KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS

KENGŪRA 2006

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Sudarė JUOZAS MAČYS

TEV
VILNIUS 2006

UDK 51(079)
Ke–108

Darbo vadovas *Valdas Vanagas*
Redaktorė *Žydrūnė Stundžienė*
Programinė įranga: *Rolandas Jakštys*
Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė*
Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Laimutė Ališauskienė*, *Nijolė Drazdauskienė*
Korektorė *Irena Muzikevičiūtė*
Konsultantas *Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė http://www.tev.lt

© Leidykla TEV, Vilnius, 2006
© Sudar. Juozas Mačys, 2006
© Dail. Edita Tatarinavičiūtė, 2006

ISBN 9955–680–51–2

TURINYS

Pratarmė 4
2006 m. konkurso užduočių sąlygos 19
Mažylis (III ir IV klasės) 19
Bičiulis (V ir VI klasės) 23
Kadetas (VII ir VIII klasės) 27
Junioras (IX ir X klasės) 31
Senjoras (XI ir XII klasės) 35
Sprendimai 39
Mažylis (III ir IV klasės) 39
Bičiulis (V ir VI klasės) 45
Kadetas (VII ir VIII klasės) 55
Junioras (IX ir X klasės) 61
Senjoras (XI ir XII klasės) 71
Rusiškos užduočių sąlygos 81
Lenkiškos užduočių sąlygos 99
Angliškos užduočių sąlygos 117
Atsakymai 135

PRATARMĖ

Populiariausios pasaulyje moksleivių matematikos varžybos yra tarptautinis *Kengūros* žaidimas-konkursas. Sumanytas Australijoje, jis bemat išplito. 1994 metais buvo įkurta asociacija „Kengūra be sienų“ (*Kangourou sans frontières*), kuriai dabar priklauso 36 šalys iš visų žemynų (išskyrus Australiją, kuri jau seniai turi savo *Kengūrą*, na ir jos kaimynę Antarktidą). 2006 metais konkurse varžėsi 4 milijonai moksleivių, o į Gineso rekordų knygą jis seniai įrašytas kaip masiškiausias.

Lietuvoje *Kengūros* konkursą rengia organizavimo komitetas, į kurį įeina Švietimo ir mokslo ministerijos, Matematikos ir informatikos instituto, Vilniaus universiteto ir mokyklų atstovai. Kaip konkursas vyksta, papasakota matematikos ir informatikos žurnale „Alfa plius omega“, 2000, Nr. 1, kurį nesunku rasti ir mokyklų bibliotekose.

Kad mokiniai galėtų geriau pasirengti konkursams, organizavimo komiteto bei Matematikos ir informatikos instituto rūpesčiu nuo 1999 metų kasmet leidykloje TEV yra išleidžiamos konkurso užduočių ir sprendimų knygelės. Be to, leidykla TEV, bendradarbiaudama su Torunės M. Koperniko universitetu ir leidykla „Aksjomat“ (Lenkija), leidžia ankstesnių metų (kai Lietuva konkurse dar nedalyvavo) konkursų užduočių knygeles. Knygelės „Kengūra 1993–1998. Mažylis“, „Kengūra 1991–1998. Bičiulis“ ir „Kengūra 1991–1998. Kadetas“ jau pasirodė knygynuose. Mėgstantiems spręsti uždavinius prie kompiuterio parengti ir kompiuteriniai *Kengūros* konkursų variantai. Interneto knygyne TEVUKAS galima įsigyti tiek kiekvienų metų ir kiekvienos amžiaus grupės, tiek ir visų metų visų grupių rinkinius kompiuterinėse plokštelėse.

Lietuvoje, kaip ir daugumoje kitų šalių, 2006 metų konkursas įvyko kovo 16 dieną (laikantis taisyklės — kovo trečias ketvirtadienis). Konkurse dalyvavo 52 913 moksleiviai iš 1139 Lietuvos mokyklų. Visiems konkurse dalyvavusiems moksleiviams buvo įteikti gražūs dalyvio pažymėjimai. Kiekvienas mokinys atminimui gavo konkurso užduočių tekstus ir suvenyrinį *Kengūros* pieštuką.

Konkurso rezultatai buvo apdoroti Nacionaliniame egzaminų centre ir leidykloje TEV. Kompiuterinė programa nustatė moksleivius, kurių atsakymų rinkiniai buvo identiški, t. y. sutapo *visi* — ir teisingi, ir neteisingi atsakymai. Jei kurioje nors mokykloje toje pačioje grupėje buvo du identiški atsakymai, tai jų autoriai išskirti nuspalvinimu (arba *kursyvu*). Jeigu identiškų atsakymų buvo daugiau, o jų autoriai pretendavo į savo klasės geriausiųjų penkiasdešimtuką, tai tie autoriai internete iškelti už 50-tuko lentelės brūkšnio.

Rajonai ir mokyklos savo dalyvių rezultatus gali pasižiūrėti interneto svetainėje www.kengura.lt; jiems paliekama teisė patiems spręsti, buvo ar nebuvo pažeistos konkurso sąlygos (pvz., ar buvo galimybių nusirašyti, spręsti kolektyviai, spręsti ilgiau nei buvo nurodyta ir pan.) ir kaip traktuoti identiškus darbus. Penkiasdešimtukai spausdinami ir šioje knygelėje (žr. p. 5–15) — juk kiekvienam dalyviui malonu matyti savo pavardę tarp geriausiųjų.

Ką gi laimi konkurso nugalėtojai, kaip jie apdovanojami? Dešimt geriausiai konkurse pasirodžiusių kadetų kartu su dar penkiais lenkų mokyklų moksleiviais rugpjūtį vyko į tarptautinę kengūrininkų stovyklą Zakopanėje (Lenkija). Būrys mūsų geriausiųjų bičiulių ir kadetų rugpjūčio pradžioje ilsėjosi ir treniravosi puikiuose „Toliejos“ poilsio namuose, įsikūrusiuose tarp ežerų ir miškų Molėtų rajone. Stovykloje buvo visų Lietuvos rajonų atstovų. Kartu ten vyko ir tarptautinė *Kengūros* stovykla, kurioje kartu su mūsų lyderiais dalyvavo svečiai iš užsienio. Grupė dalyvių stovyklavo Baltarusijoje.

Tarptautinis matematikos konkursas KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite gautu ***KENGŪRA 2006*** pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės.
5. Nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*. Raides įrašykite į baltus langelius.

Pavyzdys: **Pavardė** J O N A I T I S

6. Išsprendę kiekvieną testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

- Lietuvių ☐
- Lenkų ☐
- Rusų ☐
- Anglų ☐

Klasė	Mažylis				Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Užduočių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	**7**	☐	☐	☐	☐	☐	**13**	☐	☐	☐	☐	☐	**19**	☐	☐	☐	☐	☐	**25**	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	**8**	☐	☐	☐	☐	☐	**14**	☐	☐	☐	☐	☐	**20**	☐	☐	☐	☐	☐	**26**	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	**9**	☐	☐	☐	☐	☐	**15**	☐	☐	☐	☐	☐	**21**	☐	☐	☐	☐	☐	**27**	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	**10**	☐	☐	☐	☐	☐	**16**	☐	☐	☐	☐	☐	**22**	☐	☐	☐	☐	☐	**28**	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	**11**	☐	☐	☐	☐	☐	**17**	☐	☐	☐	☐	☐	**23**	☐	☐	☐	☐	☐	**29**	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	**12**	☐	☐	☐	☐	☐	**18**	☐	☐	☐	☐	☐	**24**	☐	☐	☐	☐	☐	**30**	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o už klaidingą atsakymą atimama 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizavimo komitetui grąžinkite tik šią kortelę. Užduočių lapelis ir sprendimai lieka Jums.

Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2006

Visi dalyviai, patekę į savo klasės penkiasdešimtukus, taip pat kiekvieno miesto, rajono ar savivaldybės 10 geriausių sprendėjų (net ir nepatekusių į 50-tukus) gavo specialius *Kengūros* prizus. Klasių nugalėtojai dar gavo pačius vertingiausius prizus — įvairios matematinės literatūros.

Kartą metuose *Kengūros* asociacijos šalių atstovai susirenka į visuotinį suvažiavimą. 2005 metais toks suvažiavimas vyko Bulgarijoje spalio mėnesį. Jame buvo apsvarstytos užduotys, siūlytos 2006 metų konkursui. Prieš suvažiavimą iš įvairių šalių atsiųsti uždaviniai buvo atitinkamai suskirstyti į 5 grupes ir sudėti į storą knygą. Tokį rinkinį gavo kiekvienos šalies atstovai. Iš viso sąrašo balsuojant buvo sudarytos rekomenduojamos užduotys (kaip įprasta, mažylių grupei — 24 klausimai, kitoms grupėms — po 30 klausimų), tada užduotys buvo tikslinamos, redaguojamos, ir išvažiuodama kiekviena šalis turėjo angliškai parengtą preliminarų užduočių rinkinį (beje, be sprendimų). Vis dėlto reikia pasakyti, kad galutinės užduotys gerokai skyrėsi nuo rekomenduotųjų — kiekviena šalis turi teisę užduotyse šį bei tą keisti, atsižvelgdama į savo skonį ir matematikos programas.

2006 m. suvažiavimas įvyko Barselonoje (Ispanija), ir jame buvo atrinktos rekomenduojamos užduotys 2007 metų konkursui.

Konkurso metu negalima naudotis skaičiuokliais. Konkursas testinis, — tai reiškia, kad tik vienas atsakymas iš penkių pateiktų yra teisingas, ir tą atsakymą reikia nustatyti. Gautą atsakymą dalyvis nurodo savo kortelėje (dalyvio kortelės pavyzdys įdėtas 16 psl.; ten paaiškinta, kaip ją reikia užpildyti). Jeigu jūs beveik neabejojate atsakymu, tai geriausia parašyti tą atsakymą, pasižymėti jį sau, sakykime, klaustuku, ir grįžti prie jo tik tada, jei liktų laiko (beje, jo greičiausiai neliks). Todėl konkursui galima ruoštis kryptingai, ne kaip egzaminui ar olimpiadai: čia įrodinėti nieko nereikia. Dėl šios priežasties konkursas yra labai demokratiškas — sakysime, geras, bet lėtas ir specialiai nesirengęs olimpiadininkas gali parodyti blogesnį rezultatą negu pritingintis, bet greitos orientacijos mokinys.

Vertinant darbus, už teisingą atsakymą duodamas prieš uždavinį nurodytas taškų skaičius, už nenurodytą atsakymą — 0 taškų, už neteisingą atsakymą atimama ketvirtadalis uždaviniui skiriamų taškų. Kad nebūtų neigiamų rezultatų, kiekvienam dalyviui iš karto skiriama 30 taškų (mažyliams — 24 taškai). Vadinasi, teoriškai dalyvis gali gauti nuo 0 iki 150 taškų (mažylis — nuo 0 iki 120 taškų).

Kortelės teisingas užpildymas taip pat yra testo dalis. 2006 m. konkurse nukentėjo *2* dalyviai, nenurodę savo klasės — jų darbai nebuvo vertinami. Beje, internete buvo nurodytos neteisingai kortelę užpildžiusių dalyvių pavardės, ir jiems buvo suteikta galimybė per savaitę patikslinti duomenis (dalis dalyvių ta galimybe sėkmingai pasinaudojo).

