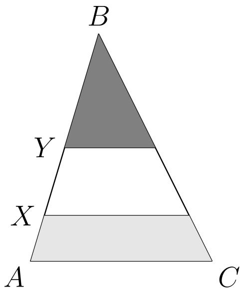
22. Maja chce ustawić na półce regału 3 różne słowniki i 2 różne powieści w taki sposób, aby zarówno słowniki, jak i powieści stały obok siebie. Na ile sposobów może to zrobić?
A) 12 **B)** 24 **C)** 30 **D)** 60 **E)** 120

23. Ile dwucyfrowych liczb naturalnych jest sumą dokładnie 6 różnych liczb całkowitych, z których każda jest potęgą liczby 2 (dopuszczamy potęgę 2^0)?
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

24. W trójkącie ABC przez punkty X i Y boku AB poprowadzono proste równoległe do jego podstawy AC (patrz rysunek). Pola zacieniowanych obszarów są równe. Jaki jest stosunek $BY : YA$, jeżeli $BX : XA = 4 : 1$?
A) $1:1$ **B)** $2:1$ **C)** $3:1$ **D)** $3:2$ **E)** $4:3$



25. Dwusieczna kąta ostrego w trójkącie prostokątnym dzieli przeciwległy bok na dwa odcinki o długościach 1 i 2. Jaką długość ma ta dwusieczna?
A) $\sqrt{2}$ **B)** $\sqrt{3}$ **C)** $\sqrt{4}$ **D)** $\sqrt{5}$ **E)** $\sqrt{6}$

26. Niech $\overline{xy}$ oznacza zapis liczby dwucyfrowej o cyfrach x i y. Na ile sposobów można wybrać różne cyfry a, b, c, tak aby $\overline{ab} < \overline{bc} < \overline{ca}$?
A) 84 **B)** 96 **C)** 125 **D)** 201 **E)** 502

27. Po skreśleniu jednej spośród liczb: $1, 2, 3, \ldots, n$ średnia arytmetyczna liczb pozostałych jest równa 4,75. Jaką liczbę skreślono?
A) 5 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** Wyznaczenie tej liczby jest niemożliwe

28. Liczba 12 ma 6 dodatnich dzielników całkowitych, są nimi liczby: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Największa możliwa liczba dodatnich całkowitych dzielników liczby dwucyfrowej jest równa
A) 6 **B)** 8 **C)** 10 **D)** 12 **E)** 16

29. Rozważamy dziesięcioelementowe zbiory liczb. Każdą liczbę w zbiorze, która jest iloczynem pozostałych 9 liczb, podkreślamy. Co najwyżej ile liczb może być podkreślonych?
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 9 **E)** 10

30. Na prostej zaznaczono pewną liczbę punktów, a następnie każde dwa z tych punktów połączono odcinkiem. Jeden spośród zaznaczonych punktów leży dokładnie wewnątrz 80 narysowanych odcinków, a inny dokładnie wewnątrz 90 odcinków. Ile punktów zaznaczono na prostej?
A) 20 **B)** 22 **C)** 80 **D)** 90 **E)** Liczby punktów nie można ustalić

Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerija *VU Matematikos ir informatikos fakultetas*
Kengūros organizavimo komitetas *Leidykla TEV* *VU Matematikos ir informatikos institutas*

KANGUR 2015

J

Czas trwania konkursu: 75 min
Używać kalkulatorów nie wolno!

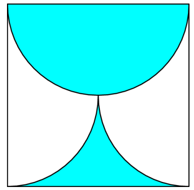
Junior
Klasy 9–10

Pytania po 3 punkty

1. Która z poniższych liczb jest najbliższa liczbie $20{,}15 \cdot 51{,}02$?
A) 100 **B)** 1 000 **C)** 10 000 **D)** 100 000 **E)** 1 000 000

