SPRENDIMAI

MAŽYLIS (III ir IV klasės)

M1. Ⓑ 15 minučių

? Čia nuovokumo (ar pastabumo) uždavinys – sprendžiantį mažylį bandoma apgauti, ir labai dažnas atsakys, kad 10 žvakučių degs 150 minučių. Iš tikrųjų – ar degs viena, ar dvi, ar 10 žvakučių ant torto, jos sudegs per tą patį laiką, t. y. per 15 minučių, ir teisingas atsakymas B.

! Kadangi žvakutės uždegamos vienu metu, tai jos visos sudegs per 15 minučių. Net jeigu uždavinyje nebūtų pasakyta, kad jos uždegamos vienu metu, vis tiek reikėtų rinktis atsakymą B: juk arba turi būti pasakyta, kaip tos žvakutės deginamos, arba reikia pačiam susigaudyti, kada ir kaip torto žvakutės uždegamos.

M2. Ⓒ 40

? Šis uždavinys taip pat apgaulingas. Bet iš sąlygos kaip ir aišku, kad pirmą tabletę Barmalėjus nuris iš karto, tada antrą – po 20 minučių, todėl trečią – po 40 minučių. Renkamės atsakymą C.

! Nepasakyta, kada Barmalėjus turi pradėti vartoti tabletes, todėl tarsi aišku, kad jis turi pradėti jas ryti iš karto (juk Aiskauda nesiunčia Barmalėjaus į vaistinę). Jeigu galvotume, kad jis nebūtinai jas ris iš karto, tai apibrėžto atsakymo į uždavinio klausimą nebūtų – tai galėtų užsitęsti kiek norint. Vis dėlto, jei sąlygą suprastume taip, kad klausiama, kiek minučių praeis nuo pirmos tabletės nurijimo iki paskutinės tabletės nurijimo, tai atsakymas liktų tas pats.

!! Uždavinys susišaukia su tokiu uždaviniu.
Tiesėje viena kryptimi kas 20 cm įkalami 3 kuoliukai. Koks bus atstumas tarp pirmo ir trečio kuoliuko?
Sprendimas aiškus – jei yra trys kuoliukai, tai trečias kuoliukas nuo pirmo kuoliuko bus nutolęs 40 cm. Ir iš viso – tokius uždavinius sprendžiame kas dieną. Beje, grįžkime prie tablečių: įsivaizduokime, kad tabletė veikia 20 minučių. Tada 3 tabletės (nuryjamos kas 20 minučių) veiks 60 minučių. Tai dar kartą įspėja – reikia būti budriam!

M3. Ⓓ 222

? Nieko čia neatspėsi – reikia tikrinti.

$$1 \cdot 1 \cdot 2 = 2,\ 1 + 1 + 2 = 4,\ 2 < 4.$$
$$2 \cdot 0 \cdot 9 = 0,\ 2 + 0 + 9 = 11,\ 0 < 11.$$
$$3 \cdot 1 \cdot 2 = 6,\ 3 + 1 + 2 = 6,\ 6 = 6.$$
$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8,\ 2 + 2 + 2 = 6,\ 8 > 6.$$

Kadangi $2 \cdot 2 \cdot 2 > 2 + 2 + 2$, tai renkamės atsakymą D.

! Jau patikrinome 4 atsakymus. Liko patikrinti paskutinį variantą:

$$2 \cdot 1 \cdot 1 = 2,\ 2 + 1 + 1 = 4,\ 2 < 4.$$

Taigi tinka vienintelis atsakymas D.

M4. (A) 3

? Ir vėl neapsigaukite – dauginti aukšto numerį 2 iš 2 būtų klaida.
Sakykime, pavyzdžiui, kad Kūlverstukui reikia įveikti 30 laiptelių. Tada Genai reikia įveikti 60 laiptelių. Taigi Krokodilui Genai reikia įveikti dar tiek pat laiptelių, kiek jis įveikia užlipdamas iki antro aukšto. Vadinasi, įveikęs 60 laiptelių jis užlips iki 3 aukšto. Renkamės atsakymą A.

! Sakykime, kad Kūlverstukui reikia įveikti n laiptelių. Tada Genai reikia įveikti $2n$ laiptelių. Kai jis užlipa iki antro – Kūlverstuko aukšto, jis įveikia n laiptelių. Taigi jam lieka įveikti $2n - n = n$ laiptelių, t. y. dar tiek pat. Įveikęs tuos n laiptelių, jis atsiduria 3 aukšte. Todėl teisingas tik atsakymas A.

!! Dažname name net norint patekti į pirmą aukštą reikia įveikti keletą laiptelių. Kadangi apie tokius laiptelius uždavinyje nekalbama, tai laikome, kad jų nėra (priešingu atveju trūktų duomenų).

M5. (B) 11

? Spėti paprastai geriausia nuo vidurio, ypač jeigu skaičiai didėja ar mažėja. Jei saldainiukas kainuotų 12 kronų, tai gautume $4 \cdot 7 + 3 \cdot 12 = 64$ kronas, – per daug. Imkime 11 kronų: $4 \cdot 7 + 3 \cdot 11 = 61$, – tinka. Taigi renkamės atsakymą B.

! Kadangi bendra kaina didėja, kai didėja saldainiuko kaina, tai aišku, kad atsakymas B vienintelis.

Žinoma, paprasčiausia spręsti uždavinį taip. Kadangi 4 šokoladukai kainuoja $4 \cdot 7 = 28$ kronas, tai 3 saldainiukai kainuoja $61 - 28 = 33$ kronas, todėl vienas saldainiukas kainuoja $33 : 3 = 11$ kronų.

