BIČIULIS (V ir VI klasės)

B1. C 16

? Kadangi atsakymai „surikiuoti“, tai spėlioti geriausia nuo vidurio. Jei mergaičių 16, tai berniukų 13, ir skirtumas $16 - 13 = 3$. Renkamės atsakymą C.

! Kiti atsakymai netinka: A ir B netinka, nes mergaičių turi būti daugiau kaip pusė, t. y. ne mažiau kaip 15. Atsakymas D netinka, nes tada berniukų 10, ir skirtumas $19 - 10 = 9$. Atsakymas E netinka, nes tada berniukų iš viso nėra (be to, ir skirtumas $29 - 0 = 29$).

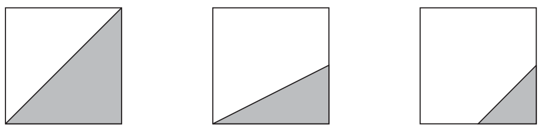
!! Surikiuokime klasę mišriomis poromis, tada pagal sąlygą 3 mergaitės liks be poros. Atmetę tas 3 mergaites, gausime $(29 - 3) : 2 = 13$ pilnų porų. Vadinasi, mergaičių yra $3 + 13 = 16$.
Galima sudaryti ir lygtį. Jeigu mergaičių yra x, tai berniukų $x - 3$. Turime

$$x + x - 3 = 29,\ 2x = 32,\ x = 16.$$

B2. E 5

? Čia vargu ar ką atspėsi. Beje, vėl mums peršamas atsakymas $4 - 1 = 3$. Taip ir būtų, jei, sakysime, kvadrato kampukus nuspalvintume, o vieną nukirpę klaustume, kiek liko nuspalvintų kampų.
O iš tikrųjų čia reikalaujama atsakyti, kiek kampų turės gautoji figūra. Nukirpus vienas kampas dingo, bet atsirado du nauji kampai, taigi dabar turime 5 kampus, ir renkamės atsakymą E.

! Pasižiūrėkime, kas būtų, jei nekreiptume dėmesio į žodžių „kvadratą“ ir „mažą kampuką“ supriešinimą. Uždavinys virstų tokiu:
Nuo kvadrato nukirpome vieną kampą. Kiek kampų turi likusi figūra?
Aišku, kad jeigu kirptume per du kampus (įstrižaine), tai liktų trikampis. Jeigu kirptume per vieną kampą, tai liktų keturkampis. Jeigu pjūvis neis per kampus, tai liks penkiakampis. Matome, kad atsakymas į mūsų klausimą būtų nevienareikšmis.



Vadinasi, žodį „kampuką“ ir reikia suprasti taip, kad pjūvis neina per kvadrato kampus. Taigi teisingas atsakymas – 5.

B3. D $585 \cdot 3 \cdot 5$

? Spėjame, kad dalyti šitame uždavinyje tikrai nereikia, taigi lieka atsakymai D ir E. Bet kiekvieną pelę supa 5 peliukai, taigi 3 peles supa $3 \cdot 5$ peliukai. Renkamės atsakymą D.

! Pradėkime skaičiuoti nuo galo. Vieną pelę supa 5 peliukai, todėl 3 peles supa $3 \cdot 5$ peliukų. Tiek jų ir gyvena vienoje kišenėje. Todėl visose kišenėse gyvena $585 \cdot 3 \cdot 5$ peliukai.

!! Atkreipkite dėmesį į tai, kad uždavinyje skiriamos pelės ir peliukai. Beje, jeigu būtų paklausta, kiek pelių gyvena milžino striukėje, atsakyti būtų sunku: jeigu peliukai taip pat yra pelės, tai vienoje kišenėje 3 pelės turėtų 15 peliukų, iš viso kišenėje pelių būtų 18, o striukėje gyventų $585 \cdot 18 = 10530$ pelių; jeigu peliukų nelaikysime pelėmis, tai vienoje kišenėje gyventų 3 pelės, o striukėje gyventų $585 \cdot 3 = 1755$ pelės.
Beje, jeigu sąlygoje nebūtų žodžio „jos“, tai teisingas atsakymas būtų F.

B4. E 402

? Kadangi skaičiai išrikiuoti (mažėjimo tvarka), tai spėti geriausia nuo vidurio. Jei didžiausias penketuko skaičius 471, tai sumą gauname $467 + 468 + 469 + 470 + 471 = 2345$, kuri yra daug per didelė. Todėl bandome 402. Tada $398 + 399 + 400 + 401 + 402 = 2000$, taigi renkamės atsakymą E.