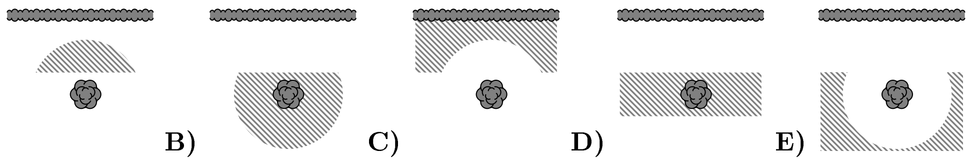
2. Mama zrobiła pranie i wywiesiła do suszenia koszulki na lince jedna za drugą. Następnie poprosiła swoją córkę, aby powiesiła po jednej skarpecie pomiędzy każde dwie koszulki. Teraz na lince suszy się 29 sztuk odzieży. Ile koszulek suszy się na lince?
A) 10 **B)** 11 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 15

3. Zacieniowany obszar kwadratu o boku a jest ograniczony półokręgiem i dwiema ćwiartkami okręgu (patrz rysunek). Ile jest równe pole zacieniowanego obszaru?
A) $\frac{\pi a^2}{8}$ **B)** $\frac{a^2}{2}$ **C)** $\frac{\pi a^2}{2}$ **D)** $\frac{a^2}{4}$ **E)** $\frac{\pi a^2}{4}$



4. Siostry Ania, Beata i Celina kupiły paczkę 30 herbatników. Ciastka podzieliły między siebie po równo. Na zakup ciastek Ania dała 80 ct, Beata 50 ct, Celina zaś 20 ct. O ile więcej ciastek miałaby Ania, gdyby siostry podzieliły ciastka proporcjonalnie do wyłożonych kwot?
A) 10 **B)** 9 **C)** 8 **D)** 7 **E)** 6

5. Pan Harpagon chce wykopać skarb, który zakopał w swoim ogrodzie kilka lat temu. Pamięta jedynie, że zakopał go w odległości co najmniej 5 m od żywopłotu i co najwyżej 5 m od pnia starej gruszy. W którym z zacieniowanych obszarów pan Harpagon powinien szukać swojego skarbu?



A) **B)** **C)** **D)** **E)**

6. Cyfrą jedności liczby $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$ jest
A) 1 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 9

7. W klasie jest 33 uczniów. Każdy z nich lubi informatykę lub wychowanie fizyczne. Trzech uczniów lubi oba te przedmioty. Liczba uczniów lubiących tylko informatykę jest dwa razy większa od liczby uczniów lubiących tylko wychowanie fizyczne. Ilu uczniów tej klasy lubi informatykę?
A) 15 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 22 **E)** 23

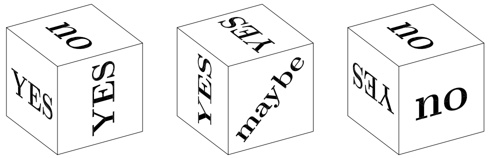
8. Która z poniższych liczb nie jest ani kwadratem, ani sześcianem liczby naturalnej?
A) 6^{13} **B)** 5^{12} **C)** 4^{11} **D)** 3^{10} **E)** 2^{9}

9. Pan Świeca zakupił 100 świec. Codziennie wypala jedną świecę, a z wosku pozostałego po wypaleniu każdych 7 świec robi jedną nową świecę. Po ilu dniach pan Świeca będzie musiał ponownie zakupić nowe świece?
A) 112 **B)** 114 **C)** 115 **D)** 116 **E)** 117

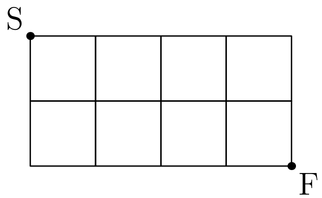
10. Niech n oznacza liczbę kątów wewnętrznych pięciokąta wypukłego, które są kątami prostymi. Lista wszystkich możliwych wartości n, to
A) 1, 2, 3 **B)** 0, 1, 2, 3, 4 **C)** 0, 1, 2, 3 **D)** 0, 1, 2 **E)** 1, 2

Pytania po 4 punkty

11. Rysunek obok przedstawia trzy różne widoki kostki. Rzucamy kostką. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wypadło YES?
A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** $\frac{5}{9}$ **D)** $\frac{2}{3}$ **E)** $\frac{5}{6}$