M6. (C) 3

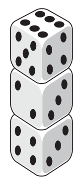
? Ir vėl mus bando apgauti, tarytum siūlo samprotauti taip:
jei vieno autobuso užtenka pervežti 40 žmonių,
dviejų autobusų užtenka pervežti 80 žmonių,
tai keturių autobusų užtenka pervežti 160 žmonių.
Taip ir norisi pasirinkti atsakymą D. Bet uždavinio klausimas – ne kiek autobusų *užtenka*, o kiek autobusų *reikia* pervežti 160 žmonių. Tikriname vidurinį atsakymą C (jau sakėme – kai skaičiai išrikiuoti, verta pradėti nuo vidurio). Trimis autobusais galima pervežti $3 \cdot 55 = 165$ žmones, todėl pervežti 160 žmonių trimis autobusais tikrai galima.
Renkamės atsakymą C.

! Dviejų autobusų neužtenka – jais galima pervežti tik 110 žmonių. Vadinasi, tinka tik atsakymas C.

!! Galima autobusų skaičių pažymėti x ir sudaryti nelygybę $55x \geqslant 160$. Iš jos gauname $x \geqslant 3$. Taigi reikia mažiausiai trijų autobusų.

Beje, vengiant neaiškumų klausimas galėtų būti taip ir formuluojamas: „Kiek mažiausiai 55 vietų autobusų reikia pervežti 160 žmonių?“

M7. (A) 1



? Visi atsimename, kad lošimo kauliukų sienelės turi skirtingą akučių skaičių – nuo 1 iki 6. Bet taip pat lyg tai atsimename, kad sienelei su 6 taškais priešinga sienelė turi 1 tašką. Todėl viršutinio kauliuko apatinė sienelė yra 1. Vadinasi, vidurinio kauliuko viršutinė sienelė yra 1, o apatinė – 6. Todėl apatinio kauliuko viršutinė sienelė yra 6, o apatinė – 1.
Renkamės atsakymą A.

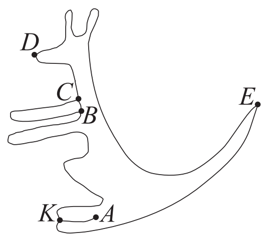
! Nesame tikri, kad prieš sienelę 6 kauliuke yra sienelė 1. Be to, jeigu net ir būtų – kas galėtų uždrausti pasigaminti ir kitokį kauliuką (ir iš tikrųjų jų būna visokių – ne kiekvienas gamintojas laikosi klasikinės taisyklės: priešingų sienų akučių suma lygi 7). Todėl spręskime kitaip. Kadangi matome viršutinio ir vidurinio kauliukų sieneles 2, 3, 4, 5, 6, tai susiglaudusios gali būti tik sienelės 1.

Vadinasi, viršutinio kauliuko sienelės 1 ir 6 yra priešingos. Bet visi kauliukai vienodi, todėl vidurinio kauliuko apatinė sienelė yra 6. Ji susiglaudusi su apatinio kauliuko sienele 6, todėl apačioje yra sienelė 1.
Teisingas atsakymas A.

!! Beje, iš uždavinio sąlygos galima nustatyti, kaip išsidėsčiusios kauliukų sienelės.
Vieną iš kubelių padėkime ant stalo taip, kad viršutinė sienelė būtų 6, apatinė sienelė 1, o priekinė – 5. Tada žiūrėdami į viršutinį kauliuką matome, kad dešinė sienelė bus 4, o žiūrėdami į apatinį kauliuką – kad užpakalinė sienelė bus 3. Vadinasi, lieka 2, ir tai bus kairė sienelė.
Galima klaidingai pagalvoti, kad tai prieštarauja paveikslėliui: viduriniame kauliuke nuo sienelės 2 prie sienelės 3 pereiname (žiūrint iš viršaus) prieš laikrodžio rodyklę, o padėtame ant stalo kauliuke – pagal laikrodžio rodyklę. Bet viskas atsistoja į savo vietas, kai jį apverčiame: sienelė 1 taps apatine, 6 – viršutine, o nuo sienelės 2 prie sienelės 3 eisime pagal laikrodžio rodyklę.
Taigi pavaizduotame kauliuke priešingos yra sienelės 1 ir 6, 2 ir 4, 3 ir 5. Vadinasi, šie kauliukai taip pat pagaminti neprisilaikant klasikinės taisyklės. Jei į piešinyje pavaizduotą kubelį žiūrėsime iš sienelės 6 krypties, tai sienelės 2, 3, 4, 5 eis iš eilės pagal laikrodžio rodyklę. Negalima sakyti, kad gamintojas pasirinko prastą sienelių tvarką – bent jau įsiminti ją nesunku.

M8. Ⓔ Tokio taško nėra

? Keletą kartų pabandę, įsitikiname, kad užduoties įvykdyti nepavyksta.
Renkamės atsakymą E.