?? Spėti galima ir pagal paskutinį skaitmenį. Atveju A paskutinis skaitmuo bus kaip ir skaičiaus $6 + 7 + 8 + 9 + 0 = 30$, t. y. 0. Atveju B paskutinis skaitmuo sutaps su $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ paskutiniu skaitmeniu, t. y. bus 5. Atveju C kiekvieno penketuko skaičiaus paskutinis skaitmuo padidės vienetu palyginti su A, t. y. penketuko sumos galūnė bus 5 didesnė už sumos A galūnę ir todėl bus 5. Atveju D (palyginti su C) skaičių paskutiniai skaitmenys pasislinks dvejetu, taigi sumos galūnė bus 5. Pagaliau atveju E skaičių paskutiniai skaitmenys sumažės vienetu palyginti su D, ir suma baigsis 0.
Taigi tenka rinktis iš atsakymų A ir E. Bet atsakymas A aiškiai per didelis: $486 \cdot 5 > 2000$. Lieka atsakymas E.

! Kadangi 5 skaičių suma lygi 2000, tai tų skaičių vidurkis yra 400. Kadangi pirmų keturių atsakymų kiekvienas penketuko skaičius didesnis už 400, tai ir vidurkis didesnis. Lieka atsakymas E, kurį reikia patikrinti. Čia vidurkis tikrai lygus 400, nes $(398 + 402) + (399 + 401) + 400 = 2 \cdot 400 + 2 \cdot 400 + 400 = 5 \cdot 400$.

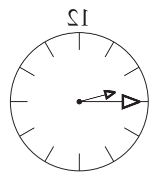
!! Penkių iš eilės einančių skaičių vidurkis sutampa su viduriniuoju skaičiumi, nes $x - 2 + x - 1 + x + x + 1 + x + 2 = 5x$. Todėl vidurinis penketuko skaičius bus $2000 : 5 = 400$, o didžiausias penketuko skaičius – dvejetu didesnis. Taigi teisingas tik atsakymas E.

B5. D 80

? Čia stengiamasi įpiršti mums mintį, kad procentus reikia dalyti pusiau. Tada pasirinktume neteisingą atsakymą 40. Iš tikrųjų vandens dalis limonade nesikeičia, taigi teisingas atsakymas D.

! Skaičiuoti ką nors čia visiškai beprasmiška. Žinoma, galima būtų suskaičiuoti vandens ar „sausųjų“ medžiagų (t. y. nevandens) kiekį pusėje litro, bet to visiškai neklausiama. Ir kadangi procentai išreiškia vandens dalį limonade, tai jie nesikeičia.

B6. E 9:45



? Pažiūrėję į piešinį prieš šviesą iš kitos lapo pusės, iš karto pamatytume teisingą laiką – be penkiolikos dešimt. Renkamės atsakymą E.

?? Padeda ir veidrodėlis – pridėję jį prie veidrodžio iš karto matome teisingą laiką (ir teisingą skaičių 12).

! Simetriškai vertikaliosios ašies atžvilgiu „permetę“ mintyse (ar nupiešę) rodykles, gauname, kad minutinė rodyklė yra „ties 9“, o valandinė „tarp 9 ir 10“. Tai ir reiškia laiką be penkiolikos minučių dešimt.

B7. D 4 dvejetų ir 3 penketų

? Atsakymuose dvejetų skaičius yra nuo 2 iki 4, o penketų – nuo 3 iki 5. Todėl „vidutinis“ yra atsakymas C – 3 dvejetai ir 4 penketai. Nuo jo ir pradedame tikrinti. Kadangi $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 5000$ yra perdaug. Tai reiškia, kad atsakymas E juo labiau netiks. Bandome atsakymą D: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 2000$. Renkamės atsakymą D.

?? Gavę atsakyme C 5000 matome, kad užtenka 5 pakeisti į 2. Tai reiškia, kad reikia vietoj 3 dvejetų ir 4 penketų imti 4 dvejetus ir 3 penketus.

! Išskaidome: $2000 = 2 \cdot 1000 = 2 \cdot 2 \cdot 500 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 250 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 125 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 25 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$. Matome, kad 2000 yra 4 dvejetų ir 3 penketų sandauga.