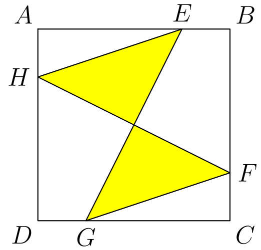
12. Prostokątna plansza jest podzielona na 8 kwadratów o boku 1 (patrz rysunek). Po planszy można poruszać się chodząc po bokach kwadratów lub ich przekątnych. Ile jest równa długość najkrótszej drogi pomiędzy przeciwległymi rogami planszy?
A) $2\sqrt{5}$ **B)** $\sqrt{10}+\sqrt{2}$ **C)** $2+2\sqrt{2}$ **D)** $4\sqrt{2}$ **E)** 6



13. Każdy mieszkaniec planety **X** ma przynajmniej 2 czułki. Trzech mieszkańców o imionach: Imi, Dimi i Trimi spotkało się w kraterze. Imi powiedział: „Widzę 8 czułków", Dimi: „Widzę 7 czułków", a Trimi: „Widzę tylko 5 czułków". Żaden z nich nie mógł widzieć swoich czułków. Ile czułków ma Trimi?
A) 2 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

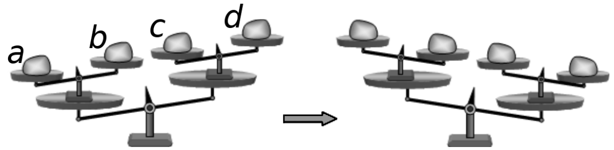
14. Zbiornik w kształcie prostopadłościanu o podstawie kwadratu, którego bok ma długość 10 cm, wypełniono wodą do wysokości h cm. Po wrzuceniu do zbiornika metalowego sześcianu o krawędzi 2 cm poziom wody podniósł się na tyle, że cały sześcian znajduje się pod wodą. Minimalna wartość h (cm), dla której jest to możliwe, wynosi
A) 1,92 **B)** 1,93 **C)** 1,90 **D)** 1,91 **E)** 1,94

15. Kwadrat $ABCD$ ma pole równe 80. Punkty E, F, G, H leżą na jego bokach i $AE = BF = CG = DH$ oraz $AE = 3EB$. Ile jest równe pole zacieniowanego obszaru (patrz rysunek)?
A) 20 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 35 **E)** 40



16. Iloczyn wieku ojca i syna liczonych w latach jest równy 2015. Różnica wieku ojca i syna liczona w latach jest równa
A) 26 **B)** 29 **C)** 31 **D)** 34 **E)** 36

17. Na szalkach wagi położono cztery kulki. Dwie kulki były zamienione miejscami (patrz rysunek). Które kulki były zamienione miejscami?



A) a i b **B)** b i d **C)** b i c **D)** a i d **E)** a i c

18. Pierwiastki x równania $x^2 - 85x + c = 0$ są liczbami pierwszymi. Ile jest równa suma cyfr liczby c?
A) 12 **B)** 13 **C)** 14 **D)** 15 **E)** 21

19. Ile jest wszystkich dodatnich 3-cyfrowych liczb całkowitych, których każde dwie sąsiednie cyfry różnią się o 3?
A) 12 **B)** 14 **C)** 16 **D)** 20 **E)** 27

20. Jaś twierdzi: *Jeżeli n jest liczbą pierwszą, to dokładnie jedna z liczb $n-2$ lub $n+2$ jest liczbą pierwszą.* Który z przykładów pokazuje, że Jaś się myli?
A) $n = 11$ **B)** $n = 19$ **C)** $n = 21$ **D)** $n = 29$ **E)** $n = 37$

Pytania po 5 punktów

21. W każdy z siedmiu obszarów ograniczonych łukami okręgów wpisano jedną liczbę. Każda wpisana w obszar liczba jest sumą liczb wpisanych w obszary z nim sąsiadujące (dwa obszary sąsiadują, jeżeli ich częścią wspólną jest łuk okręgu). Jaką liczbę wpisano w obszar centralny oznaczony znakiem zapytania (patrz rysunek)?
A) 0 **B)** -3 **C)** 3 **D)** -6 **E)** 6