SPRENDIMAI

MAŽYLIS (III ir IV klasės)

M1. Ⓔ 10 015

! Geriausia atskirai sumuoti tūkstančius ir vienetus. Tūkstančių yra 10, o vienetų $1+4+2+3+5 = 15$. Gauname 10 015.
Teisingas atsakymas **E**.

M2. Ⓐ 4

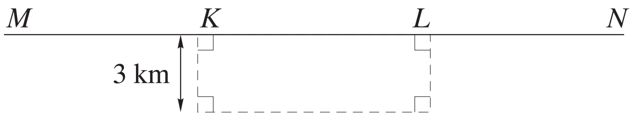
! Šiandien Kiprui 9 metai, o jo sesutei $9 - 4 = 5$ metai. Todėl jų amžiaus skirtumas $9 - 5 = 4$ metai.
Teisingas atsakymas **A**.

!! Dviejų žmonių amžiaus skirtumas metams bėgant nekinta. Kadangi gimstant sesutei Kiprui buvo 4 metai, tai visą gyvenimą jų amžiaus skirtumas ir bus 4 metai.

Pastaba. Matematikoje „4 metai“ paprastai reiškia „lygiai 4 metai“. Šiaip jau gyvenime jei Kipras sakytų, kad jam 4 metai, tai reikštų, kad jam dar nėra penkerių. Dažnai dėl to ir pajuokaujama. Sakykime, kad Kipras gimė 1995 03 18, o jo vyresnis brolis Mikas — 1993 03 16. Tarsi aišku, kad jų amžiaus skirtumas — dveji metai, bet 2004 metų kovo 17 dieną Mikas galėjo sakyti, kad jis vyresnis už Tomą trejais metais: juk Tomui dar vis aštuoneri, o Mikui jau vienuolika.

M3. Ⓒ 6

! Pailgėjęs kelias skiriasi nuo senojo dviem gabalais po 3 km, todėl iš viso kelias pailgėjo 6 km.



Teisingas atsakymas **C**.

M4. Ⓔ 14

! Kadangi 3 iš 5 kregždžių grįžo, tai kregždžių skaičius sumažėjo 2 ir tapo lygus 12. Vadinasi, prieš tai jų buvo 14.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Uždavinį patogu spręsti nuo galo. Galų gale buvo 12 kregždžių, todėl prieš trims sugrįžtant jų buvo $12 - 3 = 9$. Vadinasi, prieš penkioms kregždėms išskrendant jų buvo $9 + 5 = 14$.

M5. Ⓑ 1 ir 10

! Galima būtų, sakysime, susirašyti visus skaičius nuo 1 iki 13 ir pasibraukti tinkamus. Bet žymiai vaizdžiau spręsti taip. Į kairę nuo trikampio yra skaičiai 1, 2, 6, bet tik 1 priklauso ir stačiakampiui, ir skrituliui. Į dešinę nuo trikampio yra skaičiai 9, 10, 11, 12, bet tik 10 yra ir stačiakampyje, ir skritulyje. Taigi sąlygą tenkina skaičiai 1 ir 10.
Teisingas atsakymas **B**.

M6. Ⓑ 3

? Galime tikrinti atsakymus. Dabar yra 5 užtušuoti ir 19 baltų kvadratėlių. Jei užtušuotume 2 kvadratėlius, tai juodų kvadratėlių būtų 7, o baltų 17. Atsakymas **A** netinka. Jei užtušuotume dar vieną kvadratėlį, tai juodų būtų 8, o baltų 16, o 8 yra perpus mažiau nei 16.
Renkamės atsakymą **B**.

! Ir šį uždavinį patogu spręsti nuo galo. Iš viso yra $4 \cdot 6 = 24$ kvadratėliai. Kadangi baltų kvadratėlių turės būti dukart daugiau nei juodų, tai juodų bus trečdalis visų kvadratėlių, t. y. $24 : 3 = 8$. Kadangi dabar jau yra 5 juodi kvadratėliai, tai reikės užtušuoti dar 3.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Atsakymas **E** ne toks jau beprasmiškas, kaip galėtų pasirodyti iš karto. Sakykime, kad duotas stačiakampis ne 4×6, o 4×7 (arba kad kažkas apsirikęs taip pamanė). Tada langelių būtų 28, ir nors ir kiek langelių užtušuotume, sąlyga niekada nebus išpildyta: 28 nesidalija iš 3.

