir šachmatus **D)** Meškiuką, dėlionę ir šachmatus
E) Sviedinį, dėlionę ir šachmatus

22. Įrašykite kiekvieną iš skaičių 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 į kvadratėlius $\square\square+\square\square=\square\square\blacksquare$ taip, kad sudėtis būtų atlikta teisingai. Koks skaitmuo bus pilkajame kvadratėlyje?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

23. Kiek daugiausiai langelių galima užtušuoti, kad paveikslėlyje neatsirastų nė vieno kvadrato $\boxplus$, sudaryto iš 4 užtušuotų langelių?
A) 18 **B)** 19 **C)** 20 **D)** 21 **E)** 22



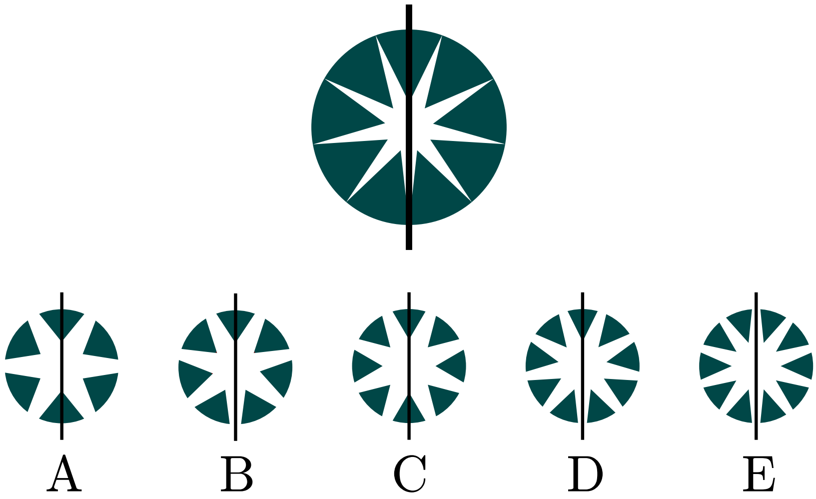
24. Į lentelės 3×3 langelius įrašyti visi skaičiai nuo 1 iki 9. Paveikslėlyje parodyti tik keturi iš tų skaičių. Skaičiaus 5 kaimynų suma yra lygi 13 (du skaičiai vadinami kaimynais, jeigu jų langeliai turi bendrą kraštinę). Taip pat ir skaičiaus 6 kaimynų suma lygi 13. Koks skaičius įrašytas į užtušuotąjį langelį?
A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9



Mažylio užduočių sprendimai

1. (D) 9

! Suskaičiuokime žvaigždžių spindulių skaičių. Beje, kad nemirgėtų akyse, neblogai padalyti kiekvieną paveikslėlį pusiau:



Sąlygos paveikslėlyje spindulių yra $2 \cdot 4 + 1 = 9$, **A** atsakyme $2 \cdot 3 = 6$, **B** atsakyme $2 \cdot 3 + 1 = 7$, **C** atsakyme $2 \cdot 4 = 8$, **D** atsakyme $2 \cdot 4 + 1 = 9$, **E** atsakyme $2 \cdot 4 + 2 = 10$. Tik spindulių skaičius atsakymuose ir skiriasi, o septynetas čia vienintelis – atsakyme **D**.

Teisingas atsakymas **D**.

2. (D) Tarp 1 ir 4

! Surašome visus taip gaunamus penkiaženklius: 32014, 23014, 20314, 20134, 20143. Matome, kad mažiausias iš jų yra 20134. Vadinasi, trejetą reikia įrašyti tarp 1 ir 4.

Teisingas atsakymas **D**.

!! Šiuo atveju, kai surašyti skaičių reikia nedaug, pateiktas sprendimas neblogas. Kas kita, jei tam reikėtų surašyti daug skaičių, sakykime, šimtą ar daugiau.

Imkime, pavyzdžiui, skaičių

$$111112113114 \cdots 149.$$

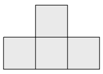
(Ką galėtų reikšti tas daugtaškis? Jei neatspėjate – klauskite vyresnių.)

Uždavinėlis pasitreniravimui:

Kiek skaitmenų turi tas skaičius?

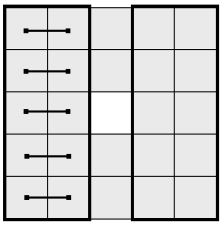
Uždavinys savarankiškam sprendimui:

Kaip jį papildyti skaitmeniu 3, kad naujasis skaičius būtų pats mažiausias?

3. (E) 

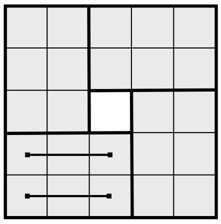
! Bandykime perrinkti atsakymus.

Sukrauti kvadratą (su skyle centre) iš atsakymo **A** plytelių 2×1 lengva. Pavyzdžiui, užtenka sukrauti penkias plyteles vieną ant kitos – gausime stačiakampį 2×5:



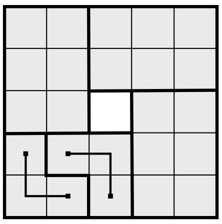
Tokį pat stačiakampį krauname dešinėje. Dabar užtenka tarp jų įsprausti po plytelę apačioje ir viršuje.

Iš atsakymo **B** plytelių 3×1 iš pradžių sudedame 2 viena ant kitos – gauname stačiakampį 3×2:

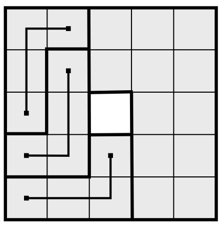


Iš 4 tokių stačiakampių sudarome reikiamą figūrą. (Beje, iš plytelių **A** taip pat buvo galima sudarinėti stačiakampius 3×2.)

Iš atsakymo **C** dviejų plytelių taip pat sudedame stačiakampį 3×2, o iš 4 tokių stačiakampių – reikiamą figūrą.



Kiek sunkiau sudėti figūrą iš plytelių **D**. Padalykime figūrą į dvi vienodas dalis. Pasirodo, kad vieną tokią pusę (joje 12 kvadratėlių) lengva sudėti iš trijų plytelių. Kitą pusę sudedame panašiai.