Šioje knygelėje pateiktos 2006 m. *Kengūros* konkurso užduotys ir jų sprendimai. Kad mokinys galėtų pasitreniruoti ir pasitikrinti, knygelės gale yra visų užduočių teisingų atsakymų lentelė. Mokinys galėtų daryti taip: pasiimti iš pradžių, pavyzdžiui, žemesnės klasės testą ir atlikti jį per 75 minutes. Po to jis gali pasitikrinti atsakymus ir spręsti apie savo galimybes. Lygiai tą patį jis gali atlikti su savo ar vyresnės klasės testu — dauguma vyresniųjų klasių užduočių taip pat prieinamos jaunesniesiems.

Knygelėje pateikti visų uždavinių detalūs sprendimai, ir, jau pasitreniravus, juos galima tiesiog skaityti. Kad būtų patogiau, sprendimų dalyje po uždavinio numerio iš karto nurodoma, kuris atsakymas teisingas.

? Ženklu **?** pažymėtas „spėjimas“. Žinoma, dažniausiai tas spėjimas yra beveik sprendimas, tik spėjime dažniausiai remiamasi tuo, kad teisingas yra vienintelis iš penkių siūlomų pasirinkti atsakymų. Todėl atspėjus atsakymą ir pasitikrinus, kad jis tinka, nieko daugiau daryti nebereikia. Kai spėti atsakymą beprasmiška, spėjimas knygelėje iš viso neduodamas ir iš karto pateikiamas sprendimas. Dar kartą pabrėžiame — rengiantis *Kengūros* konkur-

sui visiškai pakanka pabandyti savarankiškai paspręsti uždavinius ir paskaityti klaustuko ženklu pažymėtus spėjimus ar trumpą sprendimą. Keliais klaustukais žymimi kiti spėjimo būdai.

! Ženklu **!** žymimas griežtas sprendimas. Suprantama, perskaityti sprendimą labai naudinga: čia įrodoma, kad kiti atsakymai netinka, mokoma logiškai samprotauti. Tai visada pravers gyvenime ir mokykloje, laikant egzaminus ar dalyvaujant olimpiadose. Beje, būtent *Kengūros* konkursui sugalvojama daugybė naujų gražių uždavinių. Po to tuos uždavinius galima atpažinti visur — olimpiadose, valstybinių egzaminų užduotyse ir vadovėliuose.

!! Ženklu **!!** (o kartais ir ženklu **!!!**) žymimi kiti sprendimai, dažnai trumpesni, bet reikalaujantys daugiau žinių. Keliais šauktukais taip pat žymimos pastabos, siūlomi sunkesni panašūs uždaviniai, komentarai mokytojui ir kt.

Kiek daug gali skirtis uždavinio atsakymo spėjimas (pakankamas dalyvaujant konkurse) ir to uždavinio griežtas sprendimas, labai gerai matyti, pavyzdžiui, iš uždavinių S17, S19, S29. Atspėti atsakymą čia paprasta, o griežtai išspręsti uždavinį — labai sunku.
Stengiantis padėti pasirengti konkursui rusų, lenkų ir anglų mokyklų moksleiviams, į knygelę taip pat įdėtos 2006 m. užduotys jų kalbomis. Tai ypač svarbu žemesniųjų klasių moksleiviams, kuriems skaityti matematinį tekstą lietuviškai sunku. Ta proga galima priminti, kad Pasaulio matematikos olimpiadoje visi moksleiviai gauna sąlygas ir rašo sprendimus gimtąja kalba.
Nuoširdžiai dėkojame:
• visiems dalyviams bei konkurso organizatoriams miestuose, rajonuose ir mokyklose, pasistengusiems, kad konkursas vyktų sklandžiai;
• Matematikos ir informatikos institutui, padėjusiam rengti konkursą, Viešajai įstaigai „Multimedijos centras humanitarams“, nuveikusiai didžiumą organizacinių darbų, ir leidyklai TEV, visokeriopai rėmusiai konkursą;
• Švietimo ir mokslo ministerijai, glaudžiai bendradarbiavusiai su organizavimo komitetu ir palaikiusiai nuolatinį ryšį su mokyklomis.
Daugiau informacijos rasite internete: http://www.kengura.lt, http://www.tev.lt.
Visais iškilusiais klausimais prašom kreiptis į *Kengūros* organizavimo komitetą — tel.: (8-5) 2729318, el. paštas: info@kengura.lt, Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius.
2007 metų konkursas įvyks kovo 15 dieną, o sąlygos vėl bus parengtos lietuvių, lenkų, rusų ir anglų kalbomis.
Sėkmės rengiantis konkursui! Kviečiame gausiai dalyvauti!

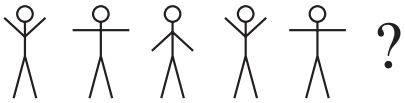
Organizavimo komitetas

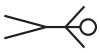
2006 m. konkurso užduočių sąlygos

MAŽYLIS (III ir IV klasės)

KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

M1. Beta piešia tris skirtingas figūrėles vis ta pačia tvarka. Ką ji nupieš dabar?



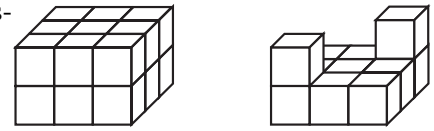
A **B**  **C** **D** **E**

M2. Kam lygi reiškinio $2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 6 + 2006$ reikšmė?

A 0 **B** 2006 **C** 2014 **D** 2018 **E** 4012

M3. Keliais kubeliais mažiau dešiniajame paveikslėlyje negu kairiajame?

A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 9



M4. Ketės gimtadienis buvo vakar. Rytoj ketvirtadienis. Kurią savaitės dieną buvo Ketės gimtadienis?

A Antradienį **B** Trečiadienį **C** Ketvirtadienį **D** Šeštadienį **E** Pirmadienį

M5. Jonas mėtė į taikinį strėlytes. Iš pradžių jis turėjo 10 strėlyčių. Už kiekvieną pataikymą į centrą Jonas gaudavo po dvi papildomas strėlytes. Kiek kartų jis pataikė į centrą, jei po 20 metimų strėlyčių nebeliko?

A 6 **B** 8 **C** 10 **D** 5 **E** 4

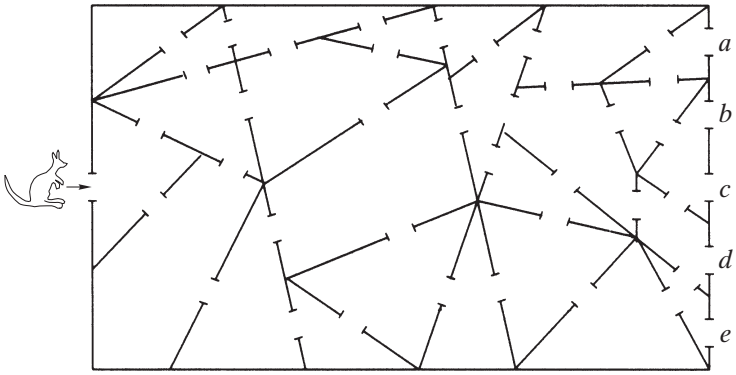
M6. Aplink kvadratinį staliuką gali sėdėti keturi žmonės. Tokie 7 staliukai buvo sustatyti vienas greta kito į vieną eilę. Taip susidarė ilgas stačiakampis stalas. Kiek žmonių galės prie jo susėsti?

A 14 **B** 16 **C** 21 **D** 24 **E** 28

M7. Stasys turi tris monetas: 5 litų, 2 litų ir 1 lito. Kurios iš nurodytų sumų Stasys negali užmokėti be grąžos?

A 3 litų **B** 4 litų **C** 6 litų **D** 7 litų **E** 8 litų

M8. Kengūrėlė įeina į pastatą. Pro kurias duris kengūrėlė išeis iš pastato, jei ji eis tik per trikampius kambarius?



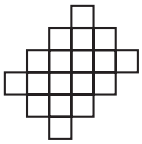
A *a* **B** *b* **C** *c* **D** *d* **E** *e*

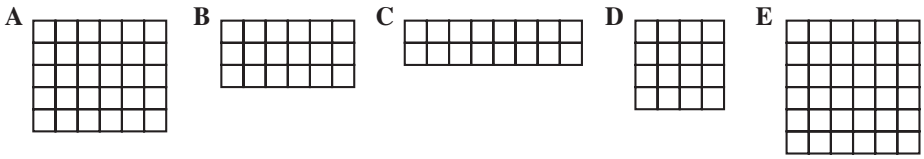
KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

M9. Vienoje Ilgosios gatvės pusėje esančių namų numeriai yra 1, 3, 5, . . . , 19, o kitoje pusėje esančių namų numeriai — 2, 4, 6, . . . , 14. Kiek namų yra Ilgojoje gatvėje?

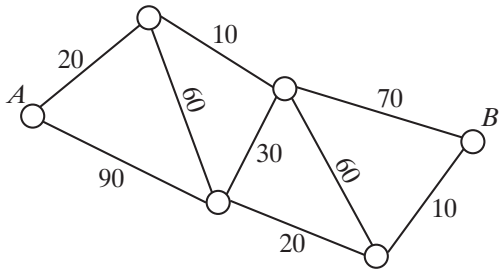
A 8 **B** 16 **C** 17 **D** 18 **E** 33

M10. Iš kurio languotojo stačiakampio galima iškirpti dešinėje esančią figūrą?





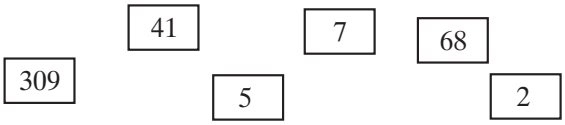
M11. Schemoje apskritimai žymi miestelius. Greta tuos miestelius jungiančių kelių surašytos bilietų kainos.



Petras nori kuo pigiau nuvažiuoti iš miestelio *A* į miestelį *B*. Kiek jam teks mokėti už bilietus?

A 90 **B** 100 **C** 110 **D** 180 **E** 200

M12. Ant 6 kortelių, kaip pavaizduota paveikslėlyje, parašyta po vieną skaičių.



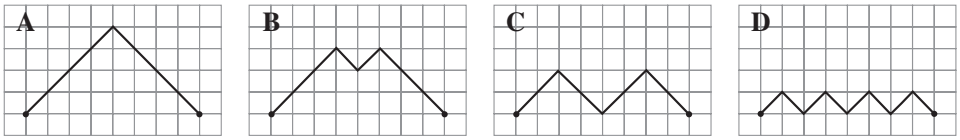
Kokį mažiausią dešimtženklį skaičių galima sudėlioti iš tų šešių kortelių, dedant jas vieną šalia kitos?

A 1234567890 **B** 1023456789 **C** 3097568241 **D** 2309415687
E 2309415678

M13. Šeši svareliai — 1 g, 2 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g — sudėlioti į 3 dėžutes po 2 į kiekvieną. Pirmos dėžutės svareliai kartu sveria 9 gramus. Antros dėžutės svareliai kartu sveria 8 gramus. Kokie svareliai yra trečioje dėžutėje?

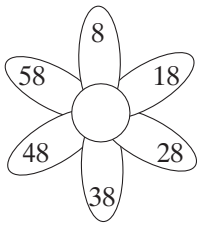
A 5 g ir 2 g **B** 6 g ir 1 g **C** 3 g ir 1 g **D** 4 g ir 2 g **E** 4 g ir 3 g

M14. Paveikslėliuose pavaizduoti keturi keliai, jungiantys tuos pačius du taškus. Kuris kelias yra trumpiausias?