?? A) Bandykime atsakymą A – pradėkime piešti nuo taško A. Atėję į K, galime sukti į kairę ir į dešinę. Jei sukame į kairę, tai per taškus E, D ateiname į tašką C. Kad ir kuriuo iš dviejų kelių eisime į tašką B, po to lieka dvi galimybės: arba grįžti kitu keliu į tašką C ir nebejudėti, arba eiti į tašką K, bet tada kelias taip pat baigiasi, ir lieka nenubrėžtas kitas kelias CB.
Jei iš K sukame į dešinę ir ateiname į B, istorija vėl kartojasi: arba nubrėžiame abu kelius BC ir CB (ir sustojame), arba iš C per D, E baigiame kelią taške K (ir lieka nenubrėžtas vienas iš gabalų BC).
B) Bandykime atsakymą B ir pradėkime iš taško B. Jei eisime į tašką C, tai toliau galima grįžti į tašką B arba eiti į tašką D.
Jeigu grįšime į B, tai toliau tenka eiti į tašką K. Jei iš K užsuksime į A, tai kelias baigsis. Jei į A neužsuksime dabar ir judėsime į E, tai daugiau į A nepateksime, ir kelias KA liks nenubrėžtas.
Jei iš C judėsime link D, tai per E patekę į tašką K vėl patiriame fiasko: jei užsuksime į A, tai nebegalėsime iš A grįžti, o jei į A neužsuksime dabar, tai ir nebegalėsime į jį užsukti.
C) Bandykime atsakymą C – pradėkime iš taško D. Jeigu eisime į E, tai vėl taške K pasukti į A negalima (nebegrįšime), o praėję link B – daugiau nebepateksime į A.
Jei iš D eisime į C, tai nuėję iki B arba grįšime kitu keliu BC ir užstrigsime, arba jei eisime link K, tai nebegalėsime grįžti į antrą kelią BC.
D) Pradėkime taške K. Užeiti į A dabar negalima (nebegrįšime), vadinasi, reikia apibėgti ratą ir grįžti į tašką K. Todėl visai vistiek, į kurią pusę judėti. Eikime į E, D, C, B. Grįžti į C negalima (užstringame), o nuėję tolyn – nebegrįžtame.
E) Taigi pagal „Kengūros“ konkurso sąlygą, kad lygiai vienas atsakymas teisingas, lieka paskutinis atsakymas – tokio taško nėra.
Renkamės atsakymą E.

! Įsitikinkime, kad iš tikrųjų nėra taško, nuo kurio pradėję galėtume nupiešti „kengūrą“. Iš tikrųjų, tas taškas negali būti A (jau įrodėme). Tas taškas negali būti tarp K ir A – jeigu pasuksime į A, tai nebeateisime į K, o jei pasuksime į K, tai niekada nebeateisime į A.

Jau įrodėme, kad tai negali būti taškas K. Bet kad ir iš kokio kito nenagrinėtų taškų pradėtume, kada nors turėsime ateiti į tašką K. Sakykime, kad į tašką K (pirmą kartą) ateiname, pavyzdžiui, „iš viršaus“ (tada „iš apačios“ kelio KE dalis prie taško K nenubrėžta). Dabar užsukti į A negalima (užstrigsime), o neužsukus – niekada nebepateksime. Vadinasi, atsakymas E vienintelis teisingas – tokio taško iš viso nėra.

!! Jeigu nebaigę piešti pateksime į tašką A, tai iš jo nebeišeisime. Vadinasi, pradėti arba baigti piešti reikia taške A. Kadangi visą piešimo procedūrą galima apsukti, tai pradėkime nuo taško A ir prieikime tašką K. Dabar likusią figūrą (atmetus KA) reikia pradėti ir baigti piešti taške K. Tarkime, kad mums tai pavyko. Tai reiškia, kad kiek kartų atėjome, pavyzdžiui, į tašką B, tai tiek kartų iš jo ir išėjome. Bet iš B išeina nelyginis kelių skaičius (būtent 3), – prieštara. Pasiskaityti apie bendrą tokių uždavinių teoriją mokiniui galima knygelėje O. Ore, „Grafai ir jų pritaikymai“, Vilnius, 1973 (serijos „Matematikos mokykla“ Nr. 5).

M9. (B) 4

? Spėkime nuo vidurio – imkime atsakymą C, t. y. sakykime, kad Agnė suvalgė 5 porcijas. Bet kadangi mergaitės iš viso suvalgė 10 porcijų, tai ir Giedrė suvalgė 5 porcijas, o iš sąlygos matome, kad Agnė valgo lėčiau.
Imkime atsakymą B – Agnė suvalgė 4 porcijas. Kai Agnė suvalgo 2 porcijas, Giedrė suvalgo 3 porcijas, todėl kai Agnė suvalgo 4 porcijas, tai Giedrė suvalgo 6 porcijas. Iš viso, kaip ir turi būti, jos suvalgė 10 porcijų.
Renkamės atsakymą B.

! Pavadinkime tą laiką, per kurį Agnė suvalgo 2 porcijas (o Giedrė 3 porcijas), pavyzdžiui, pertrauka. Per pertrauką abi kartu suvalgo 5 porcijas. Vadinasi, suvalgyti 10 porcijų joms reikės 2 pertraukų, ir per jas Agnė suvalgys $2 \cdot 2 = 4$ porcijas, o Giedrė – $2 \cdot 3 = 6$ porcijas.

!! Žinoma, galima sudaryti ir lygtį. Sakykime, kad per valandą Giedrė suvalgo x porcijų, tada Agnė suvalgo $10 - x$ porcijų. Bet per bet kurį laiką Giedrė suvalgo 3/2 karto porcijų daugiau, todėl

$$\frac{3}{2} \cdot x = 10 - x, \quad 3x = 20 - 2x, \quad 5x = 20, \quad x = 4.$$

Turime atsakymą B.

M10. (D) 4, 9, 2, 5

? Išbraukę atsakyme A nurodytus skaitmenis, gauname skaičių 508, išbraukę B – skaičių 958, išbraukę C – 492, išbraukę D – 108, o išbraukę E – gauname skaičių 210. Mažiausias iš tų skaičių yra 108, todėl renkamės atsakymą D.

! Toks sprendimas geras, kai renkamės iš nurodytų atsakymų. Išspręsime uždavinį, lyg jų nežinotume.
Kadangi turime gauti triženklį skaičių, tai likęs skaičius negali prasidėti nuliu. Bet taip tikrai neatsitiks, nes po 0 eina tik 8 (ir tik išbraukę keturis skaitmenis galima gauti 0 prasidedantį skaičių). Pasistengsime padaryti likusio skaičiaus pirmą skaitmenį kuo mažesnį. Kadangi 0 padaryti neįmanoma, pasistengsime padaryti 1. Tam reikia išbraukti 3 pirmuosius skaitmenis 4, 9 ir 2. Liko skaičius 1508, iš kurio reikia išbraukti vieną skaitmenį ir pasistengti padaryti antrą skaitmenį kuo mažesnį. Aišku, kad geriausiai tam tiktų 0, ir tai padaryti įmanoma išbraukus 5. Taigi išbraukti reikia 4, 9, 2 ir 5, o mažiausias skaičius lieka 108.
Teisingas atsakymas D.

