SPRENDIMAI

MAŽYLIS (III ir IV klasės)

M1. C 4

Geriausia grupuoti 3 ir -3, 2 ir -2, 1 ir -1. Gauname 4.
Teisingas atsakymas **C**.

M2. D 160

Antrame vagone $2 \cdot 10 = 20$ dėžių, trečiame — $2 \cdot 20 = 40$, ketvirtame — $2 \cdot 40 = 80$, penktame — $2 \cdot 80 = 160$ dėžių.
Teisingas atsakymas **D**.

M3. B Žalia

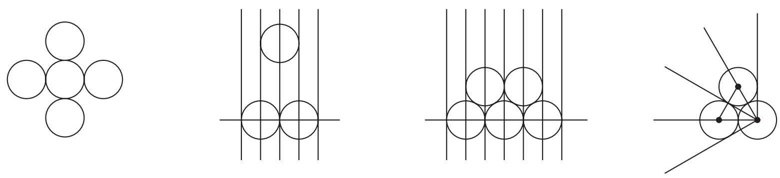
Kadangi po 5 gėlyčių jos pradeda kartotis, tai po 15 gėlytės 16-ta bus mėlyna, o 17-ta — žalia.
Teisingas atsakymas **B**.

M4. C 50

Vietų yra $6 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 6 = 50$.
Teisingas atsakymas **C**.

M5. C 6

Jau vien nusipiešus keturias monetas, matyti, kad turėtų tilpti ir 5-ta moneta (žinoma, monetas reikia sustumti). Ar tilps šešta moneta — ne taip jau aišku.
Darykime kiek kitaip. Padėkime dvi besiliečiančias monetas (horizontaliai) ir išveskime 5 vertikalius statmenis:



Trečia moneta tilps tarp 2 ir 4 vertikalių (nes telpa abi pusikės). Kai ją nuleisime, ji (dėl simetrijos) vienu metu palies abi monetas.
Dabar padėkime 3 monetas horizontaliai ir išveskime 7 vertikales. Aišku, kad abi monetos nusileis ir lies viena kitą ir dar po 2 monetas. Bet lygiai taip pat prie tų trijų monetų galima prišlieti 2 monetas iš apačios. Vadinasi, vidurinę monetą lies 6 monetos.
Teisingas atsakymas **C**.

Jeigu esame susipažinę su laipsnių skaičiavimu, tai visai paprasta įrodyti, kad monetą lies 6 tokios pat monetos. Iš tikrųjų, suglauskime dvi monetas ir priglauskime prie jų trečią. Jų centrai sudaro taisyklingąjį trikampį, todėl kampas tarp spindulių, išvestų iš vienos monetos centro į kitų monetų centrus, lygus 60°. Todėl kampai tarp dešiniajame paveikslėlyje išvestų pustiesių lygūs 30°. Matome, kad kiekvienas iš kairesnių apskritimų telpa į 60° sektorių. Vadinasi, į 360° tilps lygiai 6 apskritimai.

M6. C 3

Kadangi $MN = KN - KM = 22 - 10 = 12$, o $KL = KN - LN = 22 - 15 = 7$, tai $LM = KN - KL - MN = 22 - 7 - 12 = 3$.

Teisingas atsakymas **C**.

M7. B 24

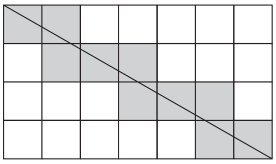
Jeigu Ukas būtų paėmęs dar tiek pat obuolių, tai turėtų 24 obuoliais daugiau. Vadinasi, jis paėmė 24 obuolius.
Teisingas atsakymas **B**.

M8. A 12

Vidinį stačiakampį sudaro $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ kubelių.
Teisingas atsakymas **A**.

M9. C 10

Įstrižainė įeidama į langelį kerta arba horizontalę arba vertikalę, be to, ji neina per kampus (išskyrus pradžią ir galą).



Kadangi įstrižainė iš pradžių eina iš kampo, po to kerta 3 horizontales ir 6 vertikales, tai ji eina per $1 + 3 + 6 = 10$ langelių.
Teisingas atsakymas **C**.