M7. Ⓒ 23

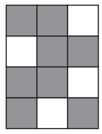
? Matome, kad $16 + 14 + 7 = 37$.
Renkamės atsakymą **A**.

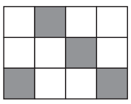
! Skaitant sąlygą reikia nepražiopsoti, kad Petras stovi už Marijos. Iš prieš Petrą stovėjusių 14 mokinių 7 stovėjo tarp jo ir Marijos, dar prieš jį stovėjo Marija, taigi prieš Mariją stovėjo 6 mokiniai. Lygiai taip pat suskaičiuojame, kad už Petro stovėjo $16 - 7 - 1 = 8$ mokiniai. Vadinasi, iš viso buvo $6 + 1 + 7 + 1 + 8 = 23$ mokiniai.
Teisingas atsakymas **C**.

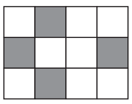
!! Skaičiuokime mokinius, stovinčius už Marijos, o po to toliau skaičiuokime mokinius, stovinčius prieš Petrą. Taip suskaičiuosime $16 + 14 = 30$ mokinių. Bet skaičiuodami dukart skaičiavome 7 mokinius, taigi mokinių buvo $30 - 7 = 23$.

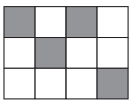
M8. Ⓓ

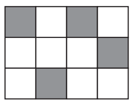
? Iškirpus dešinėje pavaizduotą stačiakampį, prieš šviesą greitai nustatome, kad jį reikia uždėti ant stačiakampio **D**. Žinoma, jeigu kaimynas minutėlei paskolins užduočių lapelį, galima nieko ir nekirpti.
Renkamės atsakymą **D**.

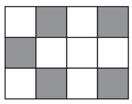


A


B


C


D


E


! Net ir atspėjus atsakymą, norisi įsitikinti, kad jis vienintelis. Samprotauti galima, pavyzdžiui, taip. Stačiakampių **A** ir **C** uždengti negalima, nes juose kampe yra trijų baltų langelių „kamputis“, o tokio juodo kampučio dešinėje nėra. Panašiai stačiakampių **B** ir **E** uždengti negalima, nes juose yra trijų baltų langelių stulpelis. Nesunku patikrinti, kad dešinysis trafaretas uždengs kiekvieną stačiakampio **D** baltą langelį.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Kadangi trafarete yra 8 juodi langeliai, o stačiakampiuose **A**, **B**, **C**, **D** — 8 balti langeliai, tai uždėjus trafaretą juodi langeliai turi dengti baltus, o balti — juodus. Bet stačiakampiuose **A**, **B**, **C** yra trys „sukibę“ juodi langeliai, o trafarete sukibę tik 2 balti. Panašus samprotavimas nelabai tinka stačiakampiui **E**, nes jame baltų langelių mažiau — tik 7 (o trafarete juodų 8). Bet stačiakampyje **E** yra baltas 5 langelių „kryžius“, o trafarete juodo kryžiaus nėra. Liko tik įsitikinti, kad stačiakampį **D** uždengti galima.

M9. B 108

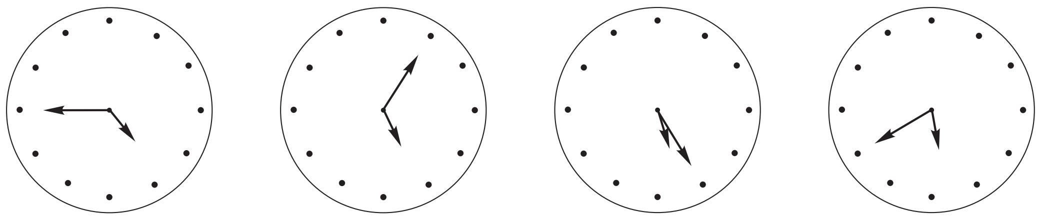
? Spėti galima taip: pirmos krūvelės vaisius sveria vidutiniškai $255 : 5 = 51$ g, antros — vidutiniškai $285 : 5 = 57$ g. Todėl vaisius sveria vidutiniškai $(51 + 57) : 2$, o du vaisiai — vidutiniškai $51 + 57 = 108$ gramus.
Renkamės atsakymą **B**.