!! Jau matėme, kad išbraukus 4 skaitmenis likęs skaičius neprasidės nuliu. Todėl žodžio „triženklis“ sąlygoje galėtų ir nebūti. Bet aiškumas niekada nepakenkia.

M11. Ⓑ 12

? Tikrinkime atsakymus „nuo vidurio“. Jeigu teisingas atsakymas C, tai abi mergaitės paėmė 6 obuolius. Jei Daiva būtų paėmusi 1 obuolį, tai Rasai tektų imti 11 obuolių, – neišeina. Iš viso, jei Daiva imtų mažiau kaip 6 obuolius, tai pirmoje pintinėlėje liktų daugiau kaip 6 obuoliai – vėl neišeina. Jei Daiva imtų 6 obuolius, tai pirmoje pintinėlėje liktų 6 obuoliai, ir Rasai reikėtų imti 6 obuolius – vėl neišeina.
Tikriname atsakymą B. Tada abi jos paėmė 12 obuolių. Sakykime, Daiva paėmė 3 obuolius („keletą“), tada pirmoje pintinėlėje liko 9 obuoliai, vadinasi, Rasa ėmė 9 obuolius, – viskas išeina.
Renkamės atsakymą B.

?? Netikrinkime atsakymų, o tarkime, kad Daiva pasiėmė iš pirmos pintinėlės 2 obuolius. Tada joje liko 10 obuolių. Vadinasi, Rasa ėmė 10 obuolių, o abi iš viso paėmė 12 obuolių, todėl liko 12 obuolių. Renkamės atsakymą B.

! Likusių obuolių skaičius nepasikeistų, jei Rasa tiek pat obuolių imtų iš pirmos pintinėlės. Bet tada pirma pintinėlė pasidarytų tuščia, o antroje liktų 12 obuolių. Taigi vienintelis teisingas atsakymas – 12 obuolių, t. y. atsakymas B.

!! Galima spręsti ir su nežinomuoju. Sakykime, kad Daiva pasiėmė x obuolių. Tada pirmoje pintinėlėje liko $12 - x$ obuolių. Todėl Rasa iš antros pintinėlės ėmė $12 - x$ obuolių. Kartu jos paėmė $x + 12 - x = 12$ obuolių. Taigi atsakymas nepriklauso nuo to, kiek obuolių ėmė Daiva. Galėtų tik kilti abejonių, kas yra „keletas“. Tai tikrai ne vienas, galbūt ir ne du, galbūt ir ne 10 ar 11, bet, sakysime, 3, 4 ar 5 obuoliai tikrai atitinka tą žodį ir sąlygą apskritai.

M12. Ⓓ 33

? Tikriname atsakymą C. Tada gretų yra 10, ir jei mergaitės buvo 7-oje gretoje, tai už jų yra 8-ta, 9-ta ir 10-ta gretos. Vadinasi, mergaitės nuo galo yra 4-toje gretoje – per mažai.
Matyt, gretų turi būti daugiau – tikriname atsakymą D. Tada gretų yra 11. Jei mergaitės stovi 7-toje gretoje, tai už jų yra 8-ta, 9-ta, 10-ta ir 11-ta gretos (4 gretos). Vadinasi, nuo galo mergaitės yra 5-toje gretoje, ir viskas išeina gerai.
Renkamės atsakymą D.

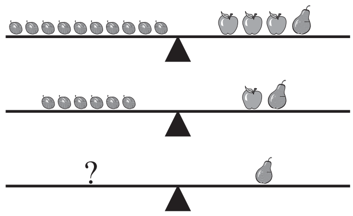
! Vėl mus norima apgauti ir įteigti mintį, kad eilių buvo $7 + 5 = 12$, t. y. teisingas atsakymas E. O iš tikrųjų, jeigu aš stoviu 7-toje gretoje, tai prieš mane yra 6 gretos, o už manęs – 4 gretos. Iš viso yra $6 + 1 + 4 = 11$ gretų, taigi į muziejų ėjo 33 mokiniai.
Teisingas atsakymas D.

M13. Ⓑ 4

? Tikriname vidurinį atsakymą C. Tada kačių-mamų yra 5, kačiukų yra bent 10, ir iš viso yra bent 15 kačių – per daug.
Tikriname „mažesnį“ atsakymą – B. Tada kačių-mamų yra 4, kačiukų $14 - 4 = 10$. Tai įmanoma: pavyzdžiui, dvi katės turi po 2 kačiukus, o kitos dvi – po 3.
Renkamės atsakymą B.

! Ankstesnį samprotavimą galima padaryti griežtą.
Jei kačių-mamų yra 5 ar daugiau, tai kačiukų yra 10 ar daugiau, ir kačių iš viso yra 15 ar daugiau, – prieštara.
Jei kačių-mamų yra 4, tai, pavyzdžiui, dvi gali turėti po 2 kačiukus, o kitos dvi – po 3.
Kadangi uždavinyje klausiama, koks didžiausias kačių-mamų skaičius, tai mažesnių skaičių tikrinti nebereikia. Teisingas uždavinio atsakymas yra 4 katės, t. y. B.
Šiaip jau kačių-mamų galėtų būti ir trys, o kačiukų 11, arba ir dvi (jei dvi – tai keletas), o kačiukų 12 (katėms visai ne per daug!).