M10. D 110

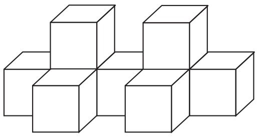
Kadangi 7 žiedlapiai lentelėje atitinka 35 azalijų rūšis, tai vienas žiedlapis atitinka $35 : 7 = 5$ rūšis. Kadangi gerberų eilutėje nupiešta $5 \cdot 4 + 2 = 22$ žiedlapiai, tai gerberų rūšių sode yra $22 \cdot 5 = 110$.
Teisingas atsakymas **D**.

M11. C 11 h 5 min

Onutė miegojo 2 h 30 min + 6 h 45 min = 8 h 75 min = 9 h 15 min, o Martynas 9 h 15 min + 1 h 50 min = 10 h 65 min = 11 h 05 min.
Teisingas atsakymas **C**.

M12. C 21

Pavaizduotą statinį sudaro $5 + 2 + 2 = 9$ kubeliai. Todėl 1 kubelis sveria $189 : 9 = 21$ g.



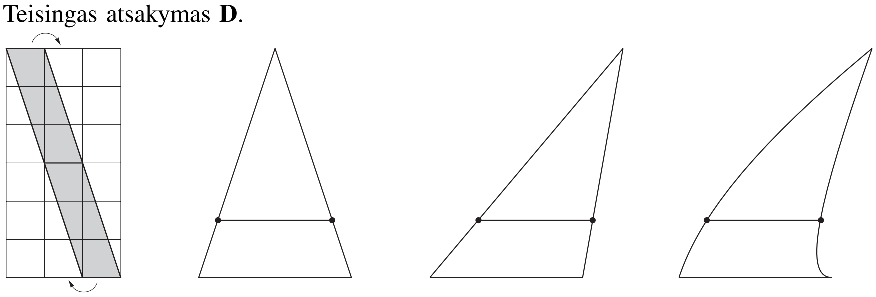
Teisingas atsakymas **C**.

M13. A 6 m 78 cm

Sprindžio geriausias rezultatas iki olimpiados buvo 50 dm 55 cm, o pergalingas šuolis 5 m 55 cm + 123 cm = 5 m 178 cm = 6 m 78 cm.
Teisingas atsakymas **A**.

M14. D 18

Nekelia abejonių, kad abi raidės N „kojos“ užima po 6 langelius. Bet nesunku įsitikinti, kad ir „skersinis“ užima 6 langelius: užtenka perkelti „atkirptas“ dalis, kaip parodyta paveikslėlyje, ir vėl gauname stačiakampį iš 6 kvadratėlių.
Teisingas atsakymas **D**.



Matome, kad tiek kojos, tiek skersinio plotis bet kuriame aukštyje pastovus. Garsusis Kavaljerio principas (Kavaljeris — XVII a. italų matematikas) teigia, kad dviejų figūrų plotai lygūs, jeigu bet kuriame aukštyje jų plotis vienodas (ir net nebūtinai visur tas pats — kaip kad trijuose dešiniuosiuose paveikslėliuose).
Mūsų (raidės N) atveju tiek kojos, tiek skersinio plotis visur tas pats ir lygus vienetui. Todėl skersinio plotas taip pat lygus 6, o raidė užima plotą, lygų 18.

M15. A 24

Verta atskirai galvoti apie valandas ir minutes. Minutės kinta nuo 00 iki 59, didžiausias vienetų skaičius 9, didžiausias dešimčių skaičius 5, taigi didžiausią sumą duoda skaičius 59, $5 + 9 = 14$. Valandų skaičius kinta nuo 00 iki 23, ir nuo 00 iki 19 didžiausią tiek dešimčių, tiek vienetų skaičių duoda 19, būtent $1+9 = 10$. Valandos 20, 21, 22, 23 nebepagerina rezultato. Taigi Birutė didžiausią sumą gaus, kai laikrodis rodys 19:59, ir ta suma lygi $10 + 14 = 24$.
Teisingas atsakymas **A**.