!! Kadangi 10 gauname sudauginę 2 ir 5, tai 1000 gauti reikia 3 dvejetų ir 3 penketų, o 2000 – 4 dvejetų ir 3 penketų.

B8. Žr. M18 uždavinio sprendimą.

B9. D 3 valandas

? Kadangi jau už 1 šokoladuką galima važinėtis 2 valandas, tai atsakymai A, B ir C atkrenta. Už 4 ledinukus galima važinėtis dar 1 valandą, taigi teisingas atsakymas C.

! Faktiškai nieko mes nespėliojome, o suskaičiavome laiką. Žinoma, skaičiuoti galima negudraujant: kadangi 2 šokoladukai atitinka 4 valandas, tai 1 šokoladukas – 2 valandas. Kadangi 12 ledinukų atitinka 3 valandas, tai 1 ledinukas atitinka $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ h. Vadinasi, už 1 šokoladuką ir 4 ledinukus galima važinėtis $2+4\cdot\frac{1}{4} = 3$ valandas. Žinoma, šis būdas prastesnis už spėjime pateiktą sprendimą.

!! Neblogas būdas padauginti Miko duoklę iš tiek, kad skaičiuoti būtų ypač lengva. Kadangi sąlygoje kalbama apie 2 šokoladukus, tai verta dauginti iš 2. Bet sąlygoje kalbama ir apie 12 ledinukų, todėl verta dauginti ir iš 3. Vadinasi, dauginame iš 6 ir sakome: jeigu Mikas duotų Karoliui 6 kartus daugiau – 6 šokoladukus ir 24 ledinukus, tai jis galėtų važinėtis $12 + 6 = 18$ valandų. O dabar jis tegali važinėtis 3 valandas.

B10. Žr. M10 uždavinio sprendimą.

B11. B 7

? Atspėti čia vargu ar ką galima – reikia kaip nors tuos skaičius suskaičiuoti.
Išrašykime skaičiaus 7 kartotinius (jų mažiau nei dvejeto kartotinių):

$$7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, \ldots$$

Išrenkame iš jų dviženklius, kurie dalijasi iš 2: $14, 28, 42, 56, 70, 84, 98$. Taigi iš 2 ir iš 7 dalijasi 7 dviženkliai skaičiai, ir teisingas atsakymas B.

! Kadangi 2 ir 7 neturi bendrų daliklių, tai mums reikia dviženklių skaičiaus 14 kartotinių. Tai skaičiai $14, 28, 42, 56, 70, 84, 98$.

!! Dabar skaičiuokime neišrašę skaičiaus 14 kartotinių. Skaičiaus 14 kartotiniai kartojasi kas 14, todėl iki skaičiaus 99 jų bus tik 7, nes dalydami 99 iš 14 gauname 7 (su liekana 1).

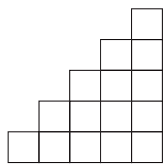
B12. E E

? Kadangi atsakymai pagal didumą neišrikiuoti, tai pradėti tikrinti galima nuo bet kurio atsakymo. A nėra didžiausias, nes $A-1 = E-5$, $E = A+4$, ir E didesnis. E didesnis ir už B, nes $E-5 = B+2$, $E = B+7$. E didesnis ir už C, nes $E-5 = C-3$, $E = C+2$. E didesnis ir už D, nes $E-5 = D+4$, $E = D+9$. Taigi skaičius E yra didžiausias, ir renkamės atsakymą E.

! Kad duotoje lygybėje minusai ir pliusai „nemirgėtų“, pridėkime prie visų lygių skaičių tiek, kad minusų neliktų. Geriausia pridėti 5, tada $A+4 = B+7 = C+2 = D+9 = E$. Iš šios lygybės visiškai aišku, kad E didesnis už kiekvieną kitą iš skaičių.

B13. D 55

? Suskaičiuokime pavaizduotos figūros langelius eilėmis: $1+2+3+4+5 = 15$. Kadangi 10 kvadratėlių aukščio figūra turės dar 5 naujas eiles, o tos eilės bus ilgesnės kaip 5, tai kvadratėlių bus daugiau kaip $15+5\cdot 5 = 40$, ir atsakymai A, B ir C netinka. Netinka ir atsakymas E, nes langelių bus mažiau nei dešimtyje eilių po 10. Renkamės atsakymą D.



