

SPRENDIMAI

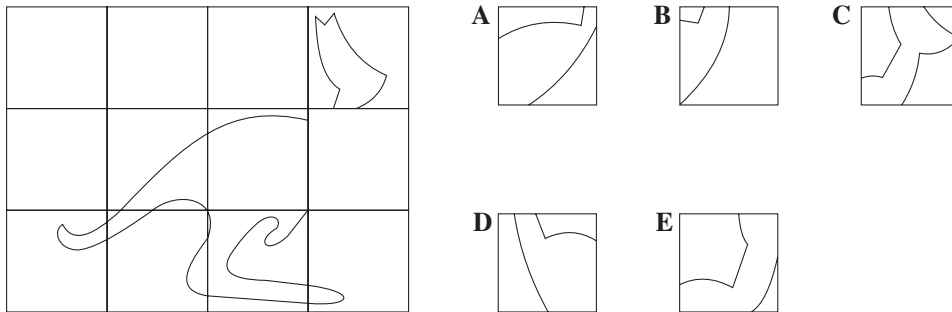
MAŽYLIS (III ir IV klasės)

M1. © 4

- ! Pirmų dviejų dėmenų suma lygi 4, o toliau kiekvieną kartą kiek atimame, tiek ir pridedame. Vadinasi, teisingas atsakymas **C**.

M2. Ⓑ

- ! Geriausia ieškoti paveikslėlio, kuriame linija išeina iš apatinio kairiojo kampo. Toks yra tik paveikslėlis **B**.



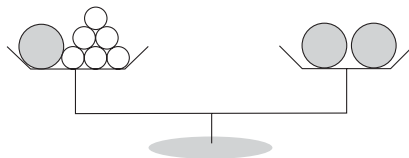
Teisingas atsakymas **B**.

M3. Ⓓ 23

- ! Reikia sudėti $10 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1$. Gauname 23.
- Teisingas atsakymas **D**.

M4. Ⓔ 6

- ! Vienas melionas ir 6 apelsinai atsveria 2 melionus. Nuimkime nuo lėkštelių po vieną melioną.
- Svarstyklės liks pusiausviros, ir vienoje lėkštelėje bus 6 apelsinai, kitoje – vienas melionas.



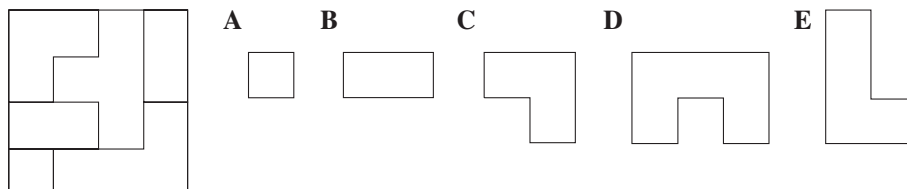
Teisingas atsakymas **E**.

M5. © 8

- ! Patogu numerius dalyti į grupes nuo 1 iki 9, nuo 10 iki 19 ir nuo 20 iki 24. Pirmoje grupėje turime tik vieną dvejetą (numeryje 2), antroje – taip pat vieną (numeryje 12), trečioje grupėje 5 dvejetus pirmoje vietoje ir 1 dvejetą – antroje (numeryje 22). Iš viso turime $1 + 1 + 6 = 8$ dvejetus.
- Teisingas atsakymas **C**.

M6. **Ⓓ**

! Nesunku kvadrata rasti figūras **A**, **B**, **C**, **E**. Galime ir pasitikrinti – figūros **D** tikrai nerandame.



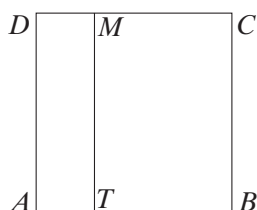
Renkamės atsakymą **D**.

M7. **Ⓒ** 4200

! Kadangi valandoje yra 60 minučių, tai per valandą širdis muša maždaug $70 \times 60 = 4200$ kartų.
 • Teisingas atsakymas **C**.