E Visų kelių ilgis vienodas

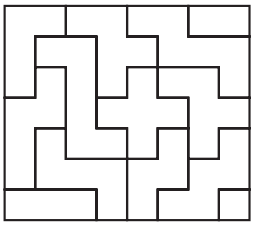
M15. Paveikslėlyje pavaizduota skaičių gėlytė. Onutė nuplėšė visus gėlytės lapelius su skaičiais, kuriuos dalijant iš 6 gaunama liekana lygi 2. Kam lygi Onutės nuplėštų lapelių skaičių suma?
A 46 **B** 66 **C** 84 **D** 86 **E** 114

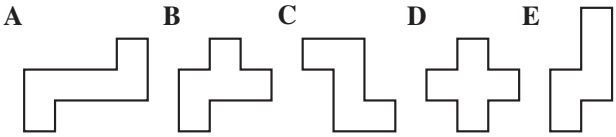


M16. Ant tvoros vienodais atstumais tupi 4 varnos. Jų vardai: Dana, Hana, Lena ir Zdena. Dana tupi per patį vidurį tarp Hanos ir Lenos. Atstumas tarp Hanos ir Danos yra toks pats, kaip ir tarp Lenos ir Zdenos. Dana tupi už 4 metrų nuo Zdenos. Už kelių metrų nuo Zdenos tupi Hana?
A 5 m **B** 6 m **C** 7 m **D** 8 m **E** 9 m

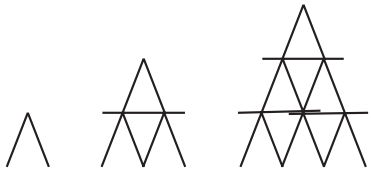
KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

M17. Dešinėje pavaizduotoje dėlionėje nėra vienos iš apačioje pavaizduotų detalių. Kurios?



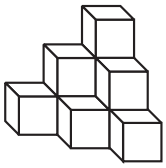


M18. Jonas stato namelius iš kortų. Paveikslėlyje matote Jono pastatytus vieno, dviejų ir trijų aukštų namelius (atitinkamai iš 2 kortų, iš 7 kortų, iš 15 kortų). Kiek kortų reikės keturių aukštų nameliui pastatyti?



A 23 **B** 24 **C** 25 **D** 26 **E** 27

M19. Romas iš 10 kubelių suklijavo dešinėje pavaizduotą statinį. Jis nudažė visą statinį, įskaitant ir dugną. Kiek kubelių sienų jam prisiėjo nudažyti?



A 18 **B** 24 **C** 30 **D** 36 **E** 42

M20. Irena, Adelė, Kristina, Ona ir Elena gyvena viename name: dvi iš jų gyvena pirmame aukšte, trys — antrame. Ona gyvena ne tame pačiame aukšte, kuriame gyvena Kristina ir Elena. Adelė gyvena ne tame pačiame aukšte, kuriame gyvena Irena ir Kristina. Kas gyvena pirmame aukšte?

A Kristina ir Elena **B** Irena ir Elena **C** Irena ir Ona **D** Irena ir Kristina
E Adelė ir Ona

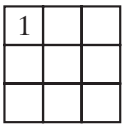
M21. Reiškinyje $2006 * 2005 * 2004 * 2003 * 2002$ vietoj kiekvienos žvaigždutės yra rašoma arba $+$, arba $-$ ir apskaičiuojama reiškinio reikšmė. Kurio iš parašytų skaičių taip gauti negalima?

A 2004 **B** 2005 **C** 2006 **D** 2008 **E** 2010

M22. Tam tikrais metais kovo mėnesį buvo 5 pirmadieniai. Kuri savaitės diena tą mėnesį negalėjo būti 5 kartus?

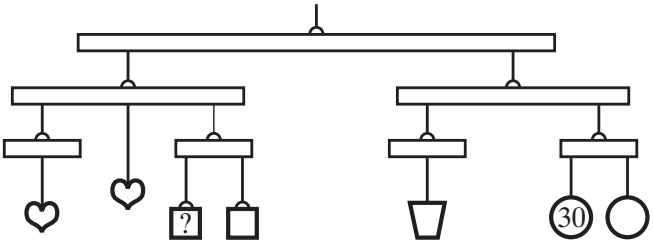
A Šeštadienis **B** Sekmadienis **C** Antradienis **D** Trečiadienis
E Ketvirtadienis

M23. Kiekviename iš devynių kvadrato 3×3 langelių rašomi skaičiai 1, 2 arba 3. Kiekvienoje kvadrato eilutėje ir kiekviename stulpelyje turi būti visi skaičiai 1, 2 ir 3. Viršutiname kairiajame langelyje įrašytas skaičius 1. Kiek skirtingų kvadratų galima gauti?



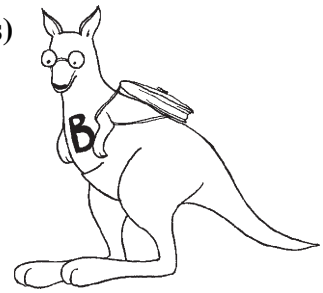
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 8

M24. Visos pavaizduotos svarstyklės yra pusiausviros, o vienodos formos daiktai sveria vienodai. Skrituliukas sveria 30 gramų. Kiek sveria kvadratukas?



A 10 **B** 20 **C** 30 **D** 40 **E** 50

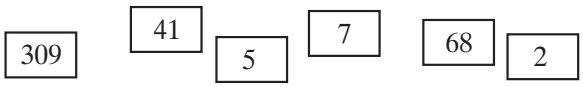
BIČIULIS (V ir VI klasės)



KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

B1. Jeigu $3 \cdot 2006 = 2005 + 2007 + a$, tai skaičius a lygus
A 2005 **B** 2006 **C** 2007 **D** 2008 **E** 2009

B2. Kokį didžiausią skaičių galima gauti sustačius į eilę vieną po kitos pavaizduotas korteles?

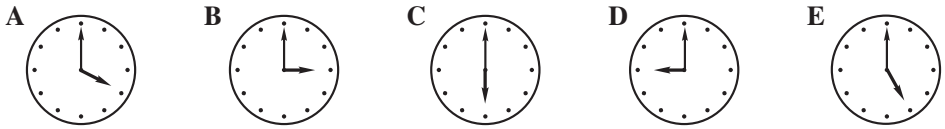


A 9 876 543 210 **B** 4 130 975 682 **C** 3 097 568 241 **D** 7 903 684 152
E 7 685 413 092

B3. Aplink kvadratinį staliuką gali sėdėti keturi žmonės. Tokių 10 staliukų buvo sustatyta vienas greta kito į vieną eilę. Taip susidarė ilgas stalas. Kiek žmonių gali prie jo susėsti?
A 40 **B** 32 **C** 30 **D** 22 **E** 20

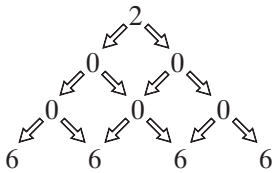
B4. Sporto prekių parduotuvėje kamuolys ir svarmuo kainuoja 90 Lt, o 3 kamuoliai ir 2 svarmenys — 240 Lt. Kiek kainuoja kamuolys?
A 130 Lt **B** 60 Lt **C** 50 Lt **D** 40 Lt **E** 30 Lt

B5. Kuriame iš pavaizduotų laikrodžių rodyklės sudaro 150° kampą?



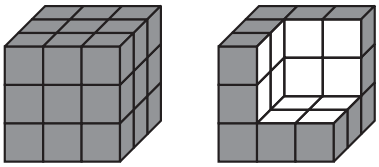
B6. Vienoje Ilgosios gatvės pusėje esančių namų numeriai yra nelyginiai nuo 1 iki 39, o kitoje — lyginiai nuo 2 iki 34. Kiek namų yra Ilgojoje gatvėje?
A 37 **B** 38 **C** 28 **D** 36 **E** 73

B7. Kiek yra būdų keliaujant diagrama pagal rodykles gauti skaitmenis 2, 0, 0, 6?
A 12 **B** 11 **C** 10 **D** 8 **E** 6

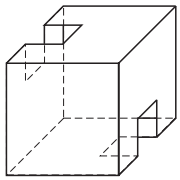


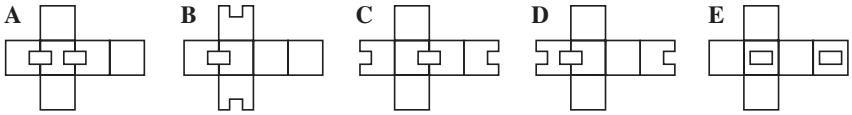
B8. Pusė šimtosios yra lygi
A 0,005 **B** 0,002 **C** 0,05 **D** 0,02 **E** 0,5

B9. Nudažyti visam kubui, sudėtam iš mažesnių kubelių, reikėjo 9 kg dažų. Kiek kilogramų dažų dar prireiks nudažyti baltam paviršiui, pavaizduotam dešiniajame paveikslėlyje, kuris susidarė iš nudažyto kubo išėmus keletą kubelių?
A 2 **B** 3 **C** 4,5 **D** 6 **E** 7



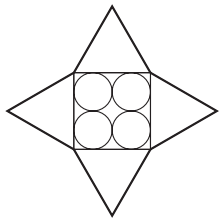
B10. Žemiau pavaizduotos penkios popierinės iškarpos. Iš kurios iškarpos galima suklijuoti dėžutę, pavaizduotą dešinėje?





KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

B11. Keturių lygiakraščių trikampių pagrindai sudaro kvadratą. Į tą kvadratą įbrėžti keturi apskritimai, kurių spinduliai lygūs 5 cm. Kam lygus pavaizduotos žvaigždės perimetras (centimetrais)?

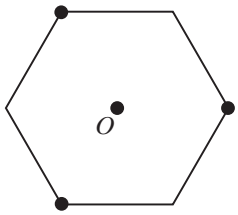


A 40 **B** 80 **C** 120 **D** 160 **E** 240

B12. Kam lygus pirmųjų 1000-čio natūraliųjų lyginių skaičių sumos ir pirmųjų 1000-čio natūraliųjų nelyginių skaičių sumos skirtumas?

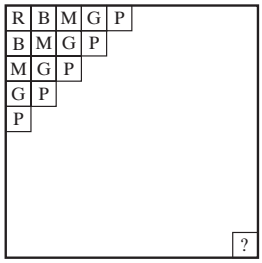
A 1 **B** 1002 **C** 500 **D** 1000 **E** 2000

B13. Iš popieriaus iškirptas taisyklingasis šešiakampis. Jis tris kartus sulenkiamas (kiekvieną kartą per tiesę) taip, kad po kiekvieno lenkimo viena iš pažymėtų šešiakampio viršūnių atsidurtų centre O. Kokia susidarys figūra?



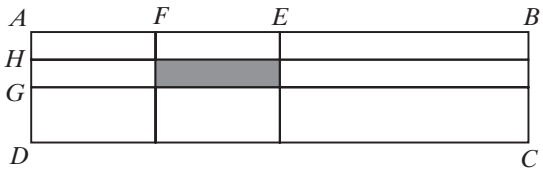
A Šešiakampė žvaigždė **B** Dvylikakampis
C Šešiakampis **D** Kvadratas **E** Trikampis

B14. Kvadratą sudaro 10×10 langelių. Langeliai spalvinami įstrižai iš viršaus į apačią ir iš dešinės į kairę 5 spalvomis: raudonai, baltai, mėlynai, geltonai, pilkai, vėl raudonai, baltai ir t. t. (žr. pav.). Kaip bus nuspalvintas apatinis dešinysis langelis?



A Raudonai **B** Baltai **C** Mėlynai **D** Geltonai
E Pilkai

B15. Stačiakampio $ABCD$ (žr. pav.) kraštinė $AB = 4\,\text{m}$, $BC = 1\,\text{m}$. Taškas E yra atkarpos AB vidurys. Taškas F yra atkarpos AE vidurys. Taškas G yra atkarpos AD vidurys. Taškas H yra atkarpos AG vidurys. Koks užtušuoto stačiakampio plotas?