! Žinoma, nesunku sužinoti, kiek sveria obuolys ir kiek apelsinas, bet to net nereikia. Sudėję viską kartu, matome, kad 5 obuoliai ir 5 apelsinai sveria $255+285$ gramus, todėl 1 obuolys ir 1 apelsinas kartu sveria $(255 + 285) : 5 = 51 + 57 = 108$ gramus.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Beje, dabar ypač paprasta sužinoti, kiek sveria obuolys ir apelsinas atskirai: kadangi 2 obuoliai ir 2 apelsinai sveria $2 \cdot 108 = 216$ g, tai obuolys sveria $255 - 216 = 39$ g, o apelsinas $285 - 216 = 69$ gramus.

M10. B 5:05

! Surašykime laikrodžių rodmenis: 16:45, 17:05, 17:25, 17:40. Pagal sąlygą, trijų laikrodžių rodomas laikas turi skirtis po 20 minučių.



Mažiausią skirtumą 15 minučių matome tarp trečio ir ketvirto laikrodžių, bet daugiau tokio skirtumo nėra. O štai pirmų trijų laikrodžių rodmenys skiriasi po 20 minučių. Taigi pagal sąlygą antras laikrodis rodo teisingą laiką.
Teisingas atsakymas **B**.

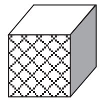
M11. B Daugiau nei pusė visų vaisių

? Imkime konkretų pavyzdį — sakykime, kad vazoje buvo 6 obuoliai ir 6 apelsinai. Tada svečiai suvalgė 3 obuolius ir 2 apelsinus, o vazoje liko 3 obuoliai ir 4 apelsinai. Matome, kad iš 12 vaisių vazoje liko 7, t. y. daugiau nei pusė.
Renkamės atsakymą **B**.

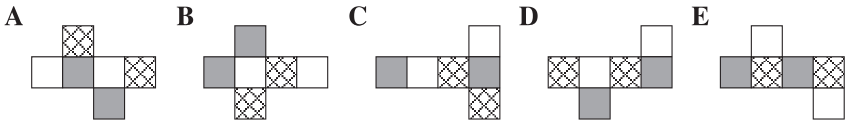
! Pavyzdyje ėmėme vienodai obuolių ir apelsinų — o gal nuo to priklauso atsakymas? Sakykime, kad vazoje buvo $2x$ obuolių ir $3y$ apelsinų, taigi $2x + 3y$ „vienetų“ vaisių. Svečiai suvalgė x obuolių ir y apelsinų, taigi vazoje liko $x + 2y$ vaisių. Padvigubinę šį skaičių gauname $2x + 4y$ vaisių, t. y. daugiau, nei buvo. Taigi $x + 2y$ sudaro daugiau nei pusę visų vaisių.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Galima uždavinį išspręsti ir „žodžiais“. Kadangi svečiai suvalgė pusę obuolių ir mažiau kaip pusę apelsinų, tai vazoje liko pusė obuolių ir daugiau kaip pusė apelsinų. O tai yra daugiau kaip pusė visų vaisių.

M12. E



? Kubo išklotinėje priešingos sienos negali turėti bendros viršūnės, taigi atkrenta **A**, **B**, **C**. Iš karto matome, kad lengva sulankstyti kubą iš išklotinės **E**: padarę tarp dviejų juodų esantį margą kvadratėlį apačia, juoduosius kvadratėlius lenkdami darome šonais, o prie apačios esantį baltą kvadratėlį — užpakaline siena. Dabar lenkdami dešinį margą kvadratėlį gauname viršų, o lenkdami žemyn baltąjį kvadratėlį — priekį. Renkamės atsakymą **E**.



! Liko įsitikinti, kad negalima sulankstyti kubo iš išklotinės **D**. Kadangi bet kurį kvadratėlį galima laikyti apačia, tai renkamės baltąjį kvadratėlį tarp margų. Tada margieji tampa šonais, juodasis po jais — priekiu, o kitas juodasis — viršumi. Prieštara — priekis ir viršus negali būti nuspalvinti vienodai.
Teisingas atsakymas **E**.

M13. B 10

? Atimame: $45 - 24 = 21$.
Renkamės atsakymą **E**.

! Iš tikrųjų čia mūsų laukia dvi apgaulės. Viena — kad prašo skaičiuoti lapus, o ne puslapius. Vadinasi, trūkstamų puslapių skaičių reikia dalyti pusiau. Antras — trūkstamų puslapių skaičius — tai ne puslapių numerių skirtumas, o vienetu mažiau. Lengviausia tai suskaičiuoti taip. Pirmas puslapis, kurio trūksta, 25-tas, o paskutinis — 44. Kiek tai puslapių — nuo 25 iki 44? Tai tiek pat, kiek (atimame po 24) nuo 1 iki 20. Bet dabar visiškai aišku, kad trūksta 20 puslapių, taigi 10 lapų.
Teisingas atsakymas **B**.