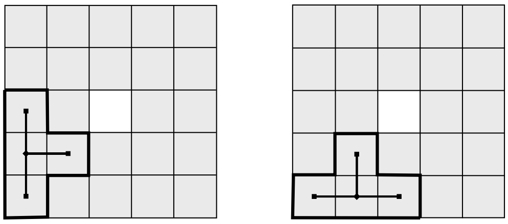


Kadangi atsakymai **A**, **B**, **C** ir **D** neteisingi (iš tų plytelių įmanoma sudėti pradinį kvadratą), tai penktasis atsakymas (pagal Kengūros konkurso taisykles) teisingas.

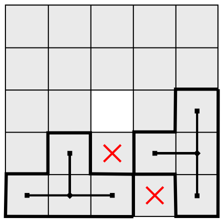
Renkamės atsakymą **E**.

!! Įrodysime, kad duotosios figūros negalima sukarpyti į vienodas korteles **E**. Kadangi figūrą sudaro 24 kvadratėliai, o kortelė **E** turi 4 kvadratėlius, tai sukarpę turėtume $24 : 4 = 6$ korteles **E**. Jeigu jomis kaip nors (tegu ir kitaip, negu prieš kerpant) pavyktų uždengti figūrą, tuščių laukelių neliks (jų juk 24).

Pradėkime nuo kairiojo apatinio kvadratėlio. Jį uždengti kortele galima tik dviem būdais:



Matematikoje sakoma, kad jie simetriški (visiškai tokie pat), todėl užtenka nagrinėti vieną iš jų (pavyzdžiui, dešinįjį). Matome, kad trys kvadratėliai būtinai eina figūros didžiąja kraštine. O dabar uždenkime dešinį apatinį kampą. Apatinėje kraštinėje laisvi liko tik 2 langeliai, taigi 3 kortelės langeliai glaudžiami prie dešiniosios šoninės kraštinės:



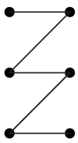
Bet tada nė vieno iš kryžiuku pažymėtų langelių uždengti nebepavyks. Vadinasi, sukarpyti figūros į vienodas korteles **E** neįmanoma.

Teisingas atsakymas **E**.

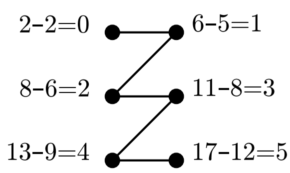
4. (A) 550

! Kadangi vakar koala miegojo 13 valandų, tai ji nemiegojo $24 - 13 = 11$ valandų. Vadinasi, ji vakar suėdė $11 \cdot 50 = 550$ gramų lapų.

Teisingas atsakymas **A**.

5. (A) 

! Paveikslėlyje surašome rezultatus ir paeiliui sujungiame skaičius 0, 1, 2, 3, 4, 5.



Gavome figūrą, pavaizduotą atsakyme **A**.

Teisingas atsakymas **A**.

6. (E) Liucija

! Tikrinkime atsakymus. Tai ne Martynas, nes Liucija sulipdė pilių daugiau už jį. Tai ne Adomas, nes Liucija sulipdė pilių daugiau. Tai ne Zuzana, nes Adomas pilių sulipdė daugiau. Tai ne Diana, nes ji pilių sulipdė mažiau nei Liucija.

Kadangi Kengūros konkurse tik vienas atsakymas teisingas, tai tas atsakymas – likusysis.

Renkamės atsakymą **E**.

!! Norėtųsi sprendimo be atsakymų perrankos. Be to, ar Liucija tikrai sustatė daugiausia pilių? Maža ką – gal ji sustatė vienodai tų pilių su kuo nors kitu; o gal iš viso į sąlygą įsivėlė klaida, ir aprašytoji situacija neįmanoma; o gal sutatyti laimėtoją neįmanoma?

Nusibrėžkime tiesę ir sudėliokime joje taškus M, A, Z, D, L (tai pirmosios vardų raidės) pagal taisyklę – kas daugiau pilių pastatė, to taškas dešiniau.

Pradedame nuo pirmo sakinio pradžios: Adomas sulipdė mažiau pilių nei Martynas. Todėl tiesėje dedame du taškus – A ir M, M dešiniau:

Zuzanos pilių mažiau – tašką Z dedame į kairę nuo A:

Liucijos pilių daugiau nei Adomo ir nei Martyno – tašką L dedame į dešinę nuo M:

Dianos pilių daugiau nei Martyno, bet mažiau nei Liucijos – tašką D dedame tarp M ir L:

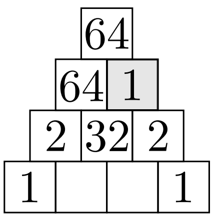
Dabar iš piešinio aišku, kad daugiausia pilių pastatė Liucija.

Teisingas atsakymas **E**.

7. (E) 8

? Galima tikrinti atsakymus. Jeigu pilkajame langelyje būtų 0, tai nulio ir gretimo skaičiaus sandauga būtų 0, o ne 64.

Tikriname atsakymą **B**. Pilkajame langelyje 1, todėl gretimame langelyje $64 : 1 = 64$. Vadinas, tarp dvejetų turėtų būti $64 : 2 = 32$:



Bet dabar pilkajame langelyje 1 nėra 32 ir 2 sandauga, kaip kad turėtų būti. Nieko neišėjo, matematikai sako: prieštara.

Tikriname atsakymą **C**. Pilkajame langelyje 2, todėl tarp dvejetų 1 (nes $2 : 2 = 1$). Tada šalia pilkojo turi būti $2 \cdot 1 = 2$. Vėl nieko neišeina – lygybė $64 = 2 \cdot 2$ neteisinga.

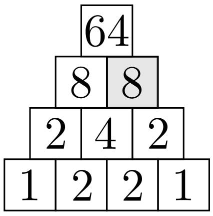
Tikriname **D**. Jei pilkajame langelyje 4, tai tarp dvejetų stovi $4 : 2 = 2$, šalia pilkojo yra $2 \cdot 2 = 4$. Vėl prieštara: lygybė $64 = 4 \cdot 4$ neteisinga.

Kadangi atsakymai **A**, **B**, **C** ir **D** neteisingi, tai lieka penktasis atsakymas.

Renkamės atsakymą **E**.

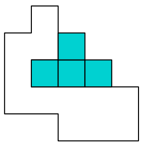
! Vis dėlto verta pratęsti sprendimą **?** ir patikrinti, ar nėra prieštaros atsakyme **E**.

Jei pilkajame langelyje 8, tai greta 8 ($= 64 : 8$), tarp dvejetų 4 ($= 8 : 2$). Tarp vienetų stovi du dvejetai ($2 : 1 = 2$).