M14. © 4



? Pradedame nuo vidurio – atsakymo C. Tada vieną kriaušę atsveria 4 slyvos. Iš antrųjų svarstyklių matome, kad obuolį atsveria 2 slyvos, o pirmos svarstyklės rodo, kad viskas gerai: iš tikrųjų 3 obuolius ir 1 kriaušę atsveria $3 \cdot 2 + 1 \cdot 4 = 10$ slyvų.
Renkamės atsakymą C.

! Antros svarstyklės rodo, kad kriaušę ir obuolį atsveria 6 slyvos. Nuimkime nuo pirmų svarstyklių 6 slyvas, kriaušę ir obuolį. Tada 2 obuolius atsvers 4 slyvos. Tai reiškia, kad vieną obuolį atsveria 2 slyvos, ir iš (pavyzdžiui) antrų svarstyklių matome, kad kriaušę atsveria 4 slyvos.

!! Žinoma, galima sudaryti sistemą

$$\begin{cases} x + 3y = 10, \\ x + y = 6 \end{cases}$$

(x – kriaušę atsveriančių, y – obuolį atsveriančių slyvų skaičius). Tą sistemą lengva išspręsti atėmus iš pirmos lygties antrą:

$$2y = 4, \ y = 2, \ x = 6 - 2 = 4,$$

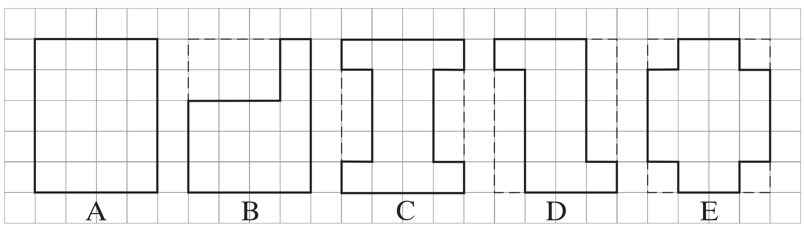
bet tai ir yra tas pats sprendimas, tik jau užrašytas ne žodžiais, o formulėmis.
Žinoma, užtenka ir vieno nežinomojo: jei kriaušę atsveria x slyvų, tai obuolį atsveria $6 - x$ slyvų, todėl

$$x + 3(6 - x) = 10, \ 2x = 8, \ x = 4.$$

Taigi vienintelis teisingas atsakymas yra 4 slyvos (t. y. atsakymas C).

M15. © C

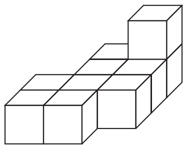
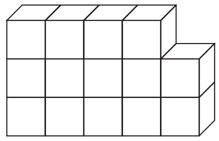
? Spėti iš akies čia sunkoka, bet nusibraižę panašius „daržus“ languotame popieriuje lengvai suskaičiuosime tvorų ilgius: $2(5 + 4) = 18$, $3 + 4 + 5 + 1 + 2 + 3 = 18$, $2(1 + 1 + 3 + 1 + 1 + 4) = 22$, $2(1 + 1 + 4 + 3) = 18$, $2(1 + 1 + 3 + 1 + 1 + 2) = 18$.



Taigi renkamės atsakymą C.

! Sklype B dvi „iškirptojo“ stačiakampio kraštines pakeitę priešingomis, gausime stačiakampį A. Kadangi nuo to tvoros ilgis nepasikeičia, tai A ir B tvorų ilgis tas pats. Lygiai tą patį galima padaryti ir su visu sklypu D (tik čia reikia atstatyti 2 „iškirptus“ stačiakampius), ir su sklypu E. Vadinasi, A, B, D, E tvoros vienodo ilgio. Kadangi pagal konkurso sąlygas tik viena tvora ilgiausia, galima būtų teigti, jog tai C.
Bet nesunku sklypo C tvoros ilgį palyginti su sklypo A tvoros ilgiu.
Iš tikrųjų, perkelkime vertikaliuosius „iškirptiems“ stačiakampiams priklausančius tvorų gabalus ant brūkšninės linijos. Tada stačiakampė tvora įgauna formą A, o dar lieka 4 „atsikišę“ horizontalūs tvoros gabaliukai. Vadinasi, tvora C ilgesnė už A, taigi ir už visų kitų sklypų tvoras.
Teisingas atsakymas C.

M16. C 6

? Dešinysis statinys sveria 6000 gramų. Pradėkime nuo vidurinio atsakymo C. Tada nematome 6 kubelių, dešinysis statinys turi $14 + 6 = 20$ kubelių, vienas kubelis sveria $6000 : 20 = 300$ gramų, kairysis statinys sveria $10 \times 300 = 3000$ gramų, ir viskas išėjo. Renkamės atsakymą C.

! Kairysis statinys turi 10 kubelių, taigi vienas kubelis sveria $3000 : 10 = 300$ gramų. Dešinysis statinys sveria $9000 - 3000 = 6000$ gramų, todėl jis turi $6000 : 300 = 20$ kubelių. Matome 14 kubelių, vadinasi, nematome 6 kubelių.
Vienintelis teisingas uždavinio atsakymas – 6 kubelių (atsakymas C).

!! Beje, nekyla abejonių, kad 6 kubelius „paslėpti“ už dešiniojo statinio įmanoma. Būtų sunkoka pasakyti, kiek daugiausia kubelių galima už jo paslėpti. (Matome, kad už kairiojo statinio negalima paslėpti nė vieno kubelio.)

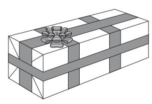
M17. B 12

? Pradėkime nuo atsakymo C, t. y. sakykime, kad 3 vištos per 9 dienas padeda 14 kiaušinių. Tada 6 vištos per 9 dienas padeda 28 kiaušinius. Bet iš sąlygos išplaukia, kad 6 vištos per 9 dienas padeda 24 kiaušinius, – neišeina.
Kadangi gavome per daug, imkime „mažesnį“ atsakymą B. Tada 3 vištos per 9 dienas padės 12 kiaušinių, o 6 vištos per 9 dienas – 24 kiaušinius. Tada 6 vištos per 3 dienas padės $24 : 3 = 8$ kiaušinius. Taip pasakyta ir sąlygoje, vadinasi, renkamės atsakymą B.