M8. **Ⓐ** 14

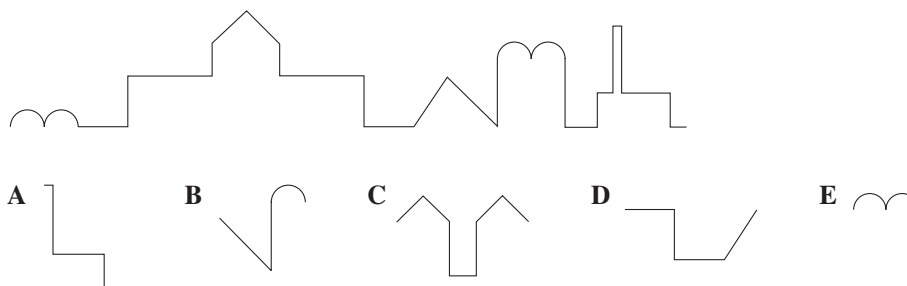
! Kvadrato $ATMD$ perimetras lygus $(10 + 3)2 = 26$ cm, todėl $ABCD$ perimetras didesnis $40 - 26 = 14$ (cm).
 • Teisingas atsakymas **A**.



!! Galima neskaičiuoti perimetru. Kvadratas $ABCD$ ir stačiakampis $ATMD$ turi po dvi lygias kraštines, todėl jų perimetrai skiriasi dvigubai tiek, kiek AB ilgesnė už AT , t. y. $2(10 - 3) = 14$ (cm).

M9. **Ⓒ**

? Pažiūrėję į paveikslėlį matome, kad jame nėra dviejų smailių vieno lygio „stogų“. Vadinasi, paveiksle tikrai nėra figūros **C**.
 Renkamės atsakymą **C**.



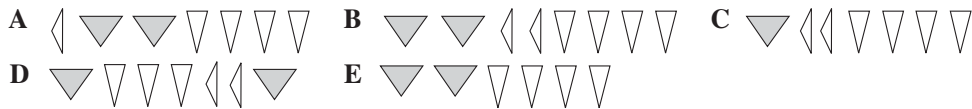
! Pažiūrėję paveikslėlį, dešiniajame jo gale randame figūrą **A**. Figūrą **B** aptinkame paveikslėlio dešinėje pagal stogo pusapskritimį. Figūrą **D** matome į kairę nuo vietos, kur randome **B**. Figūrą **E** vėl lengvai aptinkame pagal dviejų pusapskritimių stogą. Vadinasi, paveikslėlyje nerandame tik figūros **C**.
 • Teisingas atsakymas **C**.

M10. (A) 3

- ! Kadangi mažiausias dviženklis skaičius yra 10, o didžiausias vienaženklis 9, tai gauname
 • $(10 + 17) : 9 = 3$.
 Teisingas atsakymas **A**.

M11. (E)

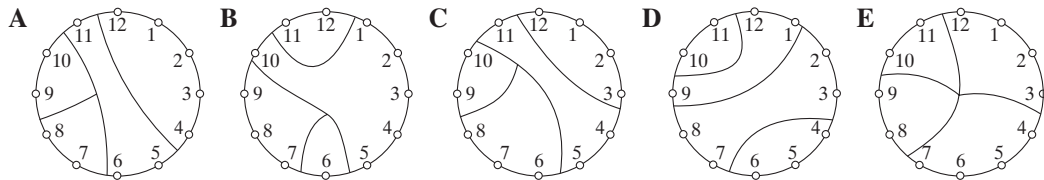
- ? Kadangi „surinkti“ reikia 124, tai skaičiuje turi būti dukart po šešiasdešimt (∇) – kitaip neužteks „ženklų“. Tokie yra užrašai **A**, **B**, **D**, **E**. Bet užrašė nebeturi būti dešimties ($\langle \rangle$), nes tada skaičius būtų didesnis už 130.
 Renkamės atsakymą **E**.



- ! Iki pilno sprendimo trūko nedaug: patikrinti, ar **E** tikrai reiškia 124. Matome, kad užrašė **E** yra dukart 60 ir keturiskart vienetas (∇), o $2 \cdot 60 + 4 \cdot 1 = 124$.
 Teisingas atsakymas **E**.

M12. (C)

- ? Tikrinkime paveikslėlius paėiliui. Paveikslėlyje **A** suma $7 + 8 = 15$ daug skiriasi nuo sumos $11 + 5 + 6 = 22$, taigi **A** netinka. Paveikslėlyje **B** skaičius 6 daug skiriasi nuo sumos $7 + 8 + 9$, ir **B** netinka. Paveikslėlyje **C** sumos yra $11 + 4 + 5$, $10 + 9$, $8 + 7 + 6$ ir $12 + 1 + 2 + 3$, t. y. 20, 19, 21 ir 18, taigi tinka.
 Renkamės atsakymą **C**.