! Žinoma, paprasčiausia skaičiuoti. Viršutinėje eilėje bus 1 kvadratėlis, antroje – 2, ..., devintoje – 9, dešimtoje – 10 kvadratėlių. Iš viso bus $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = (1+9)+(2+8)+(3+7)+(4+6)+5+10 = 55$ kvadratėliai.
Teisingas atsakymas D.

B14. Ⓑ 166 h 40 min

? Jei per minutę parašome 100 raidžių, tai per 1 valandą – 6 000 raidžių, per 160 val. – 960 000 raidžių, per 166 valandas – 996 000 raidžių. Vadinasi, atsakymai A, C ir D atkrinta. Per 200 valandų parašome 1 200 000 raidžių, todėl atkrinta ir atsakymas E. Renkamės atsakymą B.

! Vis dėlto paprasčiau skaičiuoti, negu „artėti“ prie miljono. 1 000 000 už 100 daugiau 10000 kartų, tai prireiks 10 000 minučių, o tai yra $10\,000/60 = 1\,000/6 = 166\frac{4}{6}$ valandos, t. y. 166 h 40 min. Teisingas atsakymas B.

B15. Žr. M15 uždavinio sprendimą.

B16. Ⓑ Padidėtų 5 vienetais

? Spėti galima pasiėmus konkretų pavyzdį. Imkime, pavyzdžiui, $a = 20$, $b = 5$. Jų skirtumas lygus 15. Tada a padidinę 3 vienetais, gausime 23, o b sumažinę 2 vienetais – gausime 3. Tada naujųjų skaičių skirtumas lygus $23 - 3 = 20$, taigi padidėja 5 vienetais. Renkamės atsakymą B.

! Nesunku ir suskaičiuoti. Duota, kad $a - b = 15$. Skaičių $a + 3$ ir $a - 2$ skirtumas lygus $(a + 3) - (b - 2) = a - b + 5 = 20$, taigi padidėja 5 vienetais nepriklausomai nuo a ir nuo b.

!! Iš sprendimo matome, kad skirtumas visada padidės 5, nesvarbu, ar iš pradžių jis lygus 15, ar kitam skaičiui.

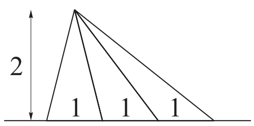
B17. Ⓓ 420

? Tikrinkime atsakymus. Kadangi jie išrikiuoti, pradėkime nuo vidurio, skaičiaus 210. Kadangi A lankosi klube kas dieną, tai jis bus, B – kas antrą dieną, jis irgi bus, C – kas trečią dieną jis irgi bus. D bus kas ketvirtą dieną, taigi bus 200, 204, 208, 212 dieną, ir 210 dieną jis „prašoks“. O štai skaičiaus 420 jis (kaip ir visi ankstesnieji) neprašoks – 420 dalijasi iš 4. „Neprašoks“ tos dienos ir D, E, F ir G, nes 420 dalijasi iš 5, iš 6 ir iš 7. Renkamės atsakymą D.

! Iš tikrųjų reikia rasti skaičių 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 mažiausiąjį bendrąjį kartotinį. Jis lygus $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 = 420$. Vadinasi, teisingas atsakymas D.

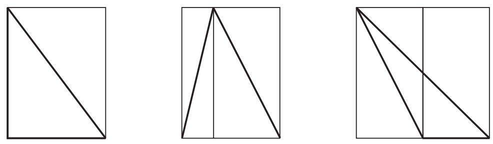
!! Sąlygą įmanoma suprasti ir taip, kad klausiama, po kelių dienų jie bus visi klube. Atsakymas būtų toks: po 420, 840, …, 5040, … dienų (t. y. po $420k$, $k \in \boldsymbol{N}$, dienų). Bet kadangi „Kengūros“ konkurso sąlygos garantuoja, kad tik vienas iš atsakymų teisingas, tai sąlygą reikia suprasti taip: *Kaip greitai jie visi vėl susirinks klube*?

B18. Ⓔ 10



? Ir šiame uždavinyje spėti nėra ką – reikia skaičiuoti. Matome 3 trikampius, kurių pagrindas 1; galime įžiūrėti 2 trikampius, kurių pagrindas 2; pagaliau, yra vienas trikampis, kurio pagrindas 3. Kiekvieno mažojo trikampio plotas lygus $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$, todėl visų trikampių plotų suma lygi $3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 10$. Renkamės atsakymą E.