! Kadangi 6 vištos per 3 dienas padeda 8 kiaušinius, tai 3 vištos per tas 3 dienas padeda dukart mažiau, t. y. $8 : 2 = 4$ kiaušinius. Per 9 dienas tos 3 vištos padės triskart daugiau kiaušinių, t. y. $4 \cdot 3 = 12$.
Taigi teisingas atsakymas – 12 kiaušinių (t. y. B).
Matome, kad ir vėl spręsti paprasčiau nei spėlioti.

!! Žinoma, galima skaičiuoti ir „su trupmenomis“. 1 višta per 3 dienas padeda $\frac{8}{6}$ kiaušinio, 1 višta per 1 dieną padeda $\frac{8}{18}$ kiaušinio. Todėl 3 vištos per 1 dieną padės $3 \cdot \frac{8}{18}$ kiaušinio, o 3 vištos per 9 dienas padės $9 \cdot 3 \cdot \frac{8}{18} = 3 \cdot \frac{8}{2} = 3 \cdot 4 = 12$ kiaušinių.

M18. B 2 m 40 cm



? Čia jau nelabai paspėliosi – reikia skaičiuoti.

! Matome, kad yra $4 + 4 + 2 + 2 = 12$ „trumpų“ juostos gabaliukų ir 4 ilgesni gabalai. (Beje, čia galima pastebėti, kad 12 gabaliukų ilgių suma dalysis iš 3, o 4 gabalų ilgių suma taip pat dalysis iš 3, nes vieno gabalo ilgis (30 cm) dalijasi iš 3 – taigi atsakymai A, C ir E iš karto atkrinta.) Vadinasi, bendras juostos ilgis yra $12 \cdot 10 + 4 \cdot 30 = 240$ (cm).
Žinoma, galima skaičiuoti ir kiek kitaip: juostą sudaro du „ilgi“ stačiakampiai ir du kvadratai. Todėl juostos ilgis lygus $2(2 \cdot 30 + 2 \cdot 10) + 2 \cdot 40 = 240$ (cm).
Teisingas atsakymas B.

M19. B 24

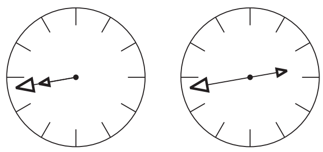
? Vėl mus bando apgauti – siūlo laiką keturgubinti ir nurodyti atsakymą A.
Sakykime, kad kvadratinės aikštės kraštinė yra 1 km. Tada per 12 minučių nueiname 4 km, o 1 km nueiname per 3 minutes (h-hmm..., truputį per greitai – na ką gi, važiuokime dviračiu, uždaviniui juk vis tiek!). Mažosios aikštės plotas 1 km^2. Todėl didžiosios aikštės plotas yra 4 km^2, o jos

kraštinė 2 km. Vadinasi, aikštės perimetras lygus $2 \cdot 4 = 8$ kilometrai, ir juos nueisime per $3 \cdot 8 = 24$ minutes.
Renkamės atsakymą B.

! Mūsų spėjimas – beveik sprendimas, tik silpna jo vieta, kad sąlygoje visai neteigiama, kad aikštės kraštinės ilgis yra 1 km. Bet tai nedidelis sunkumas. Pažymėkime aikštės kraštinę a. Tada jos plotas a^2, perimetras $4a$. Didesnės aikštės plotas $4a^2$, todėl jo kraštinė $2a$, o perimetras $8a$ – dvigubai didesnis. Taigi jai apeiti ir laiko reikės dvigubai daugiau.

!! Beje, nesunku „pataisyti“ ir spėjimą, kad jis virstų tiksliu sprendimu. Aikštės ilgį galima matuoti ne tik kilometrais, bet ir jardais, ljė, mujuniais (tai mumbojumbo genties ilgio vienetas), ir kuo tik nori. Matematikai mėgsta ilgį matuoti tararabumbijomis (trb; kaip paslaptį pasakysime, kad tararabumbija yra aikštės mažesnės kraštinės ilgis). Taigi mažosios aikštės perimetras yra 4 trb, o plotas 1 trb^2. Didesnės aikštės plotas 4 trb^2, todėl jo kraštinė 2 trb, o perimetras 8 trb. Per 12 minučių nueiname 4 trb, todėl 8 trb įveikiame per 24 minutes.
Dabar matome, kad iš esmės visi 3 sprendimai niekuo nesiskiria. O jeigu taip, tai geriau griežtesni antras ir trečias – juk jie kainuoja tiek pat vargo.
Teisingas atsakymas B.

M20. Ⓒ Šešias valandas



? Iš piešinių matyti, kad Sigutė išėjo tarp 8:40 ir 8:45, o grįžo tarp 14:40 ir 14:45. Vadinasi, jos nebuvo namie mažiausiai 5 val. 55 minutes, o daugiausiai 6 val. 05 minutes. Taigi tinka tik atsakymas C.

Galima galvoti ir taip. Laiką visiškai nusako valandinė rodyklės padėtis (minutinė tik padeda „matyti“ laiką tiksliau). Piešiniuose matome, kad valandinė rodyklė nuėjo lygiai 6 valandinius tarpukus, vadinasi, Sigutės nebuvo namie lygiai 6 valandas.

Įdomus ir toks sprendimas. Pasukime brėžinį (su visu lapu) pagal laikrodžio rodyklę taip, kad rodyklės eitų vertikaliai (ir nekreipkime dėmesio į valandinius brūkšnelius). Tada „viršutinis“ laikrodis rodys lygiai 12:00, o apatinis – lygiai 18:00. Vadinasi, laikrodis nuo vieno momento iki kito ėjo 6 valandas.