- ! Gauti griežtą atsakymą nebesunku: užtenka patikrinti, kad **D** ir **E** netinka. Atveju **D** daug skiriasi sumos, pavyzdžiui, $10 + 11$ ir $4 + 5 + 6$, o atveju **E** – sumos $10 + 11$ ir $9 + 8$ (kadangi sumos turi būti paėiliui einantys skaičiai, tai jos gali skirtis daugiausiai 3 vienetais).
 Teisingas atsakymas **C**.
- !! Iš karto galima nustatyti, kokios turi būti skaičių sumos. Kadangi $1 + 2 + 3 + \dots + 12 = (1 + 12) + (2 + 11) + \dots + (6 + 7) = 13 \cdot 6 = 78$, tai keturių sumų suma lygi 78. Kadangi kraštinių pagal dydį sumų suma lygi vidurinių sumai, tai vidurinių sumų suma yra 39, o pačios sumos yra 19 ir 20. Todėl likusios dvi sumos yra 18 ir 21. Kadangi paveikslėlyje **A** yra suma 15, tai jis netinka. Paveikslėlyje **B** yra suma 6, paveikslėlyje **D** – suma 14, paveikslėlyje **E** – suma 22. Vadinasi, gali tikti tik paveikslėlis **C**. Ir iš tikrųjų – ten sumos yra 18, 19, 20 ir 21.

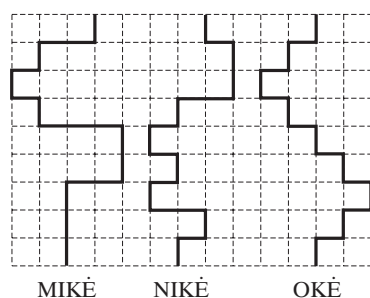
M13. (A) Tadas turi šunį

- ? Tadas turi šunį arba katę – priešingu atveju neteisingi bus sakiniai **A** ir **D**. Jei Tadas turėtų šunį, tai neteisingi būtų sakiniai **D** ir **E**. Vadinasi, Tadas turi katę, ir neteisingas sakiny **A**.
 Renkamės atsakymą **A**.

- ! Iš sąlygos aišku, kad Vytas turi kanarėlę. Kadangi Matas ir Tadas negali turėti žuvytės, tai žuvytę turi Julius. Matas nemėgsta kačių, todėl turi šunį. Vadinasi, katę turi Tadas. Matome, kad iš sakinių **A, B, C, D** ir **E** neteisingas tik **A**, o kiti teisingi.
Teisingas atsakymas **A**.

M14. **(E)** Mikė ir Nikė finišavo vienu metu

- ! Atspėti sakinį čia nepavyks — reikia suskaičiuoti kengūrų kelius. Jeigu laikysime, kad schemas langeliai vienetiniai, tai Mikės ir Nikės kelią sudaro po 18 langelių, o Okės — 17 langelių. Matome, kad pirmi 4 sakiniai neteisingi, o teisingas tik penktas sakiny.



Teisingas atsakymas **E**.

M15. **(D)** Elena

- ? Pradėkime spėlioti nuo Julės — sakykime, kad ji gimė gegužės 17 d. Bet Zita negalėjo gimti 17 dieną, todėl **A** netinka.
Jei teisingas atsakymas **B**, tai Zita taip pat būtų gimusi gegužės mėnesį, o tai prieštarauja sąlygai.
Jei teisingas atsakymas **C**, tai Julė gimė taip pat 17 dieną, — neteisybė.
Galima jau būtų rinktis atsakymą **D**, bet trukdo atsakymas **E** — o gal iš tikrųjų garantuotai nieko nustatyti neįmanoma?
Taigi imkime atsakymą **D** — Elena gimė gegužės 17 dieną. Tada Kamilė ir Zita galėjo gimti atitinkamai kovo 1 d. ir kovo 21 d., o Julė — liepos 21 d.
Renkamės atsakymą **D**.