Lentelė užpildyta, ir tikrai bet kuris jos skaičius, po kuriuo yra du skaičiai, lygus tų skaičių sandaugai.

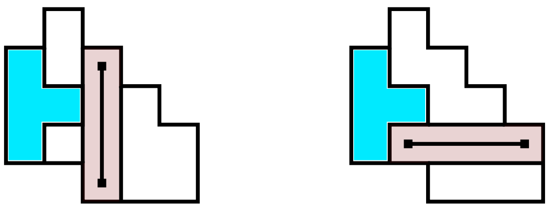
Teisingas atsakymas **E**.

8. C 

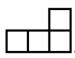
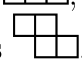
! Iš karto matome, kad kauliukas negali gulėti kaip atsakyme **D**: lieka izoliuotas stačiakampis 3×1 ir į jį niekas netelpa – visi kauliukai 4 langelių.

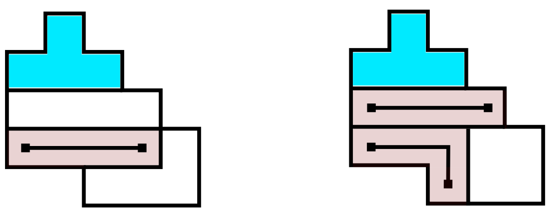
Pastebime, kad netinka ir **E**: niekur netelpa kauliukas 4×1.

Nesunku atmesti ir **B**: padėti kauliuką 4×1 yra dvi galimybės:

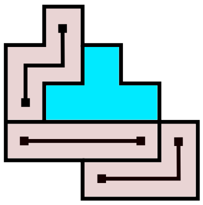


Abiem atvejais lieka izoliuotų laukelių.

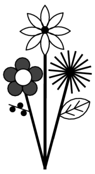
Netinka ir **A**. Jei kauliuką 4×1 padedame kaip paveikslėlyje kairėje, tai niekas nebetelpa į izoliuotą stačiakampį 4×1 virš jo. Jei kauliuką 4×1 padedame kaip paveikslėlyje dešinėje, tai langelį po juo kairiuoju galu gali dengti tik kauliukas , ir tai tik apverstas. Bet net tada lieka kvadratas 2×2, į kurį nebetelpa likęs kauliukas .



Liko atsakymas **C**. Žinant, kad kauliukus sudėti galima, tai padaryti paprasta



Teisingas atsakymas **C**.

9. (E) 

! Kadangi tamsi gėlytė su trimis mažyčiais lapeliais nupiešta dešinėje, tai iš kitos lango pusės ji bus kairėje, taigi lieka tik atsakymai **A** ir **E**. Bet iš minėtų trijų lapelis vidurinis kaip buvo, taip ir liks aukščiau nei kiti du, kaip kad paveikslėlyje **E**.

Teisingas atsakymas **E**.

10. (E) 48

! Visai neverta tikrinti atsakymų. Spręskime uždavinį nuo galo.

Kadangi Klara paėmė pusę saldainių, tai ir vazoje liko pusė saldainių. Vadinasi, 6 saldainiai buvo jų pusė, ir kai Klara ėmė, tai vazoje buvo 12 saldainių.

Po Tomo ėmimo vazoje taip pat liko pusė saldainių – 12. Vadinasi, kai Tomas ėmė, saldainių buvo 24.

Bet Salvinija taip pat paėmė pusę saldainių, liko 24, vadinasi, iš pradžių vazoje buvo 48 saldainiai.

Renkamės atsakymą **E**.

!! Kas nebijo, gali spręsti uždavinį sudarydamas lygtį. Sakykime, kad saldainių buvo x. Salvinijai paėmus jų pusę, liko taip pat pusė, t.y. $\frac{x}{2}$. Po Tomo ėmimo saldainių liko pusė buvusių, t.y. $\frac{x}{4}$. Po Klaros ėmimo šitų saldainių liko pusė, t.y. $\frac{x}{8}$. Kadangi pasakyta, kad liko 6 saldainiai, turime lygtį

$$\frac{x}{8} = 6.$$

Taigi $x = 6 \cdot 8 = 48$.

Žodinių uždavinių atsakymus būtina tikrinti, t.y. žiūrėti, ar „išeina“.

Patikrinimas. Jei vazoje buvo 48 saldainiai, tai po Salvinijos jų liko 24, to Tomo 12, po Klaros 6. Taip ir turėjo būti.

Beje, kai patikrinimo nereikia, vis tiek labai verta pasitikrinti. Netgi galima rašyti „Pa**si**tikrinimas“ ir daryti ką tik nori,– nepakenks.

Teisingas atsakymas **E**.

!!! O ką daryti, jei trupmenų nemokame ar bijome. Tada gelbsti... skliaustai.

Sakykime, kad saldainių buvo x. Tada po Salvinijos jų liko $x : 2$, po Tomo $(x : 2) : 2$, po Klaros $[(x : 2) : 2] : 2$. Vadinasi,

$$\begin{aligned} [(x : 2) : 2] : 2 &= 6 \\ (x : 2) : 2 &= 12 \\ x : 2 &= 24 \\ x &= 48 \end{aligned}$$

!!!! Labai neblogas būdas sakyti, kad saldainių buvo $8x$. (Kodėl $8x$, o ne $9x$? Todėl, kad mums ateityje teks dalyti iš 2, dar iš 2, ir dar iš 2, ir pasirenkame „patogius“ skaičius.)

Po Salvinijo saldainių liko $8x : 2 = 4x$, po Tomo $4x : 2 = 2x$, po Klaros $2x : 2 = x$. Bet liko 6 saldainiai, todėl $x = 6$. Vadinasi, iš pradžių buvo $8x = 8 \cdot 6 = 48$ saldainiai. O trupmenų ir vėl nebuvo...

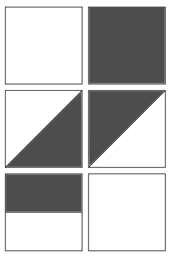
11. (B) 

! Vėl galima tikrinti atsakymus, bet tai ilga ir nuobodu. Be to, laiko visuomet trūksta.

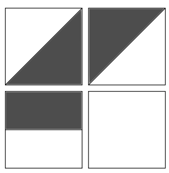
Paprastas būdas – suskaičiuoti, kiek langelių paveikslėlyje užima tamsus plotas, ir kiek šviesus. matome, kad juodo ploto yra 2 langeliai ir 3 po pusę langelio. Balto ploto yra 3 langeliai ir 3 po pusę langelio. Vadinasi, juodo ploto yra 1 langeliu mažiau. Todėl plotai bus vienodi, jei pridėsime juodą langelį.