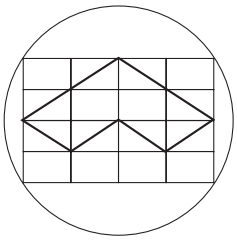
A $\frac{1}{4}\,\text{m}^2$ **B** $1\,\text{m}^2$ **C** $\frac{1}{8}\,\text{m}^2$
D $\frac{1}{2}\,\text{m}^2$ **E** $\frac{1}{16}\,\text{m}^2$

B16. Koks bus dešinėje pavaizduotų veiksmų rezultatas?
A 111 111 111
B 1 010 101 010
C 100 000 000
D 999 999 999
E 1 000 000 000

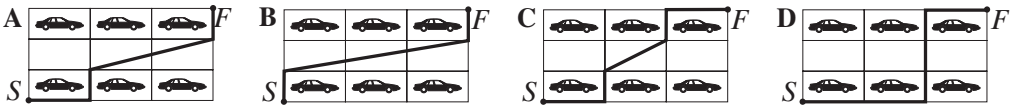
$$
\begin{array}{rrrrrrrrrrr}
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & & & & & & & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & & & & & & & 1 & 1 \\
- & & & & & & & & & & 1 \\
\hline
\end{array}
$$

B17. Kiek yra skirtingų kubelių, kurių 3 sienos yra mėlynos, o kitos 3 — raudonos?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

B18. Šalia pavaizduoto apskritimo skersmuo lygus 10 cm, o visų mažųjų stačiakampių matmenys vienodi. Kam lygus storesnėmis linijomis išskirto šešiakampio perimetras?
A 8 cm **B** 16 cm **C** 20 cm **D** 25 cm **E** 30 cm



B19. Aikštelėje stovi 6 mašinos. Jums reikia iš taško S nueiti iki taško F. Kuris iš pavaizduotų kelių yra trumpiausias?



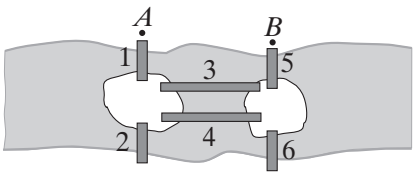
E Visų kelių ilgis vienodas

B20. Atkarpoje $OE = 2006$ cm pažymime tris taškus A, B ir C taip, kad $OA = BE = 1111$ cm, o atkarpos OC ilgis sudaro 70% atkarpos OE ilgio. Kokia tvarka, einant nuo taško O iki taško E, išsidėstę taškai A, B, C?
A A, B, C **B** A, C, B **C** C, B, A **D** B, C, A **E** B, A, C

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

B21. 15 dm ilgio virvutę reikėjo taip sukarpyti į didžiausią skaičių gabaliukų, kad visų gabaliukų ilgiai būtų lygūs skirtingam sveikųjų decimetrų skaičiui. Kiek kartų teko kirpti?
A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 15

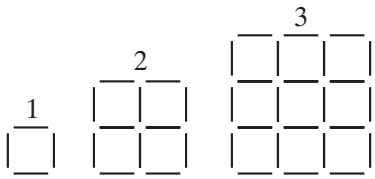
B22. Per miestą teka upė, kurioje yra dvi salos. Salas jungia 6 tiltai (žr. pav.). Norime iš taško A patekti į tašką B, pradėdami tiltu 1 ir po vieną kartą pereidami kiekvieną tiltą. Keliais maršrutais tai galima padaryti?
A 0 **B** 2 **C** 4 **D** 6 **E** Daugiau kaip 6



B23. Kuris iš žemiau surašytų trejetų skaičių tiesėje reiškia tris taškus, iš kurių vienas yra vienodai nutolęs nuo kitų dviejų?
A $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$ **B** 12; 21; 32 **C** 0,3; 0,7; 1,3 **D** $\frac{1}{10}$; $\frac{9}{80}$; $\frac{1}{8}$ **E** 24; 48; 64

B24. Onutė sudėjo didžiausią ir mažiausią skaičiaus 3 dviženklius kartotinius. Jonukas sudėjo didžiausią ir mažiausią dviženklius skaičius, kurie nėra skaičiaus 3 kartotiniai. Keliais vienetais Onutės suma didesnė už Jonuko sumą?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

B25. Beta iš vienodų pagaliukų dėlioja greta pavaizduotas figūras. Keliais pagaliukais daugiau jai prireiks sudėstant 31-ą figūrą negu sudėstant 30-ą figūrą?
A 148 **B** 61 **C** 254 **D** 120 **E** 124

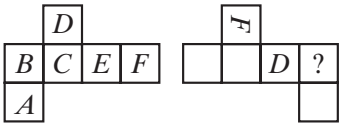


B26. Lentoje surašyti visi natūralieji skaičiai nuo 1 iki 2006. Jonas pabraukė visus skaičius, kurie dalijasi iš 2. Adomas pabraukė visus skaičius, kurie dalijasi iš 3. Petras pabraukė visus skaičius, kurie dalijasi iš 4. Kiek skaičių pabraukta lygiai du kartus?
A 1003 **B** 668 **C** 501 **D** 334 **E** 167

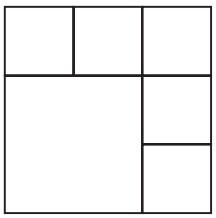
B27. Kiek mažiausiai taškų reikia pašalinti (žr. pav.), kad jokie 3 likę taškai nebūtų lygiakraščio trikampio viršūnėmis?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

B28. Trys draugai — Adomas, Tomas ir Paulius žiemos atostogų metu 15 kartų buvo plaukimo baseine. Adomas už visų trijų bilietus mokėjo 8 kartus, Tomas — 7 kartus. Paulius draugams atidavė 30 litų — tiek jis buvo skolingas už bilietus. Kaip Adomas ir Tomas turi pasidalyti pinigus, kad kiekvienas iš draugų bilietams būtų išleidęs tiek pat?
A 22 Lt Adomui ir 8 Lt Tomui **B** 20 Lt Adomui ir 10 Lt Tomui
C 15 Lt Adomui ir 15 Lt Tomui **D** 16 Lt Adomui ir 14 Lt Tomui
E 18 Lt Adomui ir 12 Lt Tomui

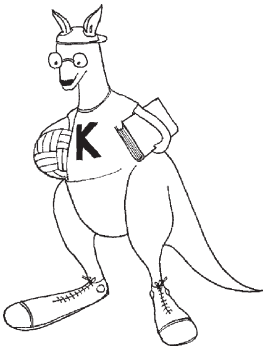
B29. Kiekvienoje kubo sienoje parašyta po raidę. Paveikslėlyje pavaizduotos dvi to kubo išklotinės.
Antroje išklotinėje raidės paliktos tik dviejose sienose, o likusios — nutrintos. Kokia raidė buvo nutrinta sienoje, pažymėtoje klaustuku?
A *A* **B** *B* **C** *C* **D** *E* **E** Nustatyti neįmanoma



B30. Kvadratas padalytas į 6 kvadratinius langelius (žr. pav.). Į juos įrašomi visi šeši skaičiai 1, 2, 3, 4, 5, 6, į kiekvieną langelį po vieną. Keliais būdais taip galima surašyti skaičius, kad neatsirastų jokių dviejų gretimų langelių, kurių skaičių skirtumas būtų 3? (Du langeliai yra gretimi, kai liečiasi tų langelių kraštinės. Du langeliai gretimais nelaikomi, jei jie turi tik vieną bendrą tašką.)
A $3 \cdot 2^5$ **B** 3^6 **C** 6^3 **D** $2 \cdot 3^5$ **E** $3 \cdot 5^2$



KADETAS (VII ir VIII klasės)



KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

K1. *Kengūros* konkursas Europoje vyksta kasmet nuo 1991 metų. Kelintas yra 2006 metų *Kengūros* konkursas?

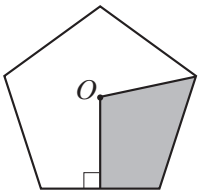
A 15-tas **B** 16-tas **C** 17-tas **D** 13-tas **E** 14-tas

K2. Reiškinio $20 \cdot (0 + 6) - (20 \cdot 0) + 6$ reikšmė lygi

A 0 **B** 106 **C** 114 **D** 126 **E** 12

K3. Taškas O yra taisyklingojo penkiakampio centras. Kurią to penkiakampio dalį sudaro užtušuota sritis?

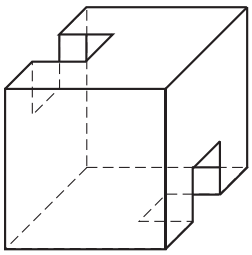
A 10% **B** 20% **C** 25% **D** 30% **E** 40%

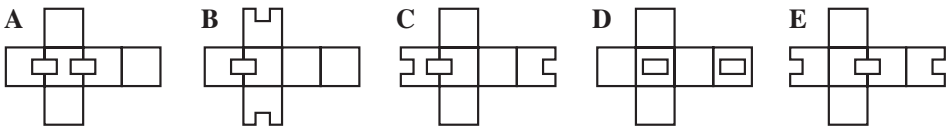


K4. Močiutė visiems savo anūkams iškepė bandelių. Jeigu kiekvienam anūkui ji duotų po 2 bandeles, tai močiutei liktų 3 bandelės, o jeigu norėtų duoti kiekvienam po 3, tai jai pritrūktų 2 bandelių. Kiek anūkų turi močiutė?

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

K5. Žemiau pavaizduotos penkios popierinės iškarpos. Iš kurios iškarpos galima suklijuoti dėžutę, pavaizduotą dešinėje?

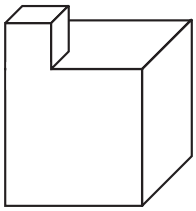




K6. Iš apklaustų 2006 mokinių 1500 dalyvavo *Kengūros* konkurse, 1200 — *Bebro* konkurse. Kiek iš apklaustųjų mokinių dalyvavo abiejuose konkursuose, jeigu 6 iš jų nedalyvavo nė viename konkurse?