- ! Kadangi Kamilė ir Zita gimusios tą patį mėnesį, tai tas mėnuo — kovas. Kadangi Julė ir Zita gimė tą pačią mėnesio dieną, tai Zita gimė kovo 21 d. Vadinasi, gegužės 17 galėjo gimti tik Elena.
Teisingas atsakymas **D**.

M16. **(C)**

- ? Kadangi šešeto tarp atsakymų nėra, tai 6 yra mažesnioji stačiakampio kraštinė.
Tikriname atsakymus. 30 degtukų per daug — vien stačiakampio perimetras būtų didesnis už 60. Tikriname **B** — 18 degtukų. Tada stačiakampio perimetras $2(18+6) = 48$, o 12 degtukų nebeužtenka trikampiui. Tikriname **C** — tada stačiakampio perimetras $2(15+6) = 42$, trikampio perimetras $3 \cdot 6 = 18$, ir viskas išeina gerai.
Renkamės atsakymą **C**.
! Žinoma, geriausia skaičiuoti. Samanta sunaudavo trikampiui 18 degtukų, taigi stačiakampiui liko 42.
• Dviem kraštinėms bus sunaudota $2 \cdot 6 = 12$ degtukų, taigi liks 30. Jie ir bus panaudoti kaip kitos dvi kraštinės — vadinasi, kraštinės bus po 15 cm. Jos didesnės už 6 cm kraštines.
Teisingas atsakymas **C**.

M17. **(B)**

- ? Turint popieriaus lapą (pavyzdžiui, tą patį konkurso lapą) nesunku įsitikinti, kad perlenkus vieną kartą galima gauti figūras **A**, **C**, **D** ir **E**.
Renkamės atsakymą **B**.



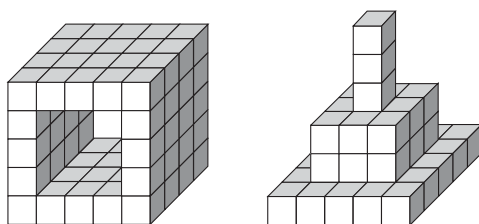
- ! Sunkiau įsitikinti, kad tikrai negalima gauti figūros **B**. Samprotauti galima taip. Kadangi figūroje **B** stačiakampis susiaurėjo lygiagrečiai, tai buvo lenkiama per tiesę, lygiagrečią pagrindams. Bet taip pat aišku, kad jis buvo lenkiamas per pasvirąją tiesę, vadinasi, buvo lenkiamas du kartus.
Teisingas atsakymas **B**.

M18. **(B)** 7:20

- ! Marytė eina į mokyklą $5 + 32 = 37$ minutes, Zita eina $37 - 12 = 25$ minutes. Zita atėjo į mokyklą 7:45, todėl iš namų ji išėjo 7:20.
Teisingas atsakymas **B**.

M19. **(D)** 18

- ! Nesunku suskaičiuoti, kad tunelį sudaro $5 + 3 + 5 + 3$ „strypai“, kurių ilgis (iš priekio į užpakalį) 4.



Vadinasi, jame yra $16 \times 4 = 64$ kubeliai. Piramidėje yra $5 \times 5 + 3 \times 3 \times 2 + 3 = 46$ kubelių. Taigi nepanaudota liko $64 - 46 = 18$ kubelių.
Teisingas atsakymas **D**.

M20. **(C)** 7

- ? Sakykime, kad teisingas atsakymas **A** — Petras pagavo 21 žuvį. Bet tada su Luku jie pagavo 42 žuvis — per daug.
Sakykime, kad Petras pagavo 14 žuvų (**B**), tada su Luku jie pagavo 28 žuvis. Taigi Jonui ir jo sūnui lieka 7 žuvis. Bet jeigu Jono sūnus pagavo 1 žuvį, tai Jonas 3 — per mažai, o jeigu sūnus pagavo 2 žuvis — Jonas 6 — per daug.
Sakykime, kad Petras ir Lukas pagavo po 7 žuvis (**C**). Tada Jonui ir jo sūnui lieka 21 žuvis. Bet jei sūnus pagavo 5 (ar mažiau), tai Jonas 15 (ar mažiau) — per mažai. O jeigu sūnus pagavo 6 (ar daugiau), tai Jonas — 18 (ar daugiau) — per daug.
Panašiai netinka ir atsakymas **D**. Jei Petras ir Lukas pagavo po 6 žuvis, tai Jonas ir sūnus — 23 žuvis. Bet ir vėl sūnui 5 žuvis per mažai, o šešios per daug.
Liko atsakymas **E**. Galima jį ir pasirinkti — „Kengūra“ garantuoja, kad bent vienas atsakymas teisingas.
Renkamės atsakymą **E**.