Teisingas atsakymas **B**.

!! Pasirodo, galima nieko neskaičiuoti. Išmeskime vieną juodą ir vieną baltą kvadratą, pavyzdžiui dešiniuosius:



Dabar išmeskime abu viršutinius kvadratus:



Dabar paeiliui po vieną išmetame margus kvadratus. Liko vienas baltas kvadratas. Kadangi juodo ir balto išmetėme po lygiai, tai visą laiką buvo 1 baltu kvadratu daugiau. O kad būtų lygu, reikia pradinę figūrą papildyti juodu kvadratu.

Beje, tai iš esmės tas pats poravimo, arba abipusės atitikties būdas (žr. Nykštuko 3 uždavinio sprendimą).

12. (**D**) 95

! Kadangi bet kurių dviejų skaitmenų suma mažesnė už 10, tai vienetus galima sudėti atskirai, dešimtis – atskirai. Dešimčių skaitmuo turi būti didžiausias, vadinasi, tai $9 = 4+5$. Vienetams lieka $5 = 2 + 3$. Beje, taip įrašyti skaitmenis į langelius galima net keturiais būdais: $42 + 53$, $43 + 52$, $52 + 43$, $53 + 42$.

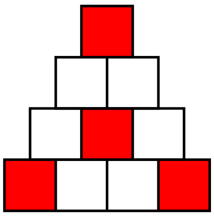
Teisingas atsakymas **D**.

13. (**A**) Raudonas

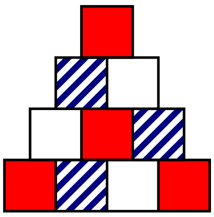
? Uždavinys sunkus vien tuo, kad atsakymų čia nepatikrinsi. Paspėliojus greitai pavyksta sudėlioti trinkeles reikalaujamu būdu. Klaustuko vietoje, teisingai sudėliojus reikalaujamu būdu, atsiduria raudona trinkelė.

Kadangi *Kengūros* užduotyse tik vienas atsakymas teisingas, tai renkamės atsakymą **A**.

! Dėliojant vis dėlto reikia turėti kokį nors planą, kokią nors mintį. Čia ta mintis galėtų būti tokia: Kadangi raudonųjų trinkelių daugiausia, tai ir pradėti verta nuo jų. Jas, matyt, dėti reikia kuo toliau viena nuo kitos, todėl nebloga mintis iš karto dėti jas trijuose kampuose. Kevirtąją raudoną trinkelę natūralu dėti į „centrą“, į klaustuko vietą (paveikslėliuose trinkeles vaizduosime kvadratėliais, dažnai ir kalbėsime apie juos):



Dar reikia nepamiršti, kad teisingai būtina išdėlioti ir kitų spalvų trinkeles. Natūralu iš pradžių „išmėtyti“ tris mėlynąsias – sudėti jas „trikampiu“:



Į likusias tris vietas žaliąsias ir geltonąją trinkeles galima dėti bet kaip.

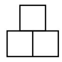
Sudėjome trinkeles reikalaujamu būdu, ir klaustuko vietoje stovi raudonoji trinkelė. O gal kitaip sudėliojus ten atsirastų kitos spalvos trinkelė? Ne, kengūriniai atsakymai tokie, kad iš jų tik vienas teisingas, ir jeigu jis teisingas, sudėliojus trinkeles reikalaujamu vienu būdu, tai jis teisingas ir sudėliojus kitais reikalaujamais būdais (trumpiau – teisingas visada).

Renkamės atsakymą **A**.

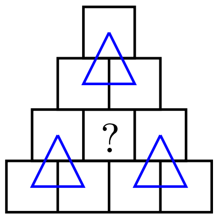
!! Kaip jau įprasta, dviem ar net trimis šauktukais pažymėti sprendimai labiau skirti mokytojui ar tėveliams. Mokinys, jei tai nuobodu ar per sudėtinga, gali ir nesistengti jų perskaityti.

Pabandysime įrodyti, kad nors ir kaip sudėtume trinkeles, klaustuku pažymėtoji trinkelė bus raudona. Kitaip sakant, mes galime įsivaizduoti, kad sprendžiame uždavinį, kai pasirenkamų atsakymų nėra. Jį suformuluoti galima taip:

Trinkelės sudėtos taip, kad dvi vienodos spalvos trinkelės neliečia viena kitos. Kokios spalvos gali būti pažymėtoji trinkelė?

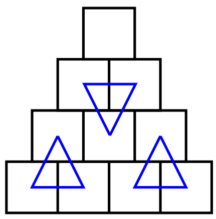
Uždavinio sprendimo mintis galėtų būti tokia: Sakykime, kad mums pavyko sudėti kvadratus reikalaujamu būdu. Suskirstykime kvadratus į tokias sritis, kad kiekvienoje gali atsidurti tik vienas kiekvienos spalvos kvadratas. Apčiuopti tokią sritį nesunku – tai tokia trijulė:  Kadangi kiekvienas kvadratas liečia kitus du, tai visi jie skirtingų spalvų.

Dabar išskirkime iš paveikslėlio tris trijules taip, kaip pavaizduota:



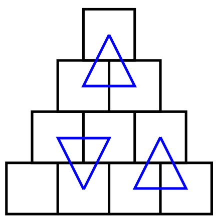
Kadangi kiekvienoje trijulėje bus po 1 raudoną, tai jose turime 3 raudonus kvadratėlius. Vadinasi, klaustuku pažymėtasis kvadratas būtinai raudonas.

Dabar viršutinę trijulę apverskime galva į apačią:



Kadangi dabar liko laisvas viršutinis langelis, tai jis raudonas.

Panašiai įrodome, kad apatinis kairysis kvadratėlis raudonas – užtenka apversti kairiąją trijulę:



Ir jau visiškai panašiai įrodome (simetrija!), kad apatinis dešinysis kvadratėlis raudonas.

Ką gi įrodėme? Ogi štai ką: jeigu įmanoma sukrauti kvadratėlius reikiamu būdu, tai pažymėtasis kvadratėlis (ir visi trys „kampiniai“) bus raudoni. Dar reikia įsitikinti, kad likusius kvadratėlius galima sudėlioti teisingai. Bet tai mes jau padarėme anksčiau.