A 300 **B** 500 **C** 600 **D** 700 **E** 1000

K7. Šalia pavaizduotą briaunainį sudaro du kubai, kurių briaunos lygios 1 cm ir 3 cm. Koks to briaunainio paviršiaus plotas?
A 56 cm^2 **B** 58 cm^2 **C** 59 cm^2 **D** 60 cm^2 **E** 64 cm^2



K8. Butelio talpa $\frac{1}{3}$ litro. $\frac{3}{4}$ butelio pripilta sulčių. Kiek litrų sulčių liks butelyje, jei nupilsime $\frac{1}{5}$ litro?
A $\frac{1}{20}$ litro **B** $\frac{3}{40}$ litro **C** 0,13 litro **D** $\frac{1}{8}$ litro **E** Butelis liks tuščias

K9. Iš visų lygiašonių trikampių, kurių šoninės kraštinės lygios 7 cm, o pagrindo ilgis išreiškiamas sveikuoju centimetrų skaičiumi, pasirenkame tą trikampį, kurio perimetras didžiausias. Kam lygus tas perimetras?
A 14 cm **B** 15 cm **C** 21 cm **D** 27 cm **E** 28 cm

K10. 21 dm ilgio virvutė buvo taip sukarpyta į didžiausią įmanomą skaičių gabaliukų, kad gabaliukų ilgiai būtų skirtingi natūralieji skaičiai (decimetrais). Kiek kartų teko kirpti?
A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 20

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

K11. Jei tas daiktas mėlynas, tai jis apskritas.
Jei jis kvadratinis, tai jis raudonas.
Jis arba mėlynas, arba geltonas.
Jeigu jis geltonas, tai jis kvadratinis.
Jis arba kvadratinis, arba apskritas.
Vadinasi, tas daiktas
A raudonas **B** raudonas ir apskritas **C** mėlynas ir kvadratinis
D mėlynas ir apskritas **E** geltonas ir apskritas

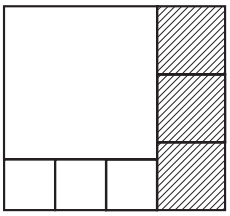
K12. Vieną mėnesį trys antradieniai buvo lyginės mėnesio dienos. Kokia savaitės diena buvo dvidešimt pirmą to mėnesio dieną?
A Trečiadienis **B** Ketvirtadienis **C** Penktadienis **D** Šeštadienis
E Sekmadienis

K13. Dominykas, Giedrius ir Vaida pirko palapinę. Dominykas davė 60% reikiamos sumos, Giedrius davė 40% likusios dalies. Vaida pridėjo trūkstamus 30 litų. Kiek litų kainavo palapinė?
A 50 **B** 60 **C** 125 **D** 150 **E** 200

K14. Erdvėlaiviu skrenda ufonautų įgula. Kiekvienas ufonautas yra arba žalias, arba raudonas, arba mėlynas. Žalieji turi po 2 čiuptuvus, raudonieji — po tris, mėlynieji — po penkis čiuptuvus. Žaliųjų skrenda tiek pat, kiek ir raudonųjų, o mėlynųjų — dešimtimi daugiau nei žaliųjų. Visi kartu turi 250 čiuptuvų. Kiek erdvėlaiviu skrenda mėlynųjų ufonautų?
A 15 **B** 20 **C** 25 **D** 30 **E** 40

K15. Jeigu Šokliukas atsispiria kairiąja koja, tai nušoka 2 metrus, jeigu dešiniąja — tai 4 metrus, o jeigu abiem kojomis — tai 7 metrus. Kiek mažiausiai šuolių turi padaryti Šokliukas, kad nušuoliuotų lygiai 1000 metrų?
A 140 **B** 144 **C** 175 **D** 176 **E** 150

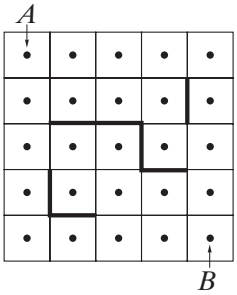
K16. Paveikslėlyje stačiakampis padalytas į septynis kvadratus. Kiekvieno iš užbrūkšniuotųjų kvadratų kraštinė lygi 8. Kam lygi didžiojo (baltojo) kvadrato kraštinė?
A 16 **B** 18 **C** 20 **D** 24 **E** 30



K17. Kokio skaičiaus kvadratas didesnis už jį 500%?
A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 10

K18. Lygiašonio trikampio plotas lygus 1, o vienos kraštinės ilgis lygus 2. Kiek yra tokių trikampių?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

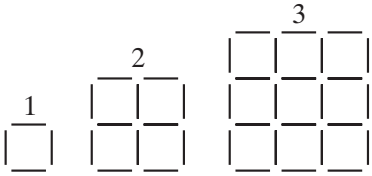
K19. Austėja nupiešė kvadratą 5×5 ir pažymėjo visų 25 kvadratėlių centrus. Po to nubrėžė tris kliūtis (storesnės linijos). Augustina surado trumpiausią kelią, kaip apeiti kliūtis ir iš taško A nueiti į tašką B einant tik vertikaliomis ir horizontaliomis atkarpėlėmis, kurių galai yra kvadratėlių centrai. Kiek yra tokių trumpiausių kelių?
A 6 **B** 8 **C** 9 **D** 11 **E** 12



K20. Paskutinis triženklio skaičiaus skaitmuo yra 2. Jeigu tą skaitmenį perkeltume į skaičiaus priekį, tai gautume triženklį skaičių, 36 vienetais mažesnį už pradinį skaičių. Kokia yra to skaičiaus skaitmenų suma?
A 4 **B** 10 **C** 7 **D** 9 **E** 5

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

K21. Beta iš vienodų pagaliukų dėlioja greta pavaizduotas figūras. Keliais pagaliukais daugiau jai prireiks sudėstant 31-ą figūrą negu sudėstant 30-ą figūrą?
A 124 **B** 148 **C** 61 **D** 254 **E** 120



K22. Traukinį sudaro penki vagonai su numeriais I, II, III, IV, V. Vagonus traukia elektrovežis. Keliais būdais galima sustatyti vagonus taip, kad I vagonas būtų arčiau elektrovežio nei II vagonas?
A 120 **B** 60 **C** 48 **D** 30 **E** 10

K23. Koks yra pirmas skaitmuo mažiausio natūraliojo skaičiaus, kurio skaitmenų suma lygi 2006?
A 1 **B** 3 **C** 5 **D** 6 **E** 8

K24. Jonukas turi 5 poras baltų, 10 porų rudų ir 15 porų pilkų kojinių. Tėtis išskalbė visas Jonuko kojines. Išskalbtas kojines Jonukas bet kaip sukišo į maišą. Dabar Jonukas ruošiasi 7 dienų žygiui ir nori pasiimti 7 poras vienos spalvos kojinių. Kiek mažiausiai kojinių nežiūrėdamas turi iš maišo išimti Jonukas, kad jam tai tikrai pavyktų padaryti?
A 21 **B** 41 **C** 40 **D** 37 **E** 31

K25. Teigiami skaičiai x, y, z tenkina sąlygas

$$x \geqslant y \geqslant z \quad \text{ir} \quad x + y + z = 20{,}1.$$

Kuris iš žemiau išvardytų teiginių yra teisingas?
A Visada $x \cdot y < 99$ **B** Visada $x \cdot y > 1$ **C** Visada $x \cdot y \neq 75$ **D** Visada $x \cdot y \neq 25$
E Nė vienas iš ankstesnių teiginių nėra teisingas

K26. Petras važiuoja dviračiu iš miesto P į miestą Q pastoviu greičiu. Jeigu jis važiuotų 3 metrais per sekundę didesniu greičiu, tai į Q nuvažiuotų per 3 kartus trumpesnį laiką. Kiek kartų sutrumpėtų važiavimo laikas, jei Petras važiuotų 6 metrais per sekundę didesniu greičiu?
A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 4,5 **E** 8

K27. Jeigu dviejų natūraliųjų skaičių sandauga lygi

$$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^3,$$

tai jų suma
A gali dalytis iš 8 **B** gali dalytis iš 3 **C** gali dalytis iš 5 **D** gali dalytis iš 49
E negali dalytis nė iš vieno iš skaičių 8, 3, 5, 49

K28. Kiek mažiausiai taškų reikia pašalinti (žr. pav.), kad jokie 3 likę taškai nebūtų lygiakraščio trikampio viršūnėmis?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

K29. Paveikslėlyje pirmoje eilėje padėta 11 kortų ir kiekvienoje iš jų parašytos dvi raidės. Antroje eilėje tos pačios kortos išdėstytos kitaip, be to, apatinės raidės jose nenurodytos.

M/K	I/I	S/L	S/I	I/M	S/A	S/N	I/J	P/A	P/R	I/O

P/	S/	I/	S/	I/	M/	I/	S/	S/	P/	I/

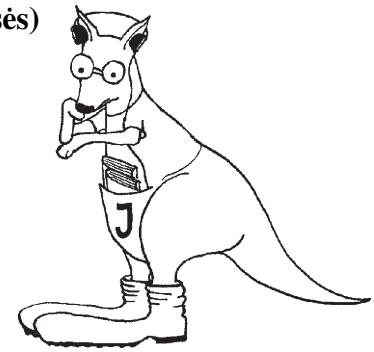
Kuris iš žemiau nurodytų raidžių rinkinių galėtų būti tuščioje eilutėje?
A A N J A M K I L I O R **B** R L I I M K O J N A A **C** J A N A M K I L I R O
D R A O N J M I L I K A **E** A N M A I K O L I R J

K30. Kam lygus skirtumas

$$\left(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 2005^2\right) - (1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \cdots + 2004 \cdot 2006)?$$

A 2000 **B** 2004 **C** 2005 **D** 2006 **E** 0

JUNIORAS (IX ir X klasės)



KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

J1. Skaičių tiesėje pažymėti skaičiai 2006 ir 6002. Kam lygus vienodai nuo jų nutolęs skaičius?

A 3998 **B** 4000 **C** 4002 **D** 4004 **E** 4006

J2. Kiek keturženklių skaičių, kurių visi skaitmenys skirtingi, dalijasi iš 2006?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

J3. Koks yra mažiausias dešimtženklis skaičius, kurį galima sudaryti surašius kuria nors tvarka vienas po kito šešis skaičius: 309, 41, 5, 7, 68 ir 2?

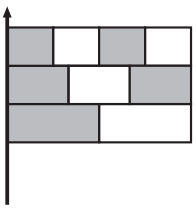
A 1 234 567 890 **B** 2 309 241 568 **C** 3 097 568 241 **D** 2 309 415 687
E 2 309 416 857

J4. Kiek kartų nuo valandos 00:00 iki valandos 23:59 elektroninis laikrodis parodys skaičių, sudarytą iš skaitmenų 2, 0, 0, 6 (bet kuria tvarka)?

A 2 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 12

J5. Vėliavoje yra trys vienodo pločio juostos. Viena juosta padalyta į dvi, kita — į tris, trečia — į keturias lygias dalis (žr. pav.). Kuri vėliavos dalis užtušuota?

A $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $\frac{3}{5}$ **D** $\frac{4}{7}$ **E** $\frac{5}{9}$



J6. Jonuko senelės laikrodis per valandą vieną minutę užskuba, o jo senelio laikrodis per valandą vieną minutę atsilieka. Pasisvečiavęs pas senelius, Jonukas išeidamas nustatė ant abiejų jų laikrodžių vienodą laiką ir pasakė, kad vėl juos aplankys, kai laikrodžių rodomų laikų skirtumas bus lygiai viena valanda. Po kelių valandų Jonukas vėl aplankys senelius?

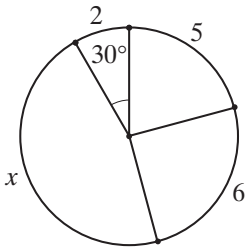
A 12 h **B** 14 h 30 min **C** 30 h **D** 60 h **E** 90 h

J7. Paulius draugams pasakė, kad 25% jo knygų — apysakos, o $\frac{1}{9}$ — poezija. Draugai žino, kad Paulius turi ne mažiau kaip 50, bet ne daugiau kaip 100 knygų. Kiek knygų turi Paulius?

A 50 **B** 56 **C** 64 **D** 72 **E** 93

J8. Apskritimas padalytas į keturis lankus, kurių ilgiai yra 2, 5, 6 ir x. Centrinio kampo, atitinkančio ilgio 2 lanką, didumas yra 30°. Kam lygus x?

A 7 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 11



J9. Šokoladukų maišelis kainuoja 10 Lt. Kiekviename maišelyje yra kuponas. Už tris kuponus galima gauti nemokamai vieną tokį šokoladukų maišelį. Kiek daugiausiai galima gauti šokoladukų maišelių už 150 Lt?

A 15 **B** 17 **C** 20 **D** 21 **E** 22

J10. Teigiamieji skaičiai a, b, c, d ir e yra tokie, kad

$$ab = 2, \quad bc = 3, \quad cd = 4, \quad de = 5.$$

Kam lygu $\dfrac{e}{a}$?