?? Beje, jau pajutome, kad čia kažkas ne taip. Tikrinkime ir atsakymą E. Tada Petras ir Lukas pagavo 0 žuvų, o Jonas ir sūnus — 35 žuvis. Bet ir vėl: 8 sūnaus žuvų — per mažai ($8 + 3 \cdot 8 = 32$), o 9 — per daug ($9 + 3 \cdot 9 = 36$).

Priseina spręsti dilemą: ar sąlygoje apsirikta, ar tyčia kažkas susukta. Ir čia vienaip ar kitaip reikia įsigudrinti savęs paklausti — o kiek gi žmonių dalyvavo žūklėje. Normaliai skaitant išeitų, kad keturi. Bet formaliai — o gal ir trys. Tada aišku, kad Jono sūnus yra Petras, ir lengvai randame teisingą atsakymą.

! Žūklėje galėjo dalyvauti 4 arba 3 žmonės. Jeigu joje buvo 4 žmonės, tai Petras ir Lukas sugavo lyginį žuvų skaičių, Jonas ir sūnus — taip pat lyginį žuvų skaičių, taigi visi jie sugavo lyginį žuvų skaičių, o ne 35.

Jeigu žūklėje buvo 3 žmonės, tai Petras — Jono sūnus. Jeigu Petras ir Lukas sugavo po x žuvų, tai Jonas sugavo $3x$ žuvų, ir $x + x + 3x = 35$, $x = 7$. Taigi Petras sugavo 7 žuvis.

Teisingas atsakymas C.

!! Kas atsitiktų su uždaviniu, jeigu išbrauktume Petro sūnaus vardą (Lukas)? Po to tarsi galėtų būti dar viena galimybė: Jonas — Petro sūnus. Tada jei Jono sūnus pagavo y žuvų, tai Jonas $3y$ žuvų, o Petras — taip pat $3y$, ir $3y + 3y + y = 35$, $y = 5$. Taigi Petras būtų pagavęs 15 žuvų, bet toks atsakymas neduotas. Matyt, tektų samprotauti „kengūriškai“. Kadangi atsakymo 15 nėra, o „Kengūros“ vienas atsakymas visada teisingas, tai pastaroji situacija neįmanoma, ir Petras — Jono sūnus (o ne tėvas).

Beje, uždavinys — tam tikras pokštas, ir malonu buvo matyti, kaip trečiokas tai po konkurso aiškina nesusigaudžiusiam situacijoje broliui šeštokui (tas gyrėsi: aš parašiau 0 — „tuščia aibė“). Daugelyje šalių buvo iš karto parašyta, kad tai uždavinys-pokštas, bet tada kam iš viso jį duoti... Lietuviškai uždavinį pavyko suformuluoti taip, kad pokštas pasidarytų prasmingas.

M21. © 8

! Patogiausia kaip nors sužymėti muzikantus, pavyzdžiui, smuikininkus — raidėmis A, B, pianistus — raidėmis P, R, violončelininkus — raidėmis V, Z. Tada paprasta abėcėliškai surašyti visas galimas trio sudėtis:

$APV, APZ, ARV, ARZ, BPV, BPZ, BRV, BRZ$.

Jų yra 8, taigi meno vadovui prireiks 8 perklausų.

Teisingas atsakymas C.

!! Žinoma, aukštesniųjų klasių moksleiviai gali remtis vadinamąja daugybės taisykle:

Jeigu reikia nuveikti tris darbus, ir pirmą darbą galima atlikti a būdų, antrą darbą — b būdų ir trečią — c būdų, tai visus tris darbus galima nuveikti abc būdų.

Kadangi smuikininką galima pasirinkti 2 būdais, pianistą — 2 būdais ir violončelininką — 2 būdais, tai trio sudaryti galima $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ būdais.

M22. © 21

? Jeigu yra 16 plytelių, tai iš karto galima iškalti 16 medalių, taigi atsakymai A, B ir C atkrinta. Deja, renkantis iš atsakymų D ir E, geriau skaičiuoti.