Beje, čia gimsta dar vienas (sunkokas) uždavinys:

Kiek skirtingų paveikslėlių galima gauti sukraunant kvadratėlius reikalaujamu būdu? (Pagalvokite ir nustatykite, ar tikrai jų daugiau kaip 10.)

14. (B) 7

! Pereitą savaitę triušis sugraužė 30 morkų. Pasvarstykime, kaip tai galėjo atsitikti. Užduokime sau klausimą: kiek dienų triušis graužė vien morkas? Tai negalėjo būti 4 dienos ar daugiau – jis būtų sugraužęs ne mažiau kaip 36 morkas. Ar galėjo tai būti 3 dienos? Ne – per jas jis būtų sugraužęs 27 morkas, liktų 3 morkos, bet juk triušis kitomis dienos ėda arba 4 morkas, arba 0. Ar galėjo tai būti 2 dienos? Per jas jis būtų sugraužęs 18 morkų, liktų 12 morkų. Jas jis gali sugraužti per 3 dienas. Per tas 3 dienas kartu su morkomis jis sugraužė ir 3 kopūstus, o per likusias 2 dienas jis graužė po 2 kopūstus, – iš viso 7 kopūstai.

Jau galima būtų rinktis atsakymą, bet eikime iki galo. Ar galėjo triušis graužti vien morkas 1 dieną? Ne, nes liktų 21 morka, o jis jas graužia jei ne po 9, tai po 4 (o 21 iš 4 nesidalija). Negalėjo būti, kad jis vien morkų iš viso negraužė (= graužė 0 dienų), nes 30 morkų po 4 nesugrauši.

Vadinasi, liko vienintelė galimybė – 2 „morkinės“ dienos, ir matėme, kad kopūstų tada sugraužiama 7.

Teisingas atsakymas **B**

!! Svarbiausia uždavinio dalis – nustatyti, kiek dienų triušis graužė vien morkas. Pažymėkime „morkinių“ dienų skaičių M, „kopūstinių“ dienų skaičių K, likusių dienų (kai triušis graužė ir kopūstus, ir morkas) L.

Užrašykime, kiek triušis sugraužė morkų: M dienų jis graužė po 9, o L dienų po 4, vadinasi, sugraužė $9M + 4L$ morkų. Bet tai sudaro 30 morkų, taigi

$$9M + 4L = 30.$$

Dabar galime net pamiršti, kas tas M ir kas tas L: mums reikia nustatyti tokias sveikąsias M ir L reikšmes, kad lygybė būtų teisinga. Vyresnėse klasėse sakoma, kad šitą lygtį reikia išspręsti sveikaisiais skaičiais. Joje du nežinomieji – tokias lygtis vadina diofantinėmis. (Diofantas – senovės mokslininkas, gyvenęs prieš kelis tūkstantmečius ir sukūręs tokių lygčių sprendimo metodus.)

Mes šitą lygtį jau išsprendėme perrankos būdu.

Jei $M = 0$, tai $4L = 30$, neišeina (sakoma: sprendinių nėra).

Jei $M = 1$, tai $4L = 21$, sprendinių nėra.

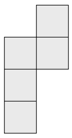
Jei $M = 2$, tai $4L = 30 - 18$, $L = 3$.

Jei $M = 3$, tai $4L = 13$, sprendinių nėra.

Jei $M = 4$ ar daugiau, tai kairė pusė ne mažiau už 36, sprendinių nėra.

Dabar žinome: lygtis turi vienintelį sprendinį $M = 2$, $L = 3$.

O suskaičiuoti kopūstus tai jau mokame....

15. (C) 

! Kai pasakyta, kad čia suklijuoti 8 kubeliai, tai jau lengviau juos įžiūrėti ir suvokti, kaip jie suklijuoti. Taip pat tada nesunku suprasti, kad iš viršaus matysime 5 kubelius. Tiek jų tėra vieninteliame atsakyme.

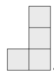
Renkamės atsakymą **C**.

!! O kas gi pavaizduota kituose atsakymuose? Jeigu į bokštą žiūrėsime „iš priekio“, neužstotus matysime tik 3 kairiuosius ir 1 dešinįjį kubelį – vaizdas ir parodytas atsakyme **A**.

Jeigu žiūrėsime į bokštą iš dešinės (įsivaizduokime didžiulį „tikrą“ tokį bokštą, apie kurį vaikštome), tai matysime 7 neužstotus kubelius, ir tai vaizduojame atsakyme **B**.

Vaizdą **E** matysime, jeigu žiūrėsime į bokštą iš kairės (suskaičiuokite matomus kubelius, pasistenkite įsivaizduoti). Žinoma, tas vaizdas simetriškas vaizdui **B**.

Vaizdas iš viršaus, jau žinome, tai **C** (beje, toks būtų šešėlis ant grindų, jei bokštas kabėtų, o apšviestas būtų iš viršaus).

Dabar jau aišku, kad vaizdas iš užpakalio būtų simetriškas **A**, t.y. .

O kaip pamatyti vaizdą **D**? Mes nepratę kabėti žemyn galvą, todėl žemyn galva apverskime bokštą (pavyzdžiui, versdami iš dešinės į kairę) ir pakabinkime. Iš priekio matysime vaizdą **D**. O apverstas bokštas net stovėtų ir nenugriūtų, jei jo galva būtų medinė, o visi kiti kubeliai – tuščiaviduriai popieriniai!

Teisingas atsakymas **C**.

16. (B) 181

! Būtų beprotybė skaičiuoti skrituliukus be jokio plano ar sistemos. Įsižiūrėjus aišku, kad galima skaičiuoti, pavyzdžiui, pagal eiles. Viršutinė eilė – ilgoji, joje 8 viršutiniuose kvadratuose po 2 skrituliukus, taigi 16 skrituliukų. Po ja eilė vidutinė, joje skrituliukų kiek ir kvadratų – 8. Ketvirtoji eilė trumpiausia, joje 7 skrituliukai. Ilgųjų eilių yra $4 \cdot 2 = 8$, vidutinių yra 4, o trumpųjų 3. Vadinasi, iš viso yra $8 \cdot 16 + 4 \cdot 8 + 3 \cdot 7 = 8 \cdot 20 + 21 = 181$ skrituliukas.

Teisingas atsakymas **B**.

