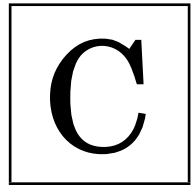


КЕНГУРУ 2015



Сеньор
11–12 классы

Продолжительность работы 75 минут
Пользоваться калькуляторами запрещается

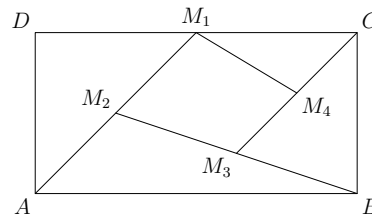
23. Если читать следующие утверждения по порядку, то какое из них первым окажется верным?
 А) Утверждение С верно В) Утверждение А верно С) Утверждение Е ложно
 D) Утверждение В ложно Е) $1 + 1 = 2$

24. Сколько всего существует правильных многоугольников, у которых углы (в градусах) равны целым числам?
 А) 17 В) 18 С) 22 D) 25 Е) 60

25. Сколько существует трёхзначных натуральных чисел, которые можно представить в виде суммы ровно девяти различных степеней числа 2 (2^0 тоже является степенью двойки)?
 А) 1 В) 2 С) 3 D) 4 Е) 5

26. Сколько существует различных прямоугольных треугольников с катетом, равным 20, у которых все стороны выражаются целыми числами?
 А) 1 В) 2 С) 3 D) 4 Е) 6

27. В прямоугольнике $ABCD$ точка M_1 – середина DC , точка M_2 – середина AM_1 , точка M_3 – середина BM_2 , а точка M_4 – середина CM_3 . Какую часть составляет площадь четырёхугольника $M_1M_2M_3M_4$ от площади прямоугольника $ABCD$?
 А) $\frac{7}{16}$ В) $\frac{3}{16}$ С) $\frac{7}{32}$ D) $\frac{9}{32}$ Е) $\frac{1}{5}$



28. На бумаге нарисованы синие и красные прямоугольники. Ровно 7 из них – квадраты. Красных прямоугольников на 3 больше, чем синих квадратов. Красных квадратов на 2 больше, чем синих прямоугольников. Сколько всего нарисовано синих прямоугольников?
 А) 1 В) 3 С) 5 D) 6 Е) 10

29. 96 членов клуба считалок стоят по кругу. Они один за другим начинают считать по ходу часовой стрелки: 1, 2, 3 и т. д. Каждый член клуба, назвавший чётное число, сразу выбывает из круга. После первого круга считалка продолжается: 97, 98, ... В конце остаётся только один считальщик. Какое число он назвал в первый раз?
 А) 1 В) 17 С) 33 D) 65 Е) 95

30. Боря и Вася заменяют цифрами буквы в слове KANGAROO (разные буквы разными цифрами, а одинаковые – одинаковыми; $K \neq 0$). Надо получить число, делящееся на 11. Боря получил наибольшее возможное число, а Вася – наименьшее. В обоих случаях одна и та же буква была заменена одной и той же цифрой. Какая это цифра?
 А) 0 В) 3 С) 4 D) 5 Е) 6

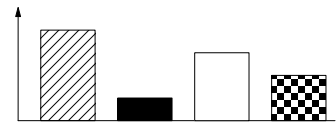
Задачи, оцениваемые в 3 очка

1. Если Андреа родилась в 1997 году, а её сестра Шарлотта – в 2001 году, то разность их возрастов заведомо составляет
 А) менее 4 лет В) не менее 4 лет С) ровно 4 года D) более 4 лет
 Е) не менее 3 лет

2. $(a - b)^5 + (b - a)^5 =$
 А) 0 В) $2(a - b)^5$ С) $2a^5 - 2b^5$ D) $2a^5 + 2b^5$
 Е) $2a^5 + 10a^4b + 20a^3b^2 + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$

3. Сколько решений имеет уравнение $2^{2x} = 4^{x+1}$?
 А) 0 В) Бесконечно много С) 2 D) 1 Е) 3

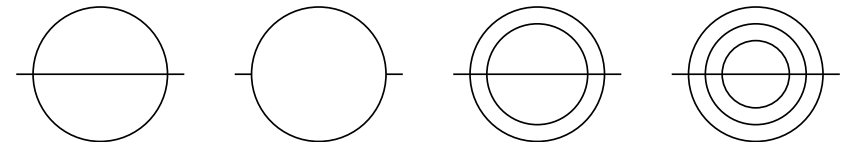
4. Диана нарисовала блочную диаграмму, отражающую соотношение четырёх ингредиентов в химическом соединении. Однако Джаспер считает, что его круговая диаграмма нагляднее отражает это соотношение. Какая это диаграмма?



- А) В) С) D) Е)

5. Какой результат получится, если сложить 31 натуральное число от 2001 до 2031 и разделить сумму на 31?
 А) 2012 В) 2013 С) 2015 D) 2016 Е) 2496

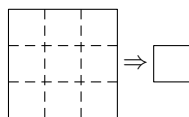
6. Сколько из следующих четырёх рисунков можно нарисовать одним росчерком, т. е. не отрывая карандаша от бумаги и не проводя ни одной линии дважды?