M14. E Penktadienį

! Po 7 dienų vėl bus antradienis, taip pat antradienis bus po $7 \cdot 7 = 49$ dienų. Lieka dar 3 dienos, taigi Irena gimtadienį šventė penktadienį.
Teisingas atsakymas **E**.

M15. C $669 - 391$

? Duotasis skirtumas baigiasi skaitmeniu 2, o skirtumas **C** baigiasi skaitmeniu 8.
Renkamės atsakymą **C**.

! Suskaičiuojame visus skirtumus ir nustatome, kad tik skirtumas **C** nelygus skirtumui $671-389 = 282$.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Įsitikinkime neieškodami skirtumų, kad **A**, **B**, **D**, **E** lygūs duotajam. Iš tikrųjų, atveju **A** turinys ir atėminys padidinti tuo pačiu skaičiumi 100, atveju **B** — skaičiumi 10, atveju **D** — skaičiumi 1200, o atveju **E** — sumažinti skaičiumi 71.

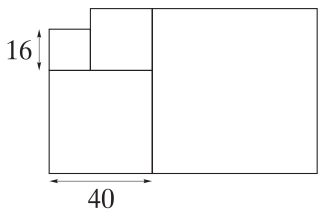
M16. Ⓒ 7

! Visų keturių skaičių suma lygi $3 + 8 = 11$. Todėl antro stulpelio skaičių suma lygi $11 - 4 = 7$. Teisingas atsakymas **C**.

!! Nors uždavinys ir labai paprastas, bet jo mintis matematikoje praverčia labai dažnai: ar lentelės skaičius sumuosime eilutėmis, ar stulpeliais, rezultatas bus tas pats.

M17. Ⓒ 64

? Didžiausio kvadrato kraštinė „truputį“ didesnė už $40+16 = 56$, tad gal tai būtų 64.
Renkamės atsakymą **C**.



! Kadangi ant kvadrato 40×40 stovi du kvadratai, o vieno iš jų kraštinė 16, tai kito — 24. Bet kadangi prie didžiausio kvadrato prisišlieję kvadratai su kraštinėmis 40 ir 24, tai jo kraštinė lygi 64.
Teisingas atsakymas **C**.

M18. Ⓐ 11

! Iš viso Tomas ir Simas turi $147 + 57 = 204$ litus. Tomas turėtų turėti litų dukart daugiau už Simą, taigi Simas turėtų turėti $204 : 3 = 68$ litus. Vadinasi, jis turi gauti iš Tomo $68 - 57 = 11$ litų.
Teisingas atsakymas **A**.

M19. Ⓔ Žalia

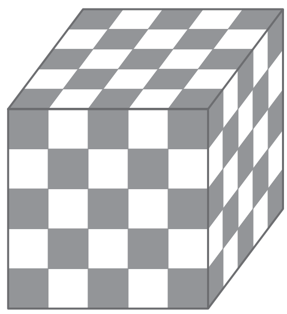
! Kadangi raudonas namas turi tik vieną kaimyną, tai jis stovi iš krašto. Vadinasi, greta jo stovi mėlynasis namas, o dar toliau žaliasis namas. Vadinasi, žaliasis namas yra trečias iš krašto, ir ar tai būtų nuo galo, ar nuo pradžios, jo numeris yra 3.
Teisingas atsakymas **E**.

M20. Ⓐ 0

! Jei dešimties skaitmenų suma lygi 9, tai bent vienas skaitmuo lygus 0 (iš tikrųjų, jei kiekvienas skaitmuo būtų $\geqslant 1$, tai suma būtų $\geqslant 10$). Bet tada skaitmenų sandauga lygi 0.
Teisingas atsakymas **A**.

M21. Ⓑ 63

? Suskaičiuojame priekinės sienos juoduosius kubelius. Jų yra 13. Kadangi panašių sluoksnių yra 5, tai juodųjų kubelių turėtų būti $13 \cdot 5 = 65$.
Renkamės atsakymą **D**.