A $\dfrac{15}{8}$ **B** $\dfrac{5}{6}$ **C** $\dfrac{3}{2}$ **D** $\dfrac{4}{5}$ **E** Nustatyti neįmanoma

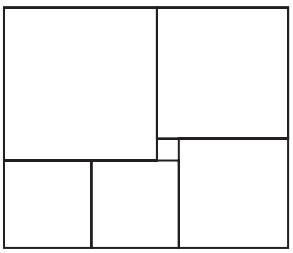
KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

J11. Netaktiškas vyras paklausė savo kaimynę, kiek jai metų. Kaimynė jam atsakė: „Jeigu gyvensiu lygiai šimtą metų, tai mano dabartinis amžius sudaro du trečdalius to laiko, kuris liko gyventi“. Kiek metų kaimynei?

A 20 **B** 40 **C** 50 **D** 60 **E** 80

J12. Paveikslėlyje šeši kvadratai sudaro stačiakampį. Mažiausio kvadrato kraštinės ilgis lygus 1. Kam lygus didžiausio kvadrato kraštinės ilgis?

A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 8



J13. Šalia pavaizduotoje sudėtyje kiekviena raidė reiškia skaitmenį, skirtingos raidės reiškia skirtingus skaitmenis, o vienodos raidės — vienodus skaitmenis. Kokį skaitmenį iš žemiau nurodytų skaitmenų gali reikšti raidė G?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

$$\begin{array}{r} K\ A\ N \\ +\ K\ A\ G \\ K\ N\ G \\ \hline 2\ 0\ 0\ 6 \end{array}$$

J14. Spręsdama vieną iš *Kengūros* uždavinių Birutė padarė tokias teisingas išvadas:

1) Jei atsakymas A teisingas, tai atsakymas B taip pat teisingas.

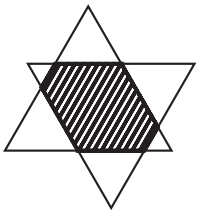
2) Jei atsakymas C neteisingas, tai atsakymas B taip pat neteisingas.

3) Jei atsakymas B neteisingas, tai tiek atsakymas D, tiek atsakymas E neteisingas.

Kuris Birutės uždavinio atsakymas yra teisingas?

A A **B** B **C** C **D** D **E** E

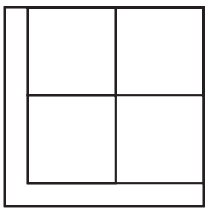
J15. Kiekvieno iš dviejų lygiakraščių trikampių perimetrai lygūs 18. Trikampiai uždėti vienas ant kito taip, kad atitinkamos kraštinės būtų lygiagrečios. Koks užtušuoto šešiakampio perimetras?
A 11 **B** 12 **C** 13 **D** 14 **E** 15



J16. Skaičiaus kiekvieni du gretimi skaitmenys sudaro dviženklį skaičių, kuris yra tam tikro natūraliojo skaičiaus kvadratas. Kiek daugiausiai skaitmenų gali turėti toks skaičius?
A 5 **B** 4 **C** 3 **D** 6 **E** 10

J17. Dėžėje yra 36 dvispalviai kamuoliukai: 15 raudonų-mėlynų, 12 mėlynų-žalių, 9 žali-raudoni. Kiek mažiausiai kamuoliukų reikia iš dėžės ištraukti nežiūrint, kad bent ant septynių kamuoliukų tikrai būtų po tą pačią spalvą?
A 7 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 11

J18. Kvadrato plotas $125\,\text{cm}^2$. Kvadratas padalytas į penkias lygiaplotes dalis, iš kurių keturios — kvadratai (žr. pav.). Raskite raidę L primenančio šešiakampio trumpiausios kraštinės ilgį (centimetrais).
A 1 **B** 1,2 **C** $2(\sqrt{5}-2)$ **D** $3(\sqrt{5}-1)$
E $5(\sqrt{5}-2)$



J19. Teigiami skaičiai x, y, z tenkina sąlygas

$$x \geqslant y \geqslant z \quad \text{ir} \quad x+y+z=20.$$

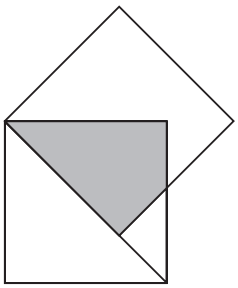
Kuris iš žemiau išvardytų teiginių yra teisingas?
A Visada $x \cdot y < 99$ **B** Visada $x \cdot y > 1$ **C** Visada $x \cdot y \neq 25$ **D** Visada $x \cdot y \neq 75$
E Nė vienas iš ankstesnių teiginių nėra teisingas

J20. Kiek mažiausiai taškų reikia pašalinti (žr. pav.), kad jokie 3 likę taškai negalėtų būti lygiakraščio trikampio viršūnėmis?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

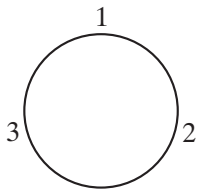
J21. Traukinį sudaro penki vagonai su numeriais I, II, III, IV, V. Vagonus traukia elektrovežis. Keliais būdais galima sustatyti vagonus taip, kad I vagonas būtų arčiau elektrovežio nei II vagonas?
A 120 **B** 60 **C** 48 **D** 30 **E** 10

J22. Pavaizduotų kvadratų kraštinės lygios 1. Kam lygus užtušuoto keturkampio plotas?
A $\sqrt{2}-1$ **B** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **C** $\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$
D $\sqrt{2}+1$ **E** $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

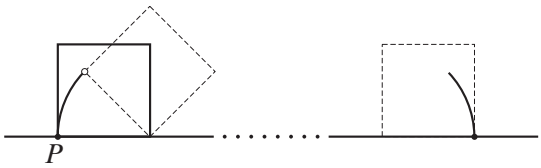


J23. Kalvėnų šeimoje yra keletas vaikų. Visų šeimos narių amžiaus vidurkis lygus 18 metų. Tėvui 38 metai, o likusių šeimos narių amžiaus vidurkis lygus 14 metų. Kiek vaikų yra Kalvėnų šeimoje?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

J24. Ant apskritimo buvo parašyti skaičiai 1, 2, 3 (žr. pav.). Tada tarp kiekvienų dviejų skaičių buvo įrašytos jų sumos ir gauti šeši skaičiai 1, 3, 2, 5, 3, 4. Gretimų skaičių sumų įrašymo operacija pakartota dar tris kartus. Taip ant apskritimo gauti 48 skaičiai. Kam lygi visų tų skaičių suma?
A 162 **B** 1458 **C** 486 **D** 144 **E** 210



J25. Kvadrato kraštinė lygi 10. Jį vartome ant tiesės (žr. pav.) tol, kol taškas P vėl atsiduria tiesėje.



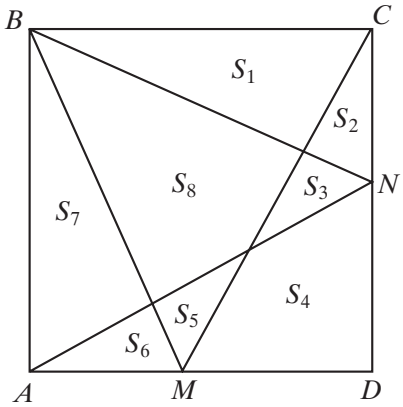
Kokį kelią padaro taškas P?
A 10π **B** $5\pi + 5\pi\sqrt{2}$ **C** $10\pi + 5\pi\sqrt{2}$ **D** $5\pi + 10\pi\sqrt{2}$ **E** $10\pi + 10\pi\sqrt{2}$

J26. Yra 6 spalvos. Kiekviena kubo siena nudažoma skirtinga spalva. Kiek tokių skirtingų kubų galima pagaminti?
A 24 **B** 30 **C** 36 **D** 42 **E** 48

J27. Tiek skaičius 257, tiek skaičius 338 turi tą savybę, kad užrašius jo skaitmenis atvirkščia tvarka, gauname didesnį skaičių. Kiek iš viso yra triženklių skaičių, turinčių šią savybę?
A 124 **B** 252 **C** 280 **D** 288 **E** 360

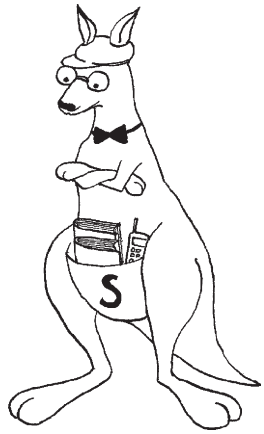
J28. Skaičiaus x skaitmenų suma lygi y, o skaičiaus y skaitmenų suma lygi z. Kiek natūraliųjų skaičių x tenkina sąlygą $x + y + z = 60$?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Daugiau kaip 3

J29. Duotas kvadratas $ABCD$. Atkarpos, jungiančios taškus M ir N su kvadrato viršūnėmis, dalija jį į aštuonias dalis, kurių plotai lygūs $S_1, S_2, \ldots, S_8$ (žr. pav.). Kuris iš žemiau nurodytų reiškinių visada lygus S_8?
A $S_2 + S_4 + S_6$
B $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$
C $S_1 + S_4 + S_7$
D $S_2 + S_5 + S_7$
E $S_3 + S_4 + S_5$



J30. Futbolo rungtynėse šeimininkų komanda įmušė pirmą įvartį ir pirmavo visas rungtynes. Rungtynės baigėsi šeimininkų pergale rezultatu 5 : 4. Keliais būdais galėjo keistis rezultato santykių seka?
A 17 **B** 13 **C** 20 **D** 14 **E** 9

SENJORAS (XI ir XII klasės)

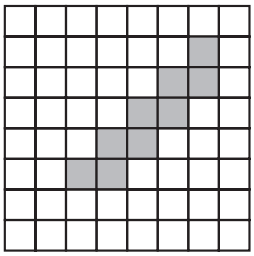


KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

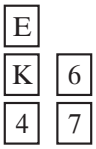
S1. Kuris iš žemiau nurodytų skaičių didžiausias?
A $2006 \cdot 2006$ **B** $2005 \cdot 2007$ **C** $2004 \cdot 2008$ **D** $2003 \cdot 2009$ **E** $2002 \cdot 2010$

S2. Keliais nuliais baigiasi pirmųjų 2006-ių pirminių skaičių sandauga?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 9 **E** 26

S3. Kiek dar daugiausiai galima užtušuoti kvadratėlių, kad padidėjusios užtušuotos srities perimetras nepadidėtų?
A 0 **B** 7 **C** 18 **D** 12 **E** 16



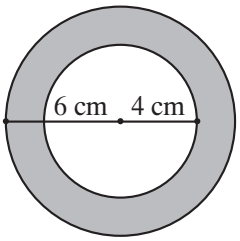
S4. Ant stalo yra penkios kortelės. Kiekvienos iš kortelių vienoje pusėje parašyta raidė, o kitoje — skaičius. Petras pasakė: „Jeigu vienoje kortelės pusėje parašyta balsė, tai kitoje jos pusėje parašytas lyginis skaičius“. Kiek mažiausiai kortelių turi apversti Alė, kad įsitikintų, ar Petras pasakė tiesą?