Tą patį sprendimą galima paaiškinti ir taip. „Tikro“ laikrodžio ciferblatą (bent jau mintyse) pasukime taip, kad 12 atsidurtų lygiai ties minutine rodykle (laikrodis „nežino“, kad jo ciferblatas pasuktas). Tada kairiame piešinyje laikrodis rodo 12:00, o dešiniame – 18:00.

?? Piešiniu remtis griežtai sprendžiant negalima – o gal ten kas nors pavaizduota ne taip. Remkimės tik sąlyga. Kadangi 8:00 minutinė rodyklė pradeda vytis valandinę, 8:30 dar nepasivijus, o 9:00 jau pralenkus, tai laikrodžio rodyklės sutampa tarp 8:30 ir 9:00. 14:00 minutinė rodyklė pradeda vytis valandinę, kampas tarp jų mažėja, po to jos sutampa, tada kampas tarp jų didėja, ir 14:30 lygus $3\frac{1}{2}$ valandinio „tarpelio“. Bet 15:00 atstumas tarp jų jau 9 tarpeliai, taigi atstumas 6 tarpeliai (tada jos ir sudaro tiesę) yra tarp 14:30 ir 15:00. Laikas tarp tų momentų didesnis už $14{:}30 - 9{:}00 = 5{:}30$, bet mažesnis už $15{:}00 - 8{:}30 = 6{:}30$, todėl tinka tik atsakymas C.

! Galima tiksliai nustatyti momentus, kada Sigutė išėjo iš namų ir kada grįžo. Kadangi 12:00 rodyklės sutampa, o 13:00 tarp rodyklių yra (einant nuo valandinės rodyklės prie minutinės laikrodžio rodyklės kryptimi) 11 valandinių tarpukų, tai 1 tarpukas tarp jų pasidaro per $\frac{1}{11}$ h. Kad vėl rodyklės sutaptų, tarp jų turi būti 12 tarpukų, o tai įvyks po $\frac{12}{11} = 1\frac{1}{11}$ h. Vadinasi, kas $1\frac{1}{11}$ h rodyklės sutampa, vadinasi, jos iki pusiaudienio sutampa likus $1\frac{1}{11}$ h, $2\frac{2}{11}$ h, $3\frac{3}{11}$ h. Taigi Sigutė iš namų išėjo $8\frac{8}{11}$ val. Panašiai 6 tarpukai tarp rodyklių nuo to momento, kai jos sutampa, bus po $\frac{6}{11}$ h, ir vėl kas $1\frac{1}{11}$ h. Taigi po vidurdienio tai bus laiko momentais $12\frac{6}{11}$ val., $13\frac{7}{11}$ val., $14\frac{8}{11}$ val. Vadinasi, Sigutė grįžo namo $14\frac{8}{11}$ val. Namie jos nebuvo $14\frac{8}{11} - 8\frac{8}{11} = 6$ h, t. y. teisingas atsakymas C.

!! Pateiksime sprendimą „be trupmenų“. Imkime laiko momentą 12:00. Laiką, per kurį minutinė rodyklė aplenkia valandinę puse apskritimo, pavadinkime tarpsniu. Per du tarpsnius minutinė rodyklė aplenks valandinę visu apskritimu, t. y. rodyklės vėl sutaps. Tai įvyks vėliau kaip 13:05 (nes 13:00 minutinė rodyklė dar nepasivijusi valandinės, ir net 13:05 ji nebus pasivijus) ir anksčiau negu 13:10 (nes 10 minučių po pirmos minutinė rodyklė bus ties skaičiumi 2, o valandinė dar nebus iki jo atėjus). Vadinasi, du tarpsniai yra daugiau kaip 65 minutės, bet mažiau kaip 70 minučių, o vienas tarpsnis yra didesnis už 30 minučių, bet mažesnis už 35 minutes.
Dabar suskaičiuokime, kiek tarpsnių Sigutės nebuvo namie. 12:00 rodyklės sutapo, todėl jos sutapo prieš 2 tarpsnius (prieš 65–70 minučių, t. y. tarp 10:50 ir 10:55), prieš 4 tarpsnius (prieš 130–140 minučių, t. y. tarp 9:40 ir 9:50), prieš 6 tarpsnius (195–210 minučių, t. y. tarp 8:30 ir 8:45). Kadangi prieš 8 tarpsnius dar nebuvo 8 valandos, tai Sigutė iš namų išėjo 6 tarpsniai prieš vidurdienį.
Beje, dar pratęskime šį samprotavimą. Gauname, kad rodyklės sutapo prieš 8 tarpsnius (prieš 260–280 minučių, t. y. tarp 7:20 ir 7:40), prieš 10 tarpsnių (tarp 6:10 ir 6:35, o prieš 11 tarpsnių (tarp 5:25 ir 6:05 jos priešpriešės. Bet mes puikiai atsimename, kad lygiai 6:00 laikrodžio rodyklės priešpriešės, vadinasi, 11 tarpsnių – tai 6 valandos.
Dabar suskaičiuokime, kiek tarpsnių po vidudienio Sigutės nebuvo namie. Kadangi 2 tarpsniai *iki* 18:00 yra tarp 14:50 ir 14:55, 4 tarpsniai *iki* 18:00 yra tarp 15:40 ir 15:50, 6 tarpsniai – tarp 14:30 ir 14:45, tai Sigutės grįžimo namo momentas ir buvo 6 tarpsniai iki 18:00, arba 5 tarpsniai nuo 12:00. Iš viso Sigutės nebuvo namie 11 tarpsnių, o tai yra lygiai 6 valandos.

