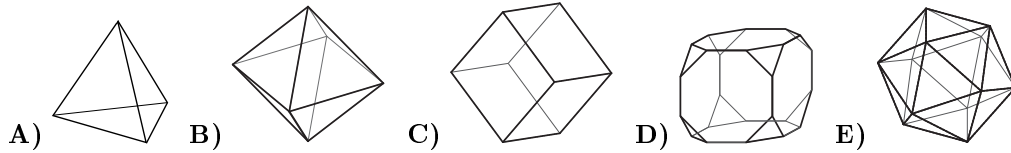
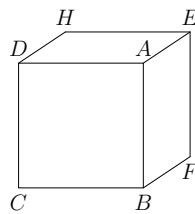


23. Pilnaviduris kubas (žr. pav.) perpjautas išilgai plokštumos, einančios per viršūnes D , E ir B , gretimas viršūnei A . Panašiai atlikti dar septyni pjūviai (per tris viršūnes, gretimas vienai iš kubo viršūnių). Tik tada kubas subyrėjo į dalis. Kaip atrodo kubo dalis, kuriai priklauso jo centras?



24. Kiek realiųjų sprendinių (x, y) turi lygtis $x^2 + y^2 = |x| + |y|$?

A) 1 B) 5 C) 8 D) 9 E) Be galo daug

25. Neneigiamų sveikųjų skaičių aibę pažymėkime \mathbb{N}_0 . Funkciją $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ apibrėžia sąlyga $f(2n) = f(2n + 1) = n$ kiekvienam $n \in \mathbb{N}_0$. Bet kokiam natūraliajam skaičiui k pažymėkime $f^k(n) = f(f(\dots f(n)\dots))$, čia dešinėje pusėje simbolis f pasikartoja k kartų. Kiek sprendinių turi lygtis $f^{2013}(n) = 1$?

A) 0 B) 4026 C) 2^{2012} D) 2^{2013} E) Be galo daug

26. Plokštumoje nubrėžtos kelios tiesės. Tiesė a kertasi su lygiai trimis tiesėmis, tiesė b – su lygiai keturiomis, o tiesė c – nei su lygiai trimis, nei su lygiai keturiomis tiesėmis. Kiek iš viso tiesių nubrėžta?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) Kitas skaičius

27. Sudėjus pirmuosius n natūraliųjų skaičių, gautas triženklis skaičius, kurio visi skaitmenys lygūs. Kam lygi skaičiaus n skaitmenų suma?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

28. Saloje gyvena tiesuoliai, visada sakantys tiesą, ir melagiai, kurie visada meluoja. Keliauninkas sutiko du salos gyventojus ir paklausė aukštesniojo, ar jie abu yra tiesuoliai. Gavęs atsakymą, jis dar negalėjo nustatyti, kas yra jo pašnekovai, todėl paklausė žemesniojo, ar aukštesnysis yra tiesuolis. Gavęs atsakymą, keliauninkas jau žinojo, kas yra jo sutikti salos gyventojai. Kuris iš teiginių apie juos yra teisingas?

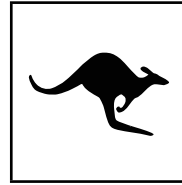
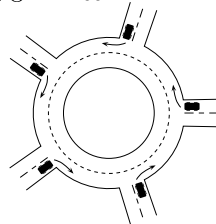
A) Jie yra tiesuoliai B) Jie yra melagiai C) Tiesuolis yra tik aukštesnysis D) Tiesuolis yra tik žemesnysis E) Nustatyti neįmanoma

29. Julija sugalvojo seką: pasirinko $a_1 = 1$, o kitus narius skaičiaivo pagal formulę $a_{m+n} = a_m + a_n + mn$ (čia m ir n yra bet kokie natūralieji skaičiai). Kam lygus a_{100} ?

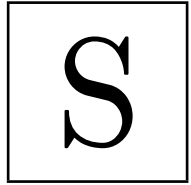
A) 100 B) 1000 C) 2012 D) 4950 E) 5050

30. Į paveikslėlyje pavaizduotą žiedą skirtingais keliais tuo pačiu metu įvažiavo penkios mašinos. Jos visos ir paliko žiedą išvažiuojusios skirtingomis kryptimis, nė viena neapvažiavusi pilno rato. Keliais būdais mašinos galėjo palikti žiedą?