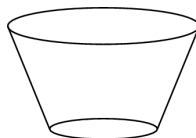
- А) 0 В) 1 С) 2 D) 3 Е) 4

7. Квадратный лист бумаги сложили по штриховым линиям произвольным образом и один угол полученного квадрата отрезали. Сколько дырок будет на этом листе, если его развернуть обратно?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 9



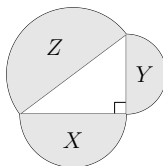
8. Стакан имеет форму усечённого конуса. Мы хотим оклеить всю его боковую поверхность бумагой без наложений. Какой формы должен быть соответствующий кусок бумаги?



- A) B) C) D) E)

9. На сторонах прямоугольного треугольника как на диаметрах построены три полукруга, площади которых равны X , Y и Z (см. рис.). Какое из следующих соотношений является верным?

- A) $X + Y < Z$ B) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ C) $X + Y = Z$
D) $X^2 + Y^2 = Z^2$ E) $X^2 + Y^2 > Z^2$



10. Какой из следующих списков является полным списком количества острых углов, которое может иметь выпуклый четырёхугольник?

- A) 0, 1, 2 B) 0, 1, 2, 3 C) 0, 1, 2, 3, 4 D) 0, 1, 3 E) 1, 2, 3

Задачи, оцениваемые в 4 очка

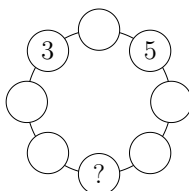
11. $\sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \cdot 2015) + (2015 : 2015)} =$
A) $\sqrt{2015}$ B) 2015 C) 2016 D) 2017 E) 4030

12. На сколько частей ось Ox и графики функций $y = 2 - x^2$, $y = x^2 - 1$ разбивают плоскость?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

13. Элла хочет вписать числа во все кружочки, расположенные по кругу, так, чтобы каждое число было равно сумме двух соседних. Два числа она уже вписала, как показано на рисунке. Какое число она должна вписать в кружок, отмеченный символом «?»

- A) -5 B) -16 C) -8 D) -3 E) Это невозможно сделать



14. Дано пять различных натуральных чисел a, b, c, d, e . Известно, что $c : e = b$, $a + b = d$ и $e - d = a$. Какое из этих чисел наибольшее?

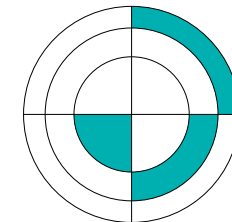
- A) a B) b C) c D) d E) e

15. Для n положительных чисел их среднее геометрическое определяется как корень степени n из произведения этих чисел. Среднее геометрическое 3-х положительных чисел равно 3, среднее геометрическое 3-х других положительных чисел равно 12. Чему равно среднее геометрическое всех этих шести чисел?

- A) 4 B) 6 C) $\frac{15}{2}$ D) $\frac{15}{6}$ E) 36

16. На рисунке справа изображены три концентрические окружности и два перпендикулярных диаметра. Оказалось, что площади трёх заштрихованных областей равны друг другу. Найдите произведение радиусов всех трёх окружностей, если известно, что наименьший радиус равен 1.

- A) $\sqrt{6}$ B) 3 C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 6



17. Автомобильный дилер приобрёл два автомобиля. Один из них он перепродал на 40% дороже, чем купил (т. е. получил прибыль в 40% от стоимости автомобиля), а второй – на 60% дороже, чем купил. В результате он получил прибыль в 54% от общей стоимости автомобилей. Чему было равно отношение стоимости первого автомобиля к стоимости второго автомобиля, когда дилер их покупал?

- A) 10:13 B) 20:27 C) 3:7 D) 7:12 E) 2:3

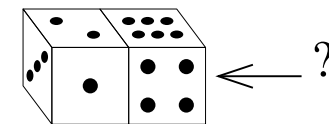
18. У Вани есть кубик с числами 1, 2, 3, 4, 5 и 6 на его гранях, а у Тани – кубик с числами 2, 2, 2, 5, 5 и 5 на гранях. Если Ваня и Таня подбросят свои кубики, то какова вероятность, что у Тани выпадет большее число, чем у Вани?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{7}{18}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{11}{18}$

19. 2015 шариков расположены в ряд и пронумерованы числами от 1 до 2015. Шарики с одинаковыми суммами цифр окрашены в одинаковый цвет, а с различными суммами цифр – в различные цвета. Во сколько цветов окрашены шарики?

- A) 10 B) 27 C) 28 D) 29 E) 2015

20. У стандартной игральной кости сумма чисел на любых двух противоположных гранях равна 7. Две одинаковые стандартные кости показаны на рисунке справа. Какое число может быть на правой грани правой кости?



- A) Только 5 B) Только 2 C) 2 или 5 D) 1, 2, 3 или 5 E) 2, 3 или 5

Задачи, оцениваемые в 5 очков

21. Чему равна сумма всех 100 произведений в таблице умножения чисел от 1 до 10 (см. рис. справа)?

- A) 1000 B) 2025 C) 2500 D) 3025 E) 5500

\times	1	2	3	...	10
1	1	2	3	...	10
2	2	4	6	...	20
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
10	10	20	30	...	100

22. Уравнение

$$(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

задает на координатной плоскости кривую, которая называется улиткой Паскаля (см. рис.). Какая из следующих прямых является осью Oy ?

- A) a B) b C) c D) d E) Ни одна из указанных