!! Žinoma, geriau būtų skaičiuoti rutuliukus ne po vieną, o stambiau. Patogu imti juos kvadratais. Matome 4 eiles po 8 kvadratus – 32 kvadratai, $32 \cdot 5 = 160$ skrituliukų. Neįskaitytos liko dar 3 eilės po 7 kvadratus – 21 kvadratas. Bet juose yra tik po 1 neįskaitytą skrituliuką. Taigi iš viso skrituliukų yra $160 + 21 = 181$.

O gal jūs sugalvosite dar greitesnį būdą?

!!! Matematikai dar naudojasi vienu neblogu – įskaitymo ir išskaitymo būdu (vos ne buhalterija!).

Iš pradžių suskaičiuojame kvadratus – jų, kaip matėme (ir matome) yra $4 \cdot 8 + 3 \cdot 7 = 32+21 = 53$. Kiekviename kvadrate 5 skrituliukai, taigi suskaičiuojame (įskaitome) $53 \cdot 5 = 265$ skrituliukus.

Dabar įsižiūrėję matome, kad kai kurie skrituliukai patenka į du kvadratus. Vadinasi, juos mes įskaitėme po 2 kartus, todėl dabar reikia juos išmesti (išskaityti iš sumos) ir jie taps įskaityti kaip tik 1 kartą. Tokių „negerų“ skrituliukų matome 6 eiles po 14, taigi 84. Išskaitome: $265 - 84 = 181$. Neįtikėtina!

17. **D** 7

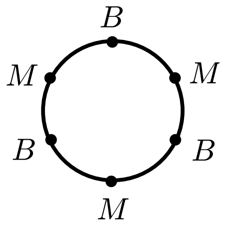
! Reikia nagrinėti skaičius nuo 11 iki 37 (aišku, 31 tinka – jis nėra didesnis už 31, 10 netinka – jis nėra didesnis už 10). Nesunku visus juo patikrinti iš eilės.

Skaičius 11 tinka (jis neturi „netikusių“ skaitmenų 0, 4, 5, 6, 7, 8, 9), 12 tinka, 13 tinka, 14 netinka (turi blogą skaitmenį), taip pat netinka 15, 16, 17, 18, 19, 20. Skaičiai 21, 22, 23 tinka, skaičiai 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30 netinka. Skaičius 31 vėl tinka. Vadinasi tinka skaičiai 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31 – iš viso 7.

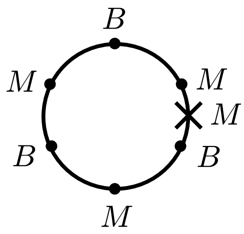
Teisingas atsakymas **D**.

18. **C** 4

? Uždavinys, kur iš karto uždirbame 5 taškus. Sustatome ratu 6 vaikus, žinoma, pakaitomis berniukus (B) ir mergaites (M) (1 pav.).



1 pav.



2 pav.

O dabar žiūrime, ar galima statyti dar vieną mergaitę. Žinoma, ir net bet kur (2 pav.). Berniukai kaip nestovėjo greta, taip ir nestovi. O mergaitė juk statoma tarp berniuko ir mergaitės! Sustatėme 7 vaikus, kaip reikalauja sąlyga. Mergaičių čia 4.

Renkamės atsakymą **C**.

! Taigi uždirbti 5 taškus labai paprasta. O dabar – klausimėlis: nejaugi tų mergaičių negali būti kitiek? Na, pavyzdžiui, trys, ar, pavyzdžiui, 5? Čia ir prasideda rimta matematika.

Kadangi du berniukai nestovi greta, tai būtinai yra ir mergaičių.

Jeigu mergaitė viena, tai visi 6 berniukai stovi greta.

Jeigu mergaitės dvi, tai jos apskritimą dalija į du lankus. Berniukai 5, taigi bent viename lanke jų bus 3 ar daugiau. (Iš tikrųjų, jei kiekvienoje iš tų dalių būtų ne daugiau kaip 2 berniukai, tai iš viso jų būtų ne daugiau kaip 4. Prieštara.)

Jeigu mergaitės trys, tai jos apskritimą dalija į tris lankus. Berniukų 4, todėl bent 2 iš jų atsidurs tame pačiame lanke. (Iš tikrųjų, jei kiekviename iš trijų lankų būtų ne daugiau kaip 1 berniukas, tai iš viso jų būtų ne daugiau kaip 3. Prieštara, nes berniukai 4.)

O jeigu mergaitės keturios? Lankų tada net keturi, berniukų tik trys ir jokios prieštaros nematyti. Nieko nedarysi, gal tai visai įmanoma, kad būtų 4 mergaitės. Ieškome pavyzdžio, kad tai įmanoma. O rasti – lengva. Statome 4 mergaites, kiekvieną berniuką tarp dviejų mergaičių. Bet tai juk tas pats 2 pav. sustatymas! Teisingai! Nes kitokio ir negali būti.

Pagaliau – kas, jeigu mergaitės penkios? Tada berniukai du. Oi, jau prisiminėme – berniukai dalija apskritimą į du lankus, ir bent viename iš jų bus bent 3 mergaitės. Sąlyga pažeista – prieštara.

Na ir šešių mergaičių atvejis. Net ir jis įdomus: kad ir kur berniuką pastatytum, visos 6 mergaitės stovės greta!

Taigi ratu gali stovėti tik 4 mergaitės – nei daugiau, nei mažiau.

19. (B) 3

? Nesukime sau galvos – statykime K į pirmą vietą, tada O atsidurs šeštoje: KARGONOA.

Antra raidė A – savo vietoje, atkelkime į trečią vietą raidę N, – R atsidurs šeštoje: KANGOROA.

Dabar į penktąją vietą kelkime A (žinoma, tą, kuri aštuntoje vietoje), O nukeliaus į aštuntąją: KANGAROO.

Bet juk tai ko reikia!

Vadinasi, trijų ėjimų užtenka. Bet kas iš to? O gal gudriau kilnojant ir dviejų ėjimų užtektų? Kitaip sakant, atsakymai **C**, **D**, **E** atkrenta, bet lieka **A** ir **B**.

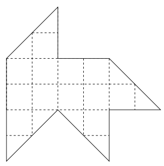
Pabandome dar pakilnoti – geriau neišeina. Spėjame, kad reikia 3 ėjimų.

Renkamės atsakymą **B**.

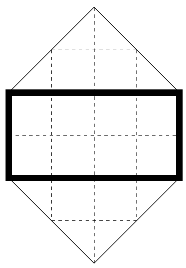
! Kaip įsitikinti, kad tikrai reikia bent trijų ėjimų? Samprotaujame taip. Ką daro vienas ėjimas? Jis perkelia į naujas vietas dvi raides? Argi? O jeigu keičiame vietomis O su O? Būkime atsargesni – ėjimas perkelia į naują vietą *daugiausiai* 2 raides.