M16. D 4

Kadangi klasėje 3 mokiniai neturi nei brolio, nei sesers, tai arba brolį, arba seserį, arba ir brolį ir seserį turi $29 - 3 = 26$ mokiniai. Kai sudedame mokinius, turinčius brolį, ir mokinius, turinčius seserį, tai mokinius, turinčius tiek brolį, tiek seserį, įskaitome 2 kartus. Vadinasi, tokių mokinių yra $12 + 18 - 26 = 4$.
Galima spręsti ir pasižymėjus ieškomą mokinių (turinčių tiek brolį, tiek seserį) skaičių x. Tada tik brolį turi $18 - x$ mokinių, tik seserį $12 - x$ mokinių, nei brolio, nei sesers neturi 3 mokiniai. Gauname $x + (12 - x) + (18 - x) + 3 = 29$, iš kur $33 - x = 29$, $x = 4$.
Teisingas atsakymas **D**.

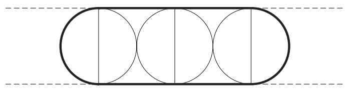
M17. B 16

Sakykime, kad kamuolys kainuoja x litų. Tai reiškia, kad Jurgis turėjo $5x + 10$ litų. Kita vertus, 7 kamuoliai kainuoja $5x + 10 + 22$, todėl $7x = 5x + 32$, $2x = 32$, $x = 16$.
Teisingas atsakymas **B**.

Galima apsieiti ir be x. Kadangi prie 10 litų pridėjęs 22 litus Jurgis gali nupirkti dar 2 kamuolius, tai vienas kamuolys kainavo $(10 + 22) : 2 = 16$ litų.

M18. E $a+b$

Nubrėžkime du kvadratus, kaip tat pavaizduota paveikslėlyje. Nors siūlas „apima“ abu kvadratus, bet jis eina tik keturiomis kvadratų kraštinėmis (ir dviem pusapskritimiais).



Kadangi du pusapskritimiai sudaro visą apskritimą, o keturių kvadrato kraštinių ilgiai duoda kvadrato perimetrą, tai siūlo ilgis yra $a+b$.
Teisingas atsakymas **E**.

M19. A

Pasižiūrėjus į išklotinę, aišku, kad į kairę nuo durų yra langelis (kitaip sakant — nuo langelio į dešinę yra durys). Todėl atkrenta atsakymai **B**, **C**, **D**, **E** (negana to, atveju **E** durys siaurojoje sienoje — o turi būti plačiojoje). Namelis **A** tenkina abi minėtas sąlygas.
Teisingas atsakymas **A**.

M20. E 1

Pirma, kas ateina į galvą — pasižymėti pirktų didžiųjų saldainių kiekį d, vidutinių v, o mažųjų m. Pagal sąlygą buvo pirkta $d+v+m=10$ saldainių, o užmokėta $4d+2v+m=16$ pinigėlių. Atėmę lygybes vieną iš kitos, gauname $3d+v=6$. Kadangi sąlygą reikia suprasti taip, jog pirkta buvo visokių saldainių, $v>0$, tai gauname $3d<6$, $d<2$, t. y. $d=1$ (nes ir $d>0$), tada $v=3$, $m=6$. Nesunku įsitikinti, kad atsakymas $d=1$ teisingas: rastosios trijų kintamųjų reikšmės tenkina abi lygtis (ir uždavinio sąlygą).
Renkamės atsakymą **E**.

Pasižiūrėkime, kas gi atsitiktų, jeigu kengūrėlė nebūtinai pirko visų 3 rūšių saldainių (t. y. įsivaizduokime, kad sąlygos pirmas sakinys yra toks. „Parduotuvėje buvo saldainių — didelių, vidutinių ir mažų“). Tuomet lygtyje $3d+v=6$ galime imti $v=0$, tada $d=2$. Jei $d=2$, tai $v=0$, ir iš bet kurios iš dviejų ankstesnių lygčių $m=8$. Atvejį $d=1$ jau išnagrinėjome. Pagaliau, jeigu $d=0$, tai gauname $v=6$, ir su $m=4$ uždavinio sąlygos išpildytos.
Taigi pakeitus porą sąlygos žodžių, gauname jau 3 sprendinius. Vieno iš jų (su $d=0$), tiesa, nėra tarp atsakymų, bet tai menka paguoda. Aišku viena — sąlygą reikia skaityti įdėmiai.