! Spėjime naudojamasi trikampio ploto formule: trikampio plotas lygus pusei pagrindo ir aukštinės sandaugos. Tai tas pat, kas pasakyti: trikampio plotas lygus pusei ploto stačiakampio, kurį galima pastatyti ant trikampio pagrindo ir kurio šoninės kraštinės lygios aukštinei. Įrodysime šį teiginį.



Stačiojo trikampio atveju iš piešinio tai aišku iš karto; smailiojo trikampio atveju jo plotas sudaro pusę didžiojo stačiakampio ploto; bukojo trikampio atveju plotą randame kaip dviejų stačiųjų trikampių plotų skirtumą, kuris lygus pusei didžiojo ir kairiojo stačiakampio plotų skirtumo, t. y. dešiniojo stačiakampio ploto pusei.

B19. A 30

? Ir vėl nėra ką spėti – reikia skaičiuoti.

! Kengūrai įveikti 180 metrų reikia 60 sekundžių. Kengūriukui įveikti 180 metrų reikia 90 sekundžių. Todėl kengūra sūnaus lauks 30 sekundžių.
Teisingas atsakymas A.

B20. B 0,1

? Spėti neverta, nors aišku, kad dalys ir procentai bus išreiškiami 10 laipsniais, todėl atsakymai C ir E iš karto netinka.

! Skaičius 2 sudaro skaičiaus 2000 tiek pat procentų, kiek ir skaičius 1 sudaro skaičiaus 1000 procentų, o tai yra tiek pat procentų, kiek 0,1 sudaro skaičiaus 100 procentų, t. y. 0,1 procento.
Teisingas atsakymas B.

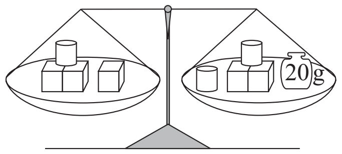
!! Pagal taisyklę tai yra $\frac{2}{2000} \cdot 100 = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ procento.

B21. D 4

? Kiekvienoje grupėje gali būti 6 vaikai ($96 : 6 = 16$); 7 būti negalės, nes 96 nesidalija iš 7; gali būti 8 vaikai ($96 : 8 = 12$); negali būti 9, 10, 11 vaikų; gali būti 12 vaikų ($96 : 12 = 8$); negali būti 13, 14, 15 vaikų; gali būti 16 vaikų ($96 : 16 = 6$); negali būti 17, 18, 19 vaikų. Vadinasi, yra 4 būdai – suskirstyti vaikus į grupes po 6, po 8, po 12 arba po 16 vaikų. Renkamės atsakymą D.

! „Spėjimas“ yra visai griežtas sprendimas, nes perrinkome visas grupes nuo 6 iki 19 vaikų. Iš tikrųjų uždavinį galima pakeisti klausimu, kiek yra skaičiaus 96 daliklių tarp skaičių nuo 6 iki 19. Kadangi $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$, tai dalikliai gali būti tokie: jei 3 daliklio skaidinyje nėra, tai skaičiai $2 \cdot 2 \cdot 2$, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, o jei 3 yra, tai skaičiai $3 \cdot 2$, $3 \cdot 2 \cdot 2$. Vadinasi, iš viso yra 4 dalikliai nuo 6 iki 19. Taigi yra 4 būdai suskirstyti vaikus į norimas grupes.
Teisingas atsakymas D.

B22. D 70



? Kadangi masės atsakymuose „išrikiuotos“, pradėkime nuo vidurio. Jei kubelis svertų 60 g, tai kairėje būtų 180 g plius ritinėlis, o dešinėje – 140 g plius 2 ritinėliai. Kadangi svarstyklės pusiausviros, tai ritinėlis svertų 40 g. Tada visi kubeliai ir ritinėliai svertų $5 \cdot 60 + 3 \cdot 40 = 420$ gramų.

Eikime į „viršų“. Jei kubelis svertų 70 g, tai kairėje būtų 210 g plius ritinėlis, o dešinėje – 160 g plius du ritinėliai. Tada ritinėlis svertų 50 g. Iš viso kubeliai ir ritinėliai svertų $5 \cdot 70 + 3 \cdot 50 = 500$ gramų, o tiek ir nurodyta.
Renkamės atsakymą D.