Štai čia ir turi gimti mintis: o kiek gi mums reikia perkelti raidžių? Kitaip sakant – kiek jų yra ne savo (sakykime: blogose) vietose. Surašome: tai O, R, O, N, K, A. Kiekviena iš jų šešių turi eiti į kitą vietą, taigi tikrai reikia mažiausiai 3 ėjimų (o gal ir daugiau – juk sukeitus dvi raides gali tik viena atsidurti savo vietoje). Bet jau įsitikinome, kad 3 ėjimų užtenka (mums pasisekė – vieną statant į vietą, ir kita neplanuotai atsistojo į savo vietą).

Teisingas atsakymas **B**.

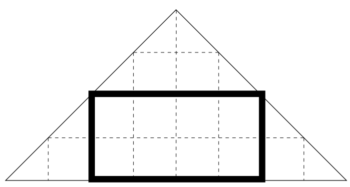
20. (D) 

! Neblogas būdas tikrinti atsakymus. Ar galima iš nurodytų dalių sudėti figūrą **A**? Pasakykime kitaip: ar galima figūrą **A** padalinti į nurodytus stačiakampį, trikampį ir du trikampėlius? Nuo ko gi pradėti? Žinoma, nuo didžiausios dalies – stačiakampio 2×4. Iškirpkime jį, kaip parodyta:



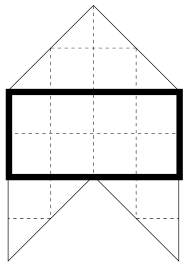
Tada iš karto turime trikampį su ilgąja kraštine 4, trikampėlius (su kraštinėmis 1 ir 1) gausime perkirpę vieną iš trikampių pusiau. Vadinasi, iš nurodytų dalių figūrą **A** sudėti galima.

Iš paveikslėlio **B** vėl iškerpame stačiakampį:

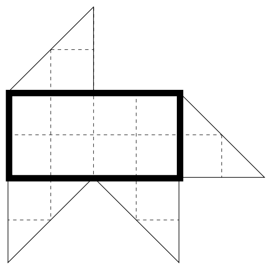


Dabar jau iš karto gavome visas 4 reikiamas dalis. Vadinasi, ir figūrą **B** sudėti galima.

Lygiai tas pat atsitinka su paveikslėliu **C**, iškirpus stačiakampį:

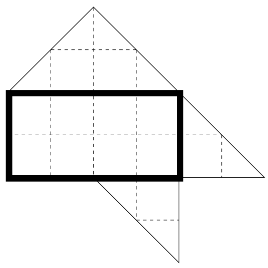


Figūrą **C** sudėti galima. Iškerpame stačiakampį iš figūros **D**.



Deja, figūra subyrėjo į 5 dalis – o mums reikia keturių. Bet kyla toks klausimas: o gal mes prastai kerpame, ir galima sukarpyti **D** į keturias reikiamas dalis? Klausimas sunkėlesnis, ir mes šitą atvejį atidėkime.

Imkime figūrą **E**. Iš jos iškirpus stačiakampį, figūra vėl subyra į 4 reikiamas dalis.

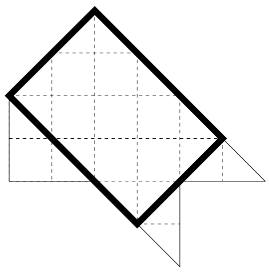


Vadinasi, figūras **A**, **B**, **C**, ir **E** tikrai galima sudėti, o figūrą **D** – dar nežinia. Bet kadangi *Kengūros* konkurse teisingas tik vienas atsakymas, tai galima drąsiai teigti, kad figūros **D** sudėti negalima.

Renkamės atsakymą **D**.

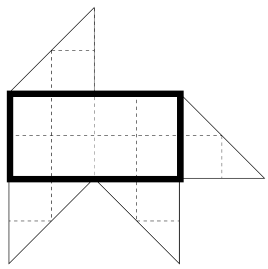
!! Grįžkime prie figūros **D** – ar tikrai jos sudėti negalima? Kitaip sakant, ar negalima jos sukarpyti į 4 reikiamas dalis? Pavyzdžiui, jeigu stačiakampį kerpame tik per langelių kraštines, tai panašu, kad yra tik tas jau nurodytas būdas, ir nieko neišeina.

O gal kerpant ne per kraštines galima reikiamą stačiakampį iškirpti? Juk, pavyzdžiui, galima iškirpti palyginti nemažą stačiakampį:



O jeigu dar vos vos sumažintume jį, tai stačiakampį iškirpus figūra **D** net nesubyrėtų – būtų tik dvi nesubyrėjusios dalys. Žodžiu, viskas tada ne taip paprasta.

Samprotauti galima būtų taip. Aišku, kad karpant nė gabalėlio negalima išmesti – tai gerai matyti iš šio paveikslėlio:



Jame matome 4 smailius „ragus“. Joks ragas (bent jau jo smailusis galas) nepriklauso stačiakampiui. Jokie du ragai nepriklauso tam pačiam trikampiui. Vadinasi, kad ir kaip kirptume, gausime mažiausiai 5 dalis, o jų turi būti keturios.

Vadinasi, tikrai figūros **D** sudėti negalima.

Teisingas atsakymas **D**.

21. D Meškiuką, dėlionę ir šachmatus

! Iš pradžių Jonas išsirinko 3 žaislus už $200 - 18 = 182$ litus. Pakeitęs žaislą, jis gavo 25 litus, vadinasi, jis atsisakė lėlės ir pasiėmė dėlionę (tik šių žaislų kaina skiriasi 25 litais). Vadinasi, už kitus du pasiimtus žaislus jis sumokėjo $182 - 73 = 109$ litus. Kadangi meškiukas, šachmatai ir sviedinys kainuoja $52 + 57 + 40 = 149$ litus, tai nepirktas iš šių trijų buvo žaislas už $149 - 109 = 40$ litų. Toks žaislas – sviedinys. Vadinasi, pirkti buvo meškiukas, šachmatai ir, aišku, dėlionė.

Teisingas atsakymas **D**.