A) 24 B) 44 C) 60 D) 81 E) 120



KENGŪRA 2013



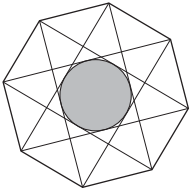
Konkurso trukmė – 75 minutės
Konkurso metu negalima naudotis skaičiuokliais

Senjoras
11–12 klasės

Klausimai po 3 taškus

1. Kuris skaičius didžiausias?
A) 2013 B) 2^{0+13} C) 20^{13} D) 201^3 E) $20 \cdot 13$

2. Taisyklingojo aštuonkampio kraštinės ilgis lygus 10. Jo įstrižainės iškerta mažesnę aštuonkampį, į kurį įbrėžtas apskritimas (žr. pav.). Kam lygus apskritimo spindulys?
A) 10 B) 7,5 C) 5 D) 2,5 E) 2



3. Prizmė turi iš viso 2013 sienų. Kiek ji turi briaunų?
A) 2011 B) 2013 C) 4022 D) 4024 E) 6033

4. Kokį skaičių gauname, ištraukę kubinę šaknį iš skaičiaus 3^{3^3} ?
A) 3^3 B) 3^{3^3-1} C) 3^{2^3} D) 3^{3^2} E) $(\sqrt{3})^3$

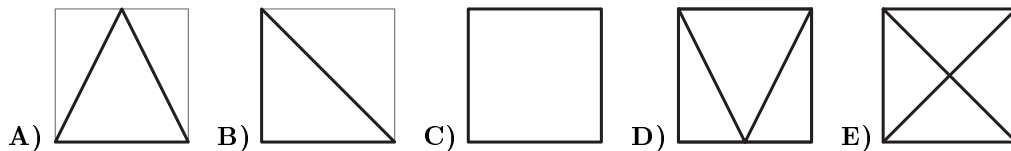
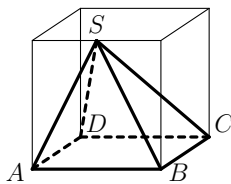
5. Šių, 2013-ųjų, metų užrašė yra keturi iš eilės einantys skaitmenys 0, 1, 2 ir 3. Kiek metų praėjo nuo paskutinio karto, kai metų užrašė buvo kokie nors keturi iš eilės einantys skaitmenys?
A) 467 B) 527 C) 581 D) 693 E) 990

6. Tiesinė funkcija f tenkina lygybę $f(2013) - f(2001) = 100$. Kam lygus skirtumas $f(2031) - f(2013)$?
A) 75 B) 100 C) 120 D) 150 E) 180

7. Kelios iš dvigubųjų nelygybių
 $4 < x^2 < 9$, $4 < 2x < 9$, $6 < 3x < 9$, $0 < x^2 - 2x < 3$
teisingos su visomis x reikšmėmis, tenkinančiomis sąlygą $2 < x < 3$?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. Šeši bildukai pagavo 20 apuokų. Pirmasis bildukas pagavo vieną apuoką, antrasis – du, o trečiasis – tris. Ketvirtasis bildukas pagavo daugiau apuokų nei bet kuris kitas. Kiek mažiausiai apuokų galėjo pagauti ketvirtasis bildukas?
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

9. Neperregima piramidė $ABCD S$ yra perregimo kubo viduje (žr. pav.). Jos viršūnė S yra kubo briaunos vidurys. Kubas nufotografuotas iš viršaus, iš apačios, iš priekio, iš užpakalio, iš kairės ir iš dešinės. Kuris paveikslėlis nėra nė viena iš fotografijų?



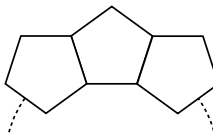
10. Ištirpus bildukų auksui, jo tūris padidėja dvyliktadaliu. Kokia dalimi sumažėja tūris, kai auksas vėl sukietėja?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{11}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{1}{14}$

Klausimai po 4 taškus

11. Arnas vienodas taisyklingojo penkiakampio formos plyteles sudėjo ratu, šliedamas jas kraštinėmis viena prie kitos (žr. pav.). Kiek plytelių sudaro pilną ratą?