M21. D 4

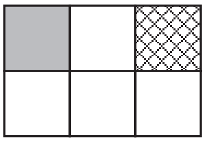
Kadangi yra 17 juostelių, o juostelės iš kraštų juodos, tai baltų juostelių yra 8. Kadangi baltųjų juostelių yra trimis daugiau, nei plačiųjų juodų, tai plačiųjų juodų yra 5. Todėl siaurųjų juodų yra $9-5=4$ juostelės.

Teisingas atsakymas **D**.

Įdomu, kad juostelių skaičius 17 nevaidina uždavinyje jokio vaidmens. Iš tikrųjų, kadangi juodųjų juostelių yra viena daugiau nei baltųjų, tai juodųjų juostelių yra keturiomis daugiau nei plačiųjų juodų. Vadinasi, siaurųjų juodų juostelių yra keturios.

M22. D

Kadangi matome visus priekinio „sluoksnio“ kubelius, tai visi kubeliai išimti iš užpakalinio sluoksnio, ir išimtoji detalė „plokščia“.



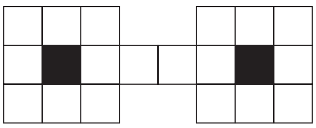
Bet matome ir viršutinius kampinius to sluoksnio kubelius — vadinasi, išimti 3 apatiniai kubeliai ir vidurinis viršutinis.
Teisingas atsakymas **D**.

M23. B Meškiukas dukart brangesnis už šuniuką

Šuniukas ir trys meškiukai kainuoja tiek pat, kiek trys šuniukai ir du meškiukai. Atmetę po šuniuką ir du meškiukus, matome, kad meškiukas kainuoja tiek pat, kiek du šuniukai.
Teisingas atsakymas **B**.

M24. B 4

Pradėkime nuo kvadratus jungiančių dviejų langelių. Aišku, kad juos galima uždengti vienu kauliuku. Bet pastumti to kauliuko nei į kairę, nei į dešinę negalima: tame kvadrate, į kurį „įlįs“ kauliukas, liks tik 7 balti langeliai, ir jų uždengti (dėl jų skaičiaus nelyginumo) negalima. Vadinasi, kauliukas jungia kvadratus (dengia abu jungiančiuosius langelius). Dar reikia uždengti abu kvadratus, bet pasidarė aišku, kad kvadratai dengiami nepriklausomai (tarsi jie iš viso nebūtų sujungti). Vadinasi, reikia nustatyti, kiek yra būdų uždengti vieną kvadratą. Imkime kurį nors kampinį langelį. Jį galima uždengti dviem būdais — padėjus kauliuką vertikaliai arba horizontaliai. Bet nors ir kaip padėtume kauliuką, sekantį (gretimą) kauliuką galima pridėti tik vienu būdu, dar sekantį — taip pat, pagaliau paskutinį taip pat vieninteliu būdu.



Taigi vieną kvadratą galima uždengti kauliukais dviem būdais. Kitą kvadratą taip pat galima uždengti dviem būdais. Vadinasi, visą lentą galima uždengti $2 \cdot 2 = 4$ būdais.
Teisingas atsakymas **B**.

Spręsdami rėmėmės vadinamąja kombinatorine daugybos taisykle: jeigu vieną darbą atlikti galima a būdų, o kitą — b būdų, tai abu darbus galima atlikti $a \cdot b$ būdų.
Galima ir nesiremti daugybos taisykle, o tiesiog išrašyti visus uždengimo būdus. Kaip jau supratome, užtenka pasakyti, kaip uždengiame kiekvieno kvadrato kairįjį viršutinį kampą. Galimi tokie būdai: $--$, $-|$, $|-$, $||$ (pavyzdžiui, žymėjimas $-|$ reiškia, kad kairiojo kvadrato kairįjį viršutinį langelį dengia horizontaliai padėtas kauliukas, o dešiniojo kvadrato kairįjį viršutinį langelį — vertikaliai padėtas kauliukas; žinoma, tokią padėtį galima būtų žymėti ir raidėmis HV, atitinkančiomis žodžius „horizontaliai“ ir „vertikaliai“). Taigi būdų yra 4.