22. D 5

? Atspėti atsakymą nesunku: kadangi dėmenų pirmųjų skaitmenų suma dviženklė, tai bandome 6 ir 4 (nes $6 + 5 = 11$ duoda du vienodus skaitmenis). Turime

$$6\square + 4\square = \square\square\square$$

Bandome imti

$$6\square + 4\square = 10\square$$

Tada lieka skaitmenys $2, 3, 5$, taigi turime

$$62 + 43 = 105.$$

Renkamės atsakymą **D**.

! Atspėjome vieną galimybę. Raskime visus sprendinius. Kadangi dviejų dėmenų suma didesnė už 100, tai bent vienas dėmuo didesnis už 50. Vadinasi, pirmas skaitmuo didesniojo (sakykime, pirmojo) dėmens 6 arba 5.

Jeigu tai 6, turime lygybę

$$6\square + \square\square = \square\square\square.$$

Kadangi didžiausia antrųjų skaitmenų suma ne didesnė už $5 + 4 = 9$, tai antrojo dėmens dešimčių skaitmuo 4 (6 ir 5 suma būtų 11 – du vienodi skaitmenys). Turime $6\square + 4\square = 10\square$. Vienetams lieka skaitmenys $2, 3, 5$, taigi arba $62 + 43 = 105$, arba $63 + 42 = 105$.

Jeigu tai 5, tai turime lygybę $5\square + \square\square = \square\square\square$. Antrojo dėmens dešimčių skaičius mažesnis, todėl lygus 4 (dar mažesnis neduotų triženklės sumos),

$$5\square + 4\square = \square\square\square.$$

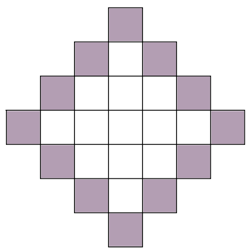
Bet vienetų skaitmenų suma ne didesnė už $6 + 3 = 9$, todėl dešimčių skaitmenų suma $5 + 4 = 9$ nėra dviženklė.

Vadinasi, vienintelė galimybė pilkajam skaitmeniui yra 5.

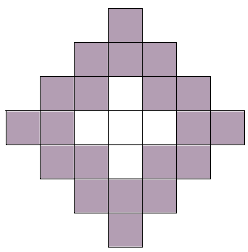
Teisingas atsakymas **D**.

23. (D) 21

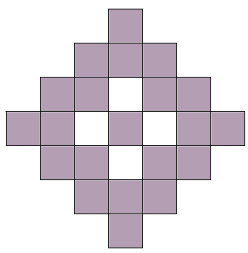
? Tušuokime langelius. Iš pradžių tušuojame pirmą „eilę“ – joje 12 langelių:



Užtušuojame antrą „eilę“ – turime užtušuotų jau 20 langelių, o juodo kvadrato 2×2 dar nėra:



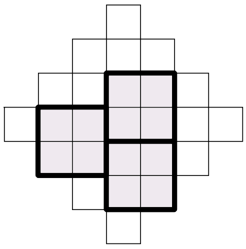
Matome, kad galima užtušuoti ir centrinį langelį – turime 21 užtušuotą langelį:



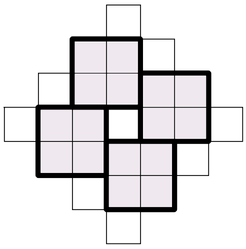
Sunku tikėtis, kad gali pavykti kitaip užtušuoti daugiau, nei 21 langelį.

Renkamės atsakymą **D**.

! Pabandykime įrodyti, kad daugiau kaip 21 langelio užtušuoti negalima. Mintis čia tokia: imkime bet kurį kvadratą – jame būtinai bus bent vienas neužtušuotas langelis. Nesunku sutalpinti mūsų figūroje net tris nepersidengiančius kvadratus:



Vadinasi, juose jau tikrai yra bent 3 neužtušuoti langeliai, todėl užtušuotų langelių iš viso yra ne daugiau kaip 22. O gal galima į mūsų figūrą „sukimšti“ 4 kvadratus. Pasirodo, tai įmanoma:



Vadinasi, pagal sąlygos reikalavimus yra mažiausiai 4 neužtušuoti langeliai, t.y. tikrai ne daugiau kaip 21 užtušuotas langelis.

Bet mes jau sugebėjome užtušuoti lygiai 21 langelį, vadinasi, tai ir yra atsakymas

Teisingas atsakymas **D**.

24. (D) 8

? Pabandykime atspėti atsakymą. Užpildykime kaip nors lentelę. Skaičiaus 5 negalima rašyti į vidurį – tada jo kaimynai bus 5, 7, 8, 9, o jų suma ne 13. Bandome įrašyti 5 tarp 1 ir 4. Kad visų trijų kaimynų suma būtų 13, centre įrašome 8. Aišku, kad 6 reikia įrašyti tarp 2 ir 3 – tada šešeto kaimynų suma $2 + 3 + 8$ taip pat lygi 13. Paskutinis sąlygos reikalavimas – kad lentelėje būtų visi skaičiai, todėl 7 ir 9 įrašome bet kaip į likusius langelius. Centre stovi 8.

Renkamės atsakymą **D**.

! O gal pavyks į centrą įrašyti kitą skaičių, ne 8? Jau įsitikinome, kad 5 negali būti viduryje – tada kaimynų 6, 7, 8, 9 suma nelygi 13. O gal į vidurį galima įrašyti skaičių 6? Ne, nes tada kaimynų suma būtų $5 + 7 + 8 + 9 = 29$, o ne 13. Vadinasi, abu skaičiai 5 ir 6 yra ne viduryje.

Skaičiams 5 ir 6 centrinis skaičius – bendras kaimynas. Kadangi skaičių 5 ir 6 kaimynų sumos lygios, tai turi būti lygios ir dviejų kitų kaimynų sumos. Bet iš sumų $1+2$, $2+3$, $3+4$, $4 + 1$ lygios tik $2 + 3$ ir $4 + 1$, todėl 5 ir 6 turi būti tarp skaičių 1 ir 4 bei 2 ir 3. Vadinasi, centre turi stovėti skaičius $13 - 1 - 4 = 8$.

Taigi nors yra keletas galimybių užpildyti lentelę, bet centre vis tiek stovės 8.

Teisingas atsakymas **C**.

Atsakymai

Uždavinio Nr.	Atsakymas
1	D
2	D
3	E
4	A
5	A
6	E
7	E
8	C
9	E
10	E
11	B
12	D
13	A
14	B
15	C
16	B
17	D
18	C
19	B
20	D
21	D
22	D
23	D
24	D