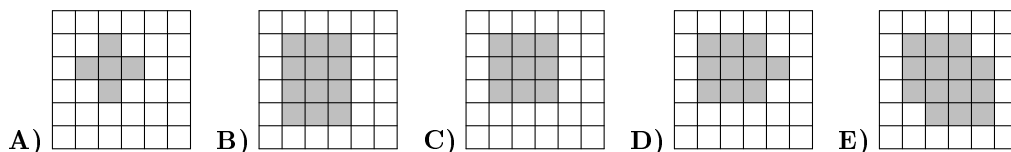
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15



12. Kiek yra tokių natūraliųjų skaičių n , kad $\frac{n}{3}$ ir $3n$ abu yra triženkliai sveikieji skaičiai?

A) 12 B) 33 C) 34 D) 100 E) 300

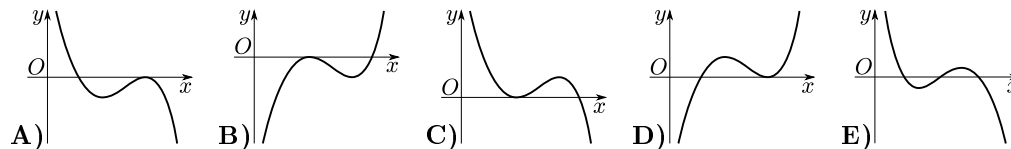
13. Skritulio formos kilimas patiestas ant kvadratinėmis plytelėmis dengtų grindų. Išdykėlė Inga nudažė visas plyteles, bent iš dalies uždengtas kilimo (t.y. turinčias su juo daugiau nei vieną bendrą tašką). Kurio nudažymo ji negalėjo gauti?



14. Funkcija $f(x)$ apibrėžta visiems sveikiesiems skaičiams ir įgyja sveikąsias reikšmes. Ramunė apie ją pasakė tokį teiginį: „Bet kokiam lyginiam skaičiui x skaičius $f(x)$ yra lyginis.“ Paaikškėjo, kad Ramunė neteisi. Tai reiškia, kad:

A) Bet kokiam lyginiam skaičiui x skaičius $f(x)$ yra nelyginis
 B) Bet kokiam nelyginiam skaičiui x skaičius $f(x)$ yra lyginis
 C) Bet kokiam nelyginiam skaičiui x skaičius $f(x)$ yra nelyginis
 D) Yra toks lyginis skaičius x , kad skaičius $f(x)$ yra nelyginis
 E) Yra toks nelyginis skaičius x , kad skaičius $f(x)$ yra nelyginis

15. Duota funkcija $W(x) = (a-x)(b-x)^2$, čia $a < b$. Viename iš šių brėžinių pavaizduotas jos grafikas. Kuriam?

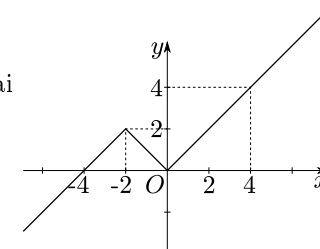


16. Viena stačiakampio kraštinė lygi 5. Stačiakampis padalytas į dvi figūras – kvadratą ir mažesnį stačiakampį. Vienos iš jų plotas lygus 4. Kiek skirtingų reikšmių gali įgyti pradinio stačiakampio antrosios kraštinės ilgis?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

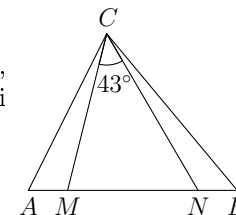
17. Funkcijos $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ grafiką sudaro atkarpa ir du spinduliai (žr. pav.). Kiek sprendinių turi lygtis $f(f(f(x))) = 0$?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0



18. Trikampio ABC kraštinėje AB pažymėti tokie taškai M ir N , kad $AN = AC$ ir $BM = BC$ (žr. pav.). Raskite $\angle ACB$, jei $\angle MCN = 43^\circ$.

A) 86° B) 89° C) 90° D) 92° E) 94°



19. Kiek natūraliųjų skaičių porų (x, y) tenkina lygtį $x^2 y^3 = 6^{12}$?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) Kitas skaičius

20. Dėžėje guli 900 kortelių. Ant kiekvienos iš jų užrašyta po skaičių nuo 100 iki 999 (bet kurių dviejų kortelių skaičiai skirtingi). Goda užsimerkusi traukia iš dėžės korteles. Kiek mažiausiai kortelių ji turi ištraukti, kad būtų visiškai tikra ištraukusi tris korteles su ta pačia skaitmenų suma?

A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

Klausimai po 5 taškus

21. Kiek yra sveikųjų skaičių tokių porų (x, y) , kad $x \leq y$ ir $xy = 5(x + y)$?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

22. Funkciją $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ apibrėžia tokios jos savybės: ji yra periodinė su periodu 5, o intervale $[-2; 3)$ galioja lygybė $f(x) = x^2$. Raskite $f(2013)$.

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 9