! Galima skaičiuoti, pavyzdžiui taip. Užpakalinės sienos (vadinkime ją penktu sluoksniu) kubelių ir priešpaskutinio (ketvirto) sluoksnio kubelių ir baltų, ir juodų yra tiek pat, kadangi prie penkto sluoksnio juodo kubelio šliejasi ketvirto sluoksnio baltas, o prie penkto sluoksnio balto kubelio — juodas. Lygiai taip pat yra su trečiu ir antru sluoksniu. Vadinasi, viską lemia pirmas sluoksnis — priekinė siena. Dabar vėl aišku, kad penkta ir ketvirta nuo apačios eilė turi tiek pat baltų ir juodų kubelių, taip pat — trečia ir antra. Vadinasi, vėl viską lemia apatinė eilė. Joje matome 3 juodus ir 2 baltus kubelius, taigi juodųjų kubelių bus vienu daugiau. Tai reiškia, kad jų bus $(125 + 1) : 2 = 63$.
Teisingas atsakymas **B**.

M22. (B) 375

! Kadangi Petras davė triskart daugiau už Saulių, Robertas keturiskart daugiau už Saulių, tai ir dalijosi jie santykiu 3:4:1. Vadinasi, Sauliui atiteko aštuntadalis laimikio, $1000 : 8 = 125$ litai, o Petrui $125 \cdot 3 = 375$ litai.
Teisingas atsakymas **B**.

M23. (E) 3

? Iš karto aišku, kad 3 taškų mažoka. Ir iš tikrųjų, 3 taškus galime gauti už trejas lygiąsias arba už vieną pergalę ir du pralaimėjimus. Trejų lygiųjų atveju įvarčių santykis būtų lygus (įmušta ir praleista įvarčių būtų vienodai), bet taip nėra (jis yra 3:1). Dviejų pralaimėjimų atveju varžovai turėtų dvi pergales, bet tada varžovai turėtų pelnyti bent 2 įvarčius, o jie iš viso pelnė tik 1.
Renkamės atsakymą **E**.

! Liko įsitikinti, kad kitokį taškų kraitį komanda surinkti galėjo. iš tikrųjų, 7 taškus komanda gautų sužaidusi 1:1, 1:0 ir 1:0; 6 taškus gautų sužaidusi 2:0, 1:0 ir 0:1; 5 taškus — sužaidusi 2:0, 0:0 ir 1:1; 4 taškus — sužaidusi 3:0, 0:1 ir 0:0.
Teisingas atsakymas **E**.

M24. (E) M ir T

? Pradėkime lentelės iššifravimą. Iš karto galime įrašyti $56 : 7 = 8$ ir $18 : 6 = 3$. Virš L negali būti 1 (kitaip į kairę nuo M būtų 8, o 8 pirmame stulpelyje jau yra, ir vargu ar tas aštuonetas gali kartotis), vadinasi, ten 2 (kitaip tame stulpelyje negautume sandaugų 8 ir 6). Dabar pirmame stulpelyje po aštuonetu stovi 4, todėl $M = 4 \cdot 3 = 12$, bet ir $T = 6 \cdot 2 = 12$.
Renkamės atsakymą **E**.

×	3			7
8	J	K	L	56
	M	36	8	N
	P	27	6	R
6	18	S	T	42

! Spręskime griežčiau — pavyzdžiui, nebesiremkime tuo, kad pirmame stulpelyje negali stovėti du vienodi skaičiai (pagaliau — o kas draudžia?).
Pirmame stulpelyje virš šešeto turi stovėti skaičių 27 ir 6 bendras daliklis, o tokių yra tik du: 1 ir 3. Bet 1 stovėti negali, nes tada trečio stulpelio viršuje būtų 27, o 36 iš 27 nesidalija.
Vadinasi, virš 6 pirmame stulpelyje stovi 3.

×	3			7
8	J	K	L	56
	M	36	8	N
3	P	27	6	R
6	18	S	T	42

Toliau lentelė pildoma vienareikšmiškai: pirmoje eilutėje po trejeto eina $27 : 3 = 9$ ir $6 : 3 = 2$. Tada pirmame stulpelyje po aštuonetu stovi $36 : 9 = 4$, ir lieka peržiūrėti visas sandaugas. Įsitikiname, kad tarp sandaugų yra tik dvi sutampančios: $M = T = 12$.
Teisingas atsakymas **E**.

×	3	9	2	7
8	J	K	L	56
4	M	36	8	N
3	P	27	6	R
6	18	S	T	42