A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

S5. Du vienodo ilgio traukiniai gretimais lygiagrečiais bėgiais važiuoja priešingomis kryptimis. Pirmo traukinio greitis yra 100 km/h, antro — 120 km/h. Antro traukinio keleivis per langą matė, kad pirmas traukinys pro jį pravažiavo per 6 sekundes. Per kiek sekundžių antras traukinys pravažiavo pro pirmo traukinio keleivį?
A 5 s **B** 6 s **C** Tarp 6 s ir 7 s **D** 7 s **E** Nustatyti neįmanoma

S6. Zuzana turi du pakabukus, padarytus iš tos pačios medžiagos. Pakabukų storis ir masė yra vienodi. Vienas pakabukas yra žiedo formos (žr. pav.). Kitas pakabukas yra skritulio formos. Koks to skritulio spindulio ilgis?
A 4 cm **B** $2\sqrt{6}$ cm **C** 5 cm **D** $2\sqrt{5}$ cm **E** $\sqrt{10}$ cm

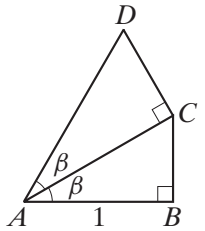


S7. Parašyti penki skaičiai a, b, c, d, e. Kiekvienų dviejų gretimų skaičių skirtumas yra tas pats. Jeigu $b = 5{,}5$ ir $e = 10$, tai a reikšmė lygi
A 0,5 **B** 3 **C** 4 **D** 4,5 **E** 5

S8. Jei $4^x = 9$ ir $9^y = 256$, tai $x \cdot y$ lygu
A 2006 **B** 48 **C** 36 **D** 10 **E** 4

S9. Ant atskirų kortelių surašykime visus 9-ženklius skaičius, sudarytus iš visų skaitmenų 1, 2, ..., 8, 9. Sumeskime tas korteles į dėžę. Kiek mažiausiai kortelių reikia ištraukti (nežiūrint), kad garantuotai būtų ištraukti bent du skaičiai su sutampančiu pirmuoju skaitmeniu?
A 9! **B** 8! **C** 72 **D** 10 **E** 9

S10. Brėžinyje $AB = 1$, $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$, $\angle CAB = \angle DAC = \beta$. Koks yra atkarpos AD ilgis?
A $\cos\beta + \operatorname{tg}\beta$ **B** $\dfrac{1}{\cos(2\beta)}$ **C** $\cos^2\beta$
D $\cos(2\beta)$ **E** $\dfrac{1}{\cos^2\beta}$



KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

S11. Kuri iš formulių išreiškia funkciją, kurios grafikas simetriškas y-ų ašies atžvilgiu?
A $y = x^2 + x$ **B** $y = x^2 \sin x$ **C** $y = x\cos x$ **D** $y = x\sin x$ **E** $y = x^3$

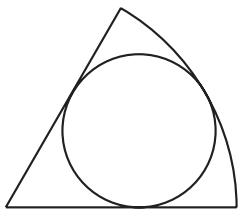
S12. Ruletės rate yra 37 skaičiai: 0, 1, 2, ..., 36. Kokia tikimybė, kad rutuliukas sustos ties pirminiu skaičiumi?
A $\dfrac{5}{18}$ **B** $\dfrac{11}{37}$ **C** $\dfrac{11}{36}$ **D** $\dfrac{12}{37}$ **E** $\dfrac{1}{3}$

S13. Skaičių 1001 dalijant iš tam tikro vienaženklio skaičiaus, gauta liekana lygi 5. Kokia bus liekana dalijant iš to paties vienaženklio skaičiaus skaičių 2006?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

S14. Eismo ženklo, pavaizduoto dešinėje, spindulys yra 20 cm ilgio. Kiekviena iš tamsiųjų ženklo dalių yra tam tikro skritulio ketvirtis. Visų tų ketvirčių plotų suma lygi ženklo šviesiosios dalies plotui. Koks yra minėto skritulio spindulio ilgis (centimetrais)?
A $10\sqrt{2}$ **B** $4\sqrt{5}$ **C** $\dfrac{20}{3}$ **D** 12,5 **E** 10

S15. Duoti trys pirminiai skaičiai a, b, c ($a > b > c$), ir $a+b+c = 78$, o $a-b-c = 40$. Kam lygi sandauga abc?
A 438 **B** 590 **C** 1062 **D** 1239 **E** 2006

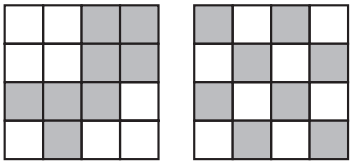
S16. Skritulio išpjovos spindulio ilgio ir į išpjovą įbrėžto apskritimo spindulio ilgio santykis lygus 3 : 1. Išpjovos ploto ir skritulio ploto santykis lygus:
A 3 : 2 **B** 4 : 3 **C** $\sqrt{3}$: 1 **D** 2 : 1 **E** 9 : 1



S17. Turnyre žaidė 16 tinklinio komandų. Kiekviena komanda po vieną kartą žaidė su kiekviena kita komanda. Laimėjusi komanda gaudavo 1 tašką, pralaimėjusi — 0 taškų (lygiųjų nebūna). Po visų susitikimų komandų rezultatai išsirikiavo aritmetine progresija. Kiek taškų surinko paskutinę vietą užėmusi komanda?
A 3 **B** 2 **C** 1 **D** Aprašytoji situacija neįmanoma
E Atsakymas — kitas skaičius

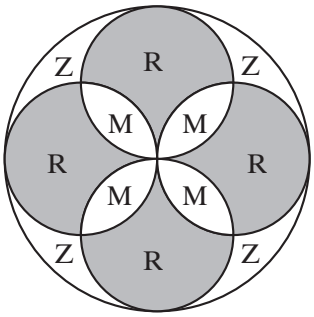
S18. Praėjusiais metais mokyklos chore berniukų buvo 30-čia daugiau negu mergaičių. Šiais metais mokyklos choristų skaičius padidėjo 10%: mergaičių skaičius padidėjo 20%, o berniukų skaičius padidėjo 5%. Kiek šiais metais chore yra choristų?
A 88 **B** 99 **C** 110 **D** 121 **E** 132

S19. Lentos 4×4 langeliai nuspalvinti juodai ir baltai, kaip pavaizduota kairiajame paveikslėlyje. Vienu ėjimu galima sukeisti vietomis bet kuriuos du langelius, esančius vienoje eilutėje ar viename stulpelyje.



Kokiu mažiausiu ėjimų skaičiumi galima gauti dešinįjį paveikslėlį?
A Tai neįmanoma **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

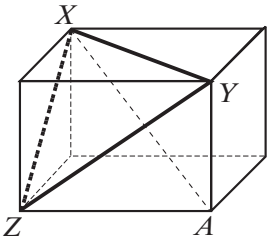
S20. Bažnyčioje yra apskritas spalvotas langas. Jis pavaizduotas paveikslėlyje, kuriame raidės R, Z ir M atitinkamai žymi raudoną, žalią ir mėlyną spalvą. Mėlyno stiklo plotas sudaro $400\,\text{cm}^2$. Koks yra žalio stiklo sudaromas plotas (cm^2)?
A 120π **B** $90\sqrt{2}\,\pi$ **C** 382 **D** 396 **E** 400



KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

S21. Ir skaičius a, ir skaičius b yra didesnis už 1. Kuri iš trupmenų yra didžiausia?
A $\dfrac{a}{b-1}$ **B** $\dfrac{a}{b+1}$ **C** $\dfrac{2a}{2b+1}$ **D** $\dfrac{2a}{2b-1}$ **E** $\dfrac{3a}{3b+1}$

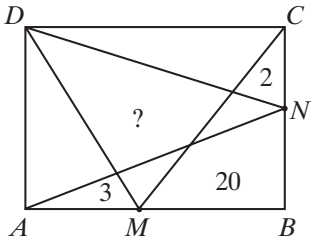
S22. Paveikslėlyje pavaizduotas stačiakampis gretasienis. Trikampio XYZ kraštinių ilgiai: $XZ = \sqrt{55}$, $XY = 8$, $YZ = 9$. Koks įstrižainės XA ilgis?
A $\sqrt{90}$ **B** 10 **C** $\sqrt{120}$ **D** 11 **E** $10\sqrt{2}$



S23. Kiek yra tokių b reikšmių, su kuriomis lygtis $x^2 - bx + 80 = 0$ turi du skirtingus lyginius natūraliuosius sprendinius?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Be galo daug

S24. Kiek aibė $\{1, 2, 3, \ldots, 12\}$ turi poaibių, kurių didžiausio elemento ir mažiausio elemento suma yra 13?
A 1024 **B** 1175 **C** 1365 **D** 1785 **E** 4095

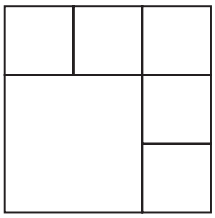
S25. Stačiakampio $ABCD$ kraštinėje AB pažymėtas taškas M, kraštinėje BC — taškas N. Tada stačiakampis sudalytas į dalis, kaip parodyta paveikslėlyje. Trijų dalių plotai nurodyti. Raskite klaustuku pažymėto keturkampio plotą.
A 20 **B** 21 **C** 25 **D** 26
E Neužtenka duomenų



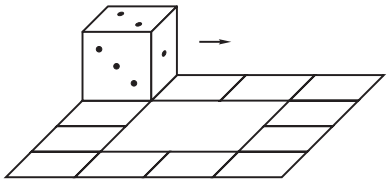
S26. Jonas ima 10 kortelių, penkiose iš jų parašo raidę A, penkiose — raidę B ir apvertęs jas surikiuoja ant stalo vieną šalia kitos atsitiktine tvarka. Žinodama, kad raidžių A ir B yra po lygiai, patyrusi kengūrininkė Ona pareiškia, jog ji gali parašyti kiekvienos kortelės matomoje pusėje arba raidę A, arba raidę B taip, kad mažiausiai 4 kortelių abiejose pusėse bus parašyta ta pati raidė. Keliais būdais ji gali tai padaryti?
A 5^5 **B** 255 **C** 2 **D** 10 **E** 22

S27. Buvo parašyta 10 paeiliui einančių natūraliųjų skaičių. Inga vieną iš jų išbraukė. Likusių neišbrauktų skaičių suma lygi 2006. Kokį skaičių Inga išbraukė?
A 218 **B** 219 **C** 220 **D** 225 **E** 227

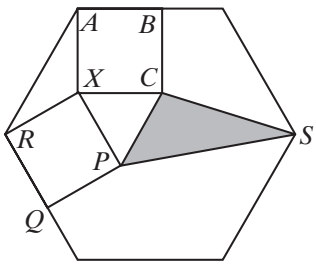
S28. Kvadratas padalytas į 6 kvadratinius langelius (žr. pav.). Į juos įrašomi visi šeši skaičiai 1, 2, 3, 4, 5, 6, į kiekvieną langelį po vieną. Keliais būdais taip galima surašyti skaičius, kad neatsirastų jokių dviejų gretimų langelių, kurių skaičių skirtumas būtų 3? (Du langeliai yra gretimi, kai liečiasi tų langelių kraštinės. Du langeliai gretimais nelaikomi, jei jie turi tik vieną bendrą tašką.)
A $3 \cdot 2^5$ **B** 3^6 **C** 6^3 **D** $2 \cdot 3^5$ **E** $3 \cdot 5^2$



S29. Lošimo kauliukas užima pradinę padėtį, pavaizduotą paveikslėlyje. Kauliuką galima vartyti keliu, kurį sudaro pavaizduoti 12 kvadratėlių. Kiek kartų kauliukas turi apeiti visą kelią, kad vėl gautume paveikslėlyje pavaizduotą pradinę padėtį?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4
E Niekada taip nebus



S30. Taisyklingojo šešiakampio kraštinė lygi $\sqrt{3}$. Paveikslėlyje $XABC$ ir $XPQR$ — kvadratai. Kam lygus užtušuotos srities plotas?
A $\dfrac{5-\sqrt{3}}{4}$ **B** $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$
D $\dfrac{2-\sqrt{3}}{4}$ **E** $\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$

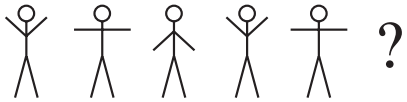


SPRENDIMAI

MAŽYLIS (III ir IV klasės)

M1. (D)

Iš paveikslėlio matome, kad figūrėlės kartojasi kas trys. Vadinasi, dabar ji pieš figūrėlę nuleistomis rankomis, t. y. **D**.