!!! Sigutės nebuvo namie nelyginį tarpsnių skaičių. Bet jos nebuvo namie mažiausiai nuo 9:00 iki 14:00, daugiausiai nuo 8:00 iki 15:00, t. y. 5–7 valandas. 11 tarpsnių yra 6 valandos, 13 tarpsnių – daugiau kaip 7 valandos, 9 tarpsniai – mažiau kaip 5 valandos. Vadinasi, jos tikrai nebuvo 11 tarpsnių, t. y. lygiai 6 valandas.

M21. © 6

? Pradedame spėti nuo vidurio. Kadangi $6+3=9$ tikrai yra trimis mažiau už $2 \cdot 6 = 12$, tai renkamės atsakymą C.

! Skaičius, jo pusė ir 3 yra dvigubas skaičius. Vadinasi, jo pusė ir 3 yra pats tas skaičius. Todėl 3 yra jo pusė, taigi ieškomas skaičius yra 6.

!! Žinoma, galima sudaryti lygtį:

$$x + \frac{1}{2}x + 3 = 2x.$$

Beje, ją spręsdami įžiūrime tą patį samprotavimą, tik užrašytą lygtimis:

$$\frac{1}{2}x + 3 = x,$$

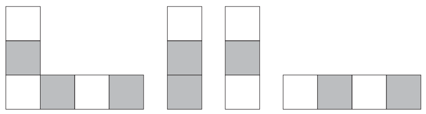
$$\frac{x}{2} = 3,$$

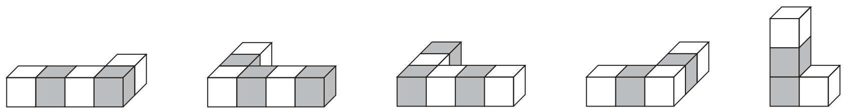
$$x = 6.$$

Vienintelis atsakymas yra 6 (t. y. C).

M22. Ⓑ

? Čia beveik visiškai vis tiek, nuo ko pradėti spėti. Iš pirmo paveikslėlio matome, kad konstrukcijos galai yra skirtingų spalvų kubeliai, todėl netinka atsakymai A, D ir E. Iš to paties pirmo paveikslėlio matome, kad konstrukcijos kampinis kubelis baltas, o atsakyme C taip nėra. Renkamės atsakymą B.





A B C D E

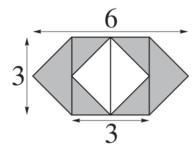
! Įdomu, kad atmesti 4 atsakymus užteko pirmo paveikslėlio. Griežtai sprendžiant uždavinį, dar reikia įsitikinti, kad žiūrint į konstrukciją B iš įvairių pusių tikrai galima pamatyti visus keturis paveikslėlius. Ir iš tikrųjų, pirmą paveikslėlį matysime, jei į B žiūrėsime iš viršaus; antrą paveikslėlį. matysime, jei į B žiūrėsime iš dešinės; trečią paveikslėlį matysime, jei į B žiūrėsime iš kairės (abu kartus prieš tai pavertę B ir padarę 3 vienetų kraštinę vertikalią); ketvirtą paveikslėlį matysime žiūrėdami į B iš priekio.
Beje, jei į B žiūrėtume iš apačios ar iš užpakalio, naujų paveikslėlių negautume.

!! Žinoma, galima atsakymus perrinkti ir kitaip. A netinka, nes iš niekur nepamatysime stačiakampio 1×3. D ir E netinka, nes iš niekur nepamatysime stačiakampio 1×4. C netinka, nes konstrukcijos kampinis kubelis turi būti baltas. Lieka įsitikinti, kad konstrukcija B tinka.

M23. Ⓑ 9

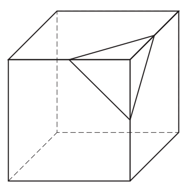
? Iš karto matome, kad netinka atsakymas E – pilno stačiakampio su kraštinėmis 3 ir 6 plotas būtų 18. Panašu, kad išmesta dalis yra apie pusę ploto, taigi renkamės atsakymą 9, t. y. B.

! Plotus galima suskaičiuoti. Keturių išmestų iš stačiakampio kampinių trikampukų bendras plotas yra $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$. Kvadrato plotas lygus įstrižainių sandaugos pusei: $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = \frac{9}{2}$. Vadinasi, užtušuotos dalies plotas lygus $18 - 2 \cdot \frac{9}{2} = 9$.

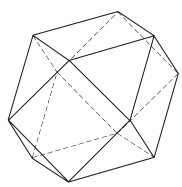


!! Per kvadratinės „skylės“ viršūnes išveskime 3 vertikalias linijas. Jos atkerta iš kairės ir dešinės po trikampį. Tuos trikampius įstūmę į skylę, ją kaip tik užpildome. Gauto kvadrato plotas lygus $3 \cdot 3 = 9$.

M24. Ⓒ 12



? Ir šiame uždavinyje bandoma sprendėją apgauti. Kadangi nupjovus vieną viršūnę atsirado trys naujos, tai viršūnių skaičius padidėjo 2. Bet kubo viršūnių yra 8, tai peršasi atsakymas, kad turėsime $8 \cdot 2 = 16$ naujų viršūnių, o iš viso $8 + 16 = 24$ viršūnes. Taip ir būtų, jeigu pjautume per taškus, nutolusius nuo viršūnės, sakysime, per 5 cm. Iš tikrųjų, kadangi pjaunama per briaunos vidurį, tai briaunoje bus tik viena viršūnė, o taip skaičiuodami kiekvieną viršūnę įskaitome 2 kartus, todėl teisingas atsakymas 12, t. y. C.



! Pjaunant kaip nurodyta sąlygoje, kiekviena viršūnė bus kubo briaunos vidury- je. Kadangi briaunų yra 12 (4 viršutiniame pagrinde, 4 apatiniame pagrinde, 4 vertikalios), tai ir viršūnių bus 12.

Gautas briaunainis pavaizduotas paveikslėlyje.