! Kadangi iškirtus 4 ruošinius iš atlikusio aukso galime pagaminti dar 1 plytelę, tai iškirtus 16 ruošinių galima pagaminti dar 4 plyteles. Iškirtus iš tų 4 plytelių ruošinius iš atliekų vėl galima pagaminti 1 plytelę, o iš jos — ruošinį. Taigi iš viso galima pagaminti 21 medalį.

Teisingas atsakymas D.

- !! Tokiuose uždaviniuose kartais kyla abejonių, ar galutinis medalių skaičius priklauso nuo to, kada iš atliekų sulydomos plytelės. Pavyzdžiui, galima gaminti naują plytelę, kai tik atsirado 4 ruošinių atliekų, o galima sunaudoti visas plyteles, o tik tada gaminti naujas. Šis sunkumas apeinamas samprotaujant taip.

Tarkime, kad vienos plytelės masė yra 4 garatai (garatą mums pavyko sulipdyti iš gramo ir karato). Kadangi iš 4 plytelių lieka masės vienai plytelei, tai 4 ruošiniams sunaudojama 12 garatų aukso, o vienam ruošiniui — 3 garatai. Kadangi iš viso turėta 16 plytelių, tai jų masė — 64 garatai. Tai reišia, kad pagaminus 21 ruošinį, dar liks 1 garatas, bet pagaminti 22 ruošinius aukso neužtenka. O štai kaip pagaminti 21 ruošinį — jau žinome.

M23. (E) 10

- ! Čia tikrinti atsakymus visiškai paprasta. Atveju **A** prieš Tomą buvo 15 mokinių, už Tomo 12 — netinka. Atveju **B** prieš buvo 16, už — 11, — netinka. Atveju **C** prieš Tomą buvo 7 mokiniai, už Tomo — 20. Atveju **D** prieš buvo 8, už — 19. Pagaliau atveju **E** prieš Tomą buvo 9 mokiniai, už Tomo — 18, o 18 iš tikrųjų yra dvigubai daugiau už 9. Teisingas atsakymas **E**.

- !! Galima sudaryti ir lygtį. Sakykime, kad Tomas užėmė x -tąją vietą. Tada prieš jį buvo $x - 1$ mokinsys, o už jo buvo $28 - x$ mokiniai. Todėl

$$28 - x = 2(x - 1),$$

taigi $28 - x = 2x - 2$, $28 = 3x - 2$, $30 = 3x$, $x = 10$.

Žinoma, kadangi lygtis yra pirmojo laipsnio, tai nesunku apsieiti ir be jos. Kadangi iš viso buvo 28 mokiniai, tai be Tomo jų buvo 27. Kadangi už jo buvo dvigubai daugiau mokinių nei prieš jį, tai prieš jį buvo trečdalis tų mokinių, t. y. $27 : 3 = 9$. Kadangi prieš Tomą buvo 9 mokiniai, tai jis užėmė 10 vietą.

M24. (D) 21

- ? Uždavinys labai patogus spręsti tikrinant atsakymus. Iš tikrųjų: po 1 kilometro (atsakymas **E**) skaitiklis rodys 187570, šie skaitmenys ne visi skirtingi — yra du septynetai. Po 21 kilometro (**D**) rodmuo bus 187590, o šis skaičius neturi vienodų skaitmenų. Renkamės atsakymą **D**.

- ! Kol kas mes neįrodėme, kad tik po 21 km pirmą kartą rodmuo bus skaičius, sudarytas iš skirtingų skaitmenų. Bet įrodyti tai nesunku: užtenka surašyti rodmenis po 1, 2, ..., 20 kilometrų ir įsitikinti, kad jie netenkina sąlygos. Elkimės kiek ekonomiškiau. Jau matėme, kad po 1 km rodmuo bus 187570, ir rodmenyje yra du septynetai. Tas septynetas nesikeis ir po 2, ir po 3, ..., ir po 9 kilometrų, ir tik kai bus nuvažiuota 11 kilometrų, rodmuo taps 187580. Dabar nauja bėda — turime du skaitmenis 8, ir kad antras aštuonetas išnyktų, reikia nuvažiuoti dar 10 kilometrų. Taigi po 21 km rodmuo bus 187590.

Teisingas atsakymas **D**.

Skaitytojui siūlome surasti dar 6 tokius rodmenis.