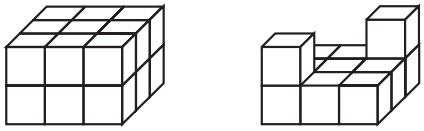


M2. (B) 2006

Kadangi pirmas dėmuo lygus nuliui, tai reiškinys lygus antram dėmeniui.
Teisingas atsakymas **B**.

M3. (D) 7

Pirmame statinyje yra $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ kubelių. Antro statinio pagrinde yra $3 \cdot 3 = 9$ kubeliai, o dar du kubeliai stovi ant pagrindo, todėl jų yra 11. Taigi skirtumas $18 - 11 = 7$.
Teisingas atsakymas **D**.



Kairiajame statinyje yra du sluoksniai po 9 kubelius. Kai buvo nuimti keli kubeliai, apatiniame sluoksnyje liko visi kubeliai, o viršutiniame — tik 2 iš 9 kubelių. Vadinasi, buvo nuimti $9 - 2 = 7$ kubeliai.

M4. (A) Antradienį

Kadangi rytoj ketvirtadienis, tai šiandien trečiadienis. Vadinasi, vakar buvo antradienis.
Teisingas atsakymas **A**.

M5. (D) 5

Sakykime, kad viskas vyko taip. Iš pradžių Jonas 9 kartus į centrą nepataikė. Dešimtą kartą pataikė į centrą ir gavo 2 strėlytes. Tada 11-tą kartą vėl pataikė ir turėjo 3 strėlytes. Dvyliktą kartą vėl pataikė ir turėjo 4 strėlytes. Tryliktą kartą pataikė — turėjo 5 strėlytes. Keturioliktą kartą pataikė — turėjo 6 strėlytes. Daugiau jis nebepataikė, bet atliko 20 metimų. Pataikė jis 10-tą, 11, 12, 13, 14 kartą — 5 kartus.
Renkamės atsakymą **D**.

Kadangi Jonas gavo 10 papildomų strėlyčių, tai jis pataikė į centrą $10 : 2 = 5$ kartus.
Teisingas atsakymas **D**.

M6. (B) 16

Pristatant naują staliuką, viena iš buvusių vietų prarandama, o atsiranda 3 naujos, taigi vietų skaičius padidėja dviem. Vadinasi, pristačius 6 staliukus į eilę, vietų padidės iki $4 + 6 \cdot 2 = 16$.
Teisingas atsakymas **B**.

Prie pirmo kraštinio staliuko galės sėdėti 3 žmonės, prie antro, trečio, ketvirto ir penkto (vidurinių) — po 2 žmones, prie septinto (kraštinio) — 3 žmonės. Vadinasi, iš viso galės susėsti $3+5\cdot2+3 = 16$ žmonių.

Užtenka suskaičiuoti gauto stalo perimetrą — jis lygus $(7 + 1) \cdot 2 = 16$.

M7. Ⓑ 4 litų

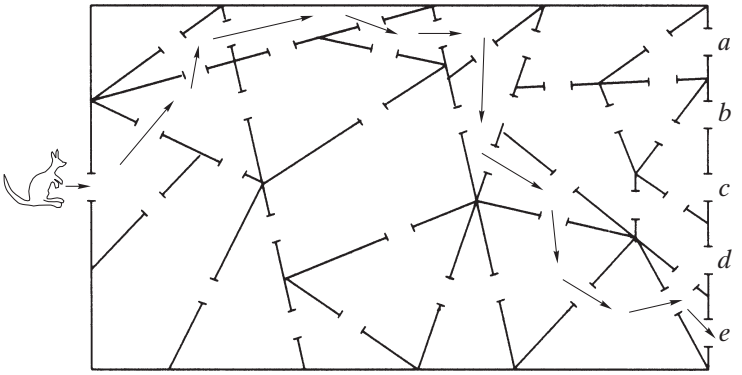
! Stasys, aišku, gali užmokėti 1, 2 ar 3 litų sumą. Keturių litų sumos jis sumokėti negali: mažųjų (1 ir 2 litų) monetų per mažai, o paėmus 5 litų monetą — per daug.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Beje, visas kitas sumas (žinoma, ne didesnes už $5 + 2 + 1 = 8$) jis užmokėti gali: $6 = 5 + 1$, $7 = 5 + 2$, $8 = 5 + 2 + 1$.

M8. Ⓔ *e*

? Kengūrėlė negali išeiti per duris *d*, nes būtų pabuvojus keturkampiame kambaryje. Jeigu ji būtų išėjusi per duris *a*, tai ji būtų galėjusi išeiti ir per duris *b*, ir per duris *c* ir atvirkščiai. Kengūriškas atsakymas vienintelis, taigi renkamės atsakymą **E**.

! Per **E** išeiti tikrai galima.



!! Iš esmės kelias vienintelis (galima užsukti į kairį viršutinį kambarį ir vėl iš jo išeiti). Taigi neabejotinai išeisime per duris *e*.

M9. Ⓒ 17

! Nelyginiai numeriai yra 1, 3, 5, ..., 19, lyginiai — 2, 4, 6, ..., 14. Suskaičiuokime, kiek yra nelyginių numerių (beje, tai galima padaryti tiesiog lankstant pirštus — bet jeigu numerių būtų daugiau, pirštų neužtektų). Numerių 1, 3, 5, ..., 19 yra tiek pat, kiek ir skaičių 2, 4, 6, ..., 20 (pridėjome po 1), o šių tiek pat, kiek ir skaičių 1, 2, 3, ..., 10 (padalijome kiekvieną iš 2). Vadinasi, jų yra 10.
Panašiai lyginių numerių 2, 4, ..., 14 yra tiek pat, kiek ir skaičių 1, 2, ..., 7, — septyni.
Vadinasi, iš viso yra 17 namų.
Teisingas atsakymas **C**.

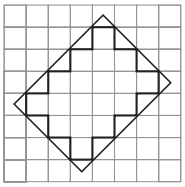
!! Kadangi gatvėje yra namai su numeriais nuo 1 iki 15, tai jų yra 15. Be jų yra tik 2 namai — su numeriu 17 ir su numeriu 19. Taigi iš viso yra $15 + 2 = 17$ namų.

M10. Ⓔ

? Reikiamoje figūroje 18 langelių, stačiakampyje **B** — taip pat. Todėl sukarpius stačiakampį į kvadratėlius, paprasta sudėti duotąją figūrą. Kiek netikėta, kad stačiakampį užtenka sukarpyti vos į 4 dalis, iš kurių galima sudėti reikiamą figūrą. Pabandykite! Bet sąlygoje pasakyta „iškirpti“, o tai reiškia, kad turime gauti ištisinę figūrą. Kadangi stačiakampis **C** per siauras, o **A**, **B** ir **D** galima iškirpti iš **E**, tai dėl atsakymo vienaties renkamės atsakymą **E**.

! Visos figūros „su raštu“ — subrūkšniuotos vertikaliomis ir horizontaliomis linijomis. Reikiamoje figūroje 6 horizontalios ir 6 vertikalios juostos, todėl ją iškirpti galima tik iš kvadrato 6×6.
Teisingas atsakymas **E**.

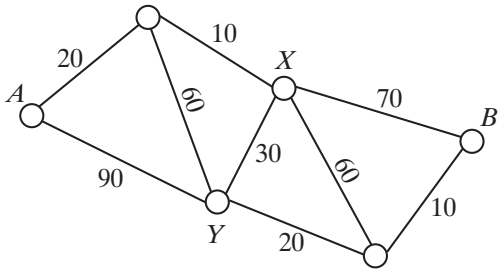
!! O gal sąlygą vis dėlto galima suprasti taip, kad „raštas“ čia niekuo dėtas? Bet pasirodo, kad tada norimąją figūrą galima iškirpti ir iš stačiakampio 6×5, ir teisingi būtų 2 atsakymai, — o taip *Kengūroje* nebūna.
Įsitikinkime, kad reikiamą figūrą (jei nereikia kreipti dėmesio į subrūkšniavimą) galima iškirpti iš stačiakampio 6×5.



Apgaubkime figūrą stačiakampiu, kaip pavaizduota paveikslėlyje. Nesunku apskaičiuoti to stačiakampio plotą — jį sudaro 4 kvadratėlio ketvirtadaliai, 10 kvadratėlio pusių ir 18 kvadratėlių, taigi plotas lygus $1 + 5 + 18 = 24$. Stačiakampio kraštinės atitinkamai lygios 4 ir 3 kvadratėlio įstrižainėms, taigi, be kita ko, trumpesnioji kraštinė mažesnė už ilgesniąją ketvirtadaliu. Nesunku suvokti, kad ilgesnioji kraštinė mažesnė už 6: jeigu ji būtų ne mažesnė už 6, tai trumpesnioji būtų didesnė už 4, ir plotas būtų didesnis už 24. Vadinasi, ilgesnioji mažesnė už 6, todėl trumpesnioji mažesnė už 5, ir stačiakampis telpa į stačiakampį **A**.

M11. Ⓐ 90

? Pabandę greitai randame kelią su suma $90 = 20 + 10 + 30 + 20 + 10$.



Renkamės atsakymą **A**.

! Aišku, kad į B patekti negalima, nepabuvojus miestelyje X arba miestelyje Y.
Jeigu į X neužsukame, turime tik tokius kelius iš A į B:
$20 + 60 + 20 + 10 = 110$ ir $90 + 20 + 10 = 120$.
Jeigu į X užsukame, tai kelias AX gali būti $20+10$, $20+60+30$, $90+30$, $90+60+10$, trumpiausias iš jų $20 + 10$.
Iš X į B keliai yra 70, $60 + 10$, $30 + 20 + 10$, ir trumpiausias iš jų paskutinis.
Taigi užsukant į X trumpiausias kelias bus $20 + 10 + 30 + 20 + 10 = 90$. Šis kelias trumpesnis už kelius per Y.
Teisingas atsakymas **A**.

M12. Ⓓ 2309415687

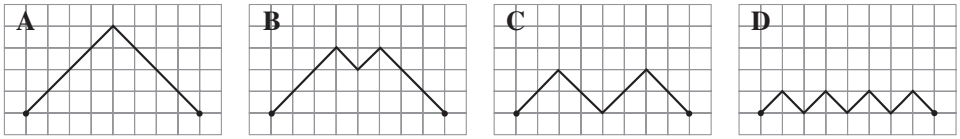
? Lengva perrinkti atsakymus. Kadangi **A** ir **B** netinka (nei vienas iš sudėliotų skaičių neprasidės 1), tai pereiname prie atsakymų, kurie prasideda 2. Tokie yra **D** ir **E**. Atsakymas **D** kelia vilčių: skaičių lengva suskaidyti į „korteles“: 2|309|41|5|68|7. Todėl atsakymas **C** nebeįdomus — jo skaičius didesnis. Liko įsitikinti, kad skaičiaus **E** sudėlioti iš kortelių neįmanoma. Pirma kortelė turi būti 2 (kitų, prasidedančių 2, nėra). Antra kortelė turi prasidėti 3, vadinasi, tai 309. Trečia kortelė turi prasidėti 4 — tai kortelė 41. Ketvirta kortelė turi prasidėti 5 — tai 5. Penkta kortelė turėtų prasidėti 6, bet tokia tik kortelė 68, o ji netinka. Vadinasi, skaičiaus **E** sudėlioti negalima.

! Sudėliokime mažiausią skaičių iš kortelių, nekreipdami dėmesio į atsakymus. Kadangi visi sudėlioti skaičiai bus 10-ženkliai, tai mažesnis jų