! Iš paveikslo matome, kad svarstyklės liks pusiausviros, jei iš lėkščių nuimsime po „piramidę“ iš dviejų kubelių ir vieno ritinėlio. Vadinasi, kubelis sunkesnis už ritinėlį 20 g. Kadangi 5 kubeliai ir 3 ritinėliai sveria 500 g, tai $5 + 3$ kubeliai sveria 560 g. Todėl vienas kubelis sveria $560 : 8 = 70$ gramų.

!! Žinoma, galima sudaryti ir lygtį. Sakykime, kad ritinėlis sveria x gramų. Numetus po „piramidę“, aišku, kad kubelis sveria $x + 20$ gramų. Kadangi iš viso yra 5 kubeliai ir 3 ritinėliai, sudarome lygtį: $5(x + 20) + 3x = 500$. Ją išsprendžiame: $5x + 100 + 3x = 500$, $8x = 400$, $x = 50$. Vadinasi, ritinėlis sveria 50 g, o kubelis – 70 g.

Patikrinę matome, kad visos uždavinio sąlygos patenkintos.
Vargu ar galima tokį sprendimo būdą laikyti geresniu.

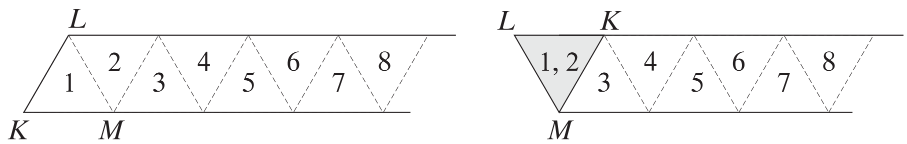
!!! Galima sudaryti ir lygčių sistemą.
Sakykime, kad ritinėlis sveria x gramų, o kubelis y gramų. Kadangi svarstyklės pusiausviros, tai $3x + y = 2x + 2y + 20$. Kadangi 5 kubelių ir trijų ritinėlių masė lygi 500 g, tai $5x + 3y = 500$. Turime lygčių sistemą:

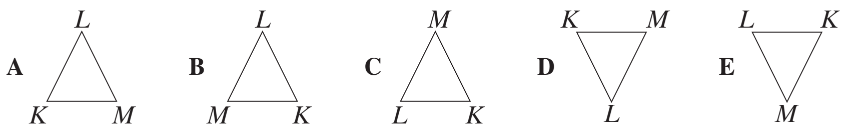
$$\begin{cases} x = y + 20, \\ 5x + 3y = 500. \end{cases}$$

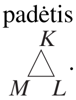
Ją sprendžiame: $5(y + 20) + 3y = 500$, $5y + 100 + 3y = 500$, $8y = 400$, $y = 50$. Todėl $x = y + 20 = 50 + 20 = 70$.

B23. Ⓓ

? Spėlioti neverta.





! Pradinė padėtis pavaizduota atsakyme A. Po pirmo lenkimo gaunama padėtis pavaizduota atsakyme E. Kadangi po antro lenkimo L pereis į apačią, gausime padėtį  . Po trečio lenkimo gausime padėtį D, po ketvirto – padėtį C, po penkto – padėtį , po šešto – padėtį A. Toliau padėtys kartosis, todėl po $166 \cdot 6 = 996$ lenkimų turėsime padėtį A. Vadinasi, dar po 3 lenkimų gausime padėtį D.

B24. Žr. M23 uždavinio sprendimą.

B25. Ⓓ 28%

? Sakykime, kad prekė kainavo 100 Lt. Tada po pirmo nupiginimo ji kainuos $100 - \frac{1}{10} \cdot 100 = 90$ (Lt), o po antro nupiginimo $90 - \frac{2}{10} \cdot 90 = 72$ (Lt). Atsakymas A siūlo 30% nupiginimą, – tada prekė kainuotų $100 - \frac{3}{10} \cdot 100 = 70$ (Lt). Vadinasi, nupiginimas turi būti truputį mažesnis. Tikriname atsakymą D, 28% nupiginimą. Tada prekė kainuotų $100 - \frac{28}{100} \cdot 100 = 72$ (Lt). Renkamės atsakymą D.

! Sakykime, kad prekė kainavo $100A$ (litų). Tada po pirmo nupiginimo ji kainuos $100A \cdot 0,9 = 90A$ (litų), o po antro – $90A \cdot 0,8 = 72A$ (litų). Todėl nuolaida yra $100A - 72A = 28A$ (litų), o nuolaidos procentinis dydis yra $\frac{28A}{100A} \cdot 100 = 28$ procentai.

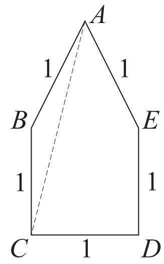
B26. Ⓐ Raudonoje dėžutėje

? Tikrinkime atsakymus. Sakykime, kad teisingas atsakymas A, ir moneta m yra raudonoje dėžutėje R. Tai žymėkime taip: $\frac{m}{R}$. Žalia dėžutė Z yra į kairę nuo mėlynos dėžutės M – tai žymėkime ZM. Moneta yra į kairę nuo žirnio z – tai žymime taip: ^{mz}. Raudona dėžutė yra į dešinę nuo kriauklelės

k – tai žymime $\overset{k\ m}{R}$. Žirnis yra į dešinę nuo R – tai žymime $\overset{z}{R}$. Gauname padėtį $\overset{k}{Z}\,\overset{m}{R}\,\overset{z}{M}$, kuri tenkina visas sąlygas.
Renkamės atsakymą A.

! Kadangi R yra į dešinę nuo k, tai R nėra kairiausia. Kadangi z yra į dešinę nuo R, tai R nėra dešiniausia. Vadinasi, R yra viduryje. Tada k yra kairėje, z yra dešinėje, todėl monetai m lieka tik vidurinė vieta – raudonoje dėžutėje R.

B27. A 15°



? Vargu ar gali pavykti atspėti atsakymą ar išmatuoti kampą – reikia skaičiuoti.

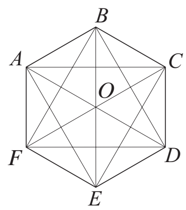
! Iš brėžinio reikia suprasti, kad kampai BCD ir EDC – statieji. Tada $EBCD$ – kvadratas, o trikampis ABE – lygiakraštis. Todėl $\angle ABC = \angle ABE + \angle EBC = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$. Trikampis ABC lygiašonis, todėl $\angle BAC = \angle BCA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ABC) = \frac{1}{2}(180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ$.
Taigi teisingas atsakymas A.

B28. D 13

? Aišku, kad pasverti galime tik daiktus, kurių masės – ne didesni už 13 sveikieji skaičiai. Taigi atsakymas E iš karto atkrenta.
Iš karto aišku, kad galima pasverti daiktus, kurių masė lygi 1, 3, 9, $1+3$, $1+9$, $3+9$, $1+3+9$, taigi atkrenta atsakymai A ir B. Jeigu dar pavyktų pasverti bent vieną kitokios masės daiktą, tai atkristų ir atsakymas C.
Iki šiol svarsčius dėjome į tą pačią svarstyklių lėkštę. Dabar dėkime, pavyzdžiui 1 kg į kairę lėkštę, o 3 kg į dešinę. Aišku, kad padėjus 2 kg daiktą į kairę lėkštę, svarstyklės bus pusiausviros. Taigi galime pasverti ir 8-tą masę.
Renkamės atsakymą D.

! Kad spėjimas virstų sprendimu, reikia įrodyti, kad galima pasverti kiekvieną daiktą, kurio masė lygi bet kuriam sveikajam skaičiui nuo 1 iki 13. Jau matėme, kad daiktą galima pasverti, jei reikiamą masę galima sudaryti iš dėmenų 1, 3, 9. Bet taip pat daiktą galima pasverti, jeigu kai kuriuos dėmenis imsime su minusais. Lengva išrašyti visas reikiamas kombinacijas: 1, $3-1$, 3, $3+1$, $9-3-1$, $9-3$, $9-3+1$, $9-1$, 9, $9+1$, $9+3-1$, $9+3$, $9+3+1$. Taigi teisingas atsakymas D.

B29. D 24



? Atsakymai teigia, kad tokių kampų yra. Spėjame, kad tai „mažieji“ kampai, kurių prie kiekvienos viršūnės yra 4. Vadinasi, iš viso yra $6 \cdot 4 = 24$ kampai.
Renkamės atsakymą D.

! Įrodysime, kad kiekvienas iš 4 kampų prie viršūnės yra A lygus 30° (daug neaiškindami remsimės brėžinio „simetriškumu“; beje, žr. uždavinio K5 sprendimą).

Imkime $\triangle AOB$. $\angle AOB = 60^\circ$, nes 6 tokie kampai sudaro pilnąjį kampą. Kadangi $OA = OB$, tai $\triangle AOB$ lygiašonis, ir $\angle BAO = \angle OBA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AOB) = \frac{1}{2}(180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$. Todėl $\triangle AOB$ yra lygiakraštis. Kampą ABC sudaro du 60° kampai, todėl $\angle ABC = 120^\circ$. Kadangi $\triangle ABC$ lygiašonis, tai $\angle BAC = 30^\circ$. Tada $\angle CAO = \angle BAO - \angle BAC = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$. Analogiškai įrodome, kad $\angle OAE = \angle EAF = 30^\circ$.

Vadinasi, visi 4 kampai prie kiekvienos iš 6 viršūnių turi 30°, ir jų yra $6 \cdot 4 = 24$. Kadangi $OBCD$ yra rombas, jo įstrižainės statmenos, tai nesunku įsitikinti, kad daugiau 30° kampų nėra (galima rasti tik 60°, 90° ir 120° kampus).
Taigi teisingas atsakymas D.

B30. E 25

? Liekanos dalijant iš 11 gali būti nuo 0 iki 10. Liekanos dalijant iš 14 gali būti nuo 0 iki 13. Todėl gautų liekanų suma negali būti didesnė už 23.
Renkamės atsakymą E.

?? Labai nesunku nurodyti skaičius, kuriuos dalijant iš 11 ir iš 14 duotų liekanų sumą A, B, C, D. Iš tikrųjų, skaičius 154 dalijasi ir iš 11, ir iš 14, taigi duoda liekanas, lygias 0, todėl ir jų suma lygi 0. Skaičius 14 duoda liekanas 0 ir 3, jų suma lygi 3. Skaičius 11 duoda liekanas 0 ir 11, jų suma lygi 11. Skaičius 40 duoda liekanas 7 ir 12, jų suma lygi 19. Renkamės atsakymą E.

! Matėme, kad skaičiai A, B, C, D gali būti liekanų suma, o skaičius E – negali. Vadinasi, teisingas atsakymas E.

!! Įrodysime, kad liekanų suma gali būti bet kuris skaičius nuo 0 iki 23.
Kad liekanų suma būtų 0, reikia, kad abi liekanos būtų 0, t. y. N turi dalytis ir iš 11, ir iš 14. Mažiausias toks skaičius yra $154 = 11 \cdot 14$. Dabar sudarome tokią lentelę:

Skaičius	Liekanos dalijant iš		Liekanų suma	Skaičius	Liekanos dalijant iš		Liekanų suma
	11	14			11	14	
$154+1$	1	1	2	$154-1$	10	13	23
$154+2$	2	2	4	$154-2$	9	12	21
$154+3$	3	3	6	$154-3$	8	11	19
$154+4$	4	4	8	$154-4$	7	10	17
$154+5$	5	5	10	$154-5$	6	9	15
$154+6$	6	6	12	$154-6$	5	8	13
$154+7$	7	7	14	$154-7$	4	7	11
$154+8$	8	8	16	$154-8$	3	6	9
$154+9$	9	9	18	$154-9$	2	5	7
$154+10$	10	10	20	$154-10$	1	4	5
				$154-11$	0	3	3

Turime visas sumas, išskyrus 1 ir 22. Sumą 1 gauti nesunku: imkime, pavyzdžiui, 14 kartotinius: $14,\ 2\cdot 14,\ 3\cdot 14, \ldots$. Liekanų suma bus $3,\ 2\cdot 3,\ 3\cdot 3,\ 4\cdot 3$ (t. y. 1). Taigi skaičius 56 duoda liekanų sumą 1.
Panašiai gausime liekaną 22. Imkime, pavyzdžiui, seką skaičių $14k + 13$. Dalijami iš 14 jie duoda liekaną 13. O imant $k = 1, 2, 3, \ldots$, dalijimo iš 11 liekanos bus 5, 8, 0, 3, 6, 9. Taigi reikia imti skaičių $14 \cdot 6 + 13 = 97$. Dalijamas iš 11 jis duoda liekaną 9. Tada liekanų suma bus $9 + 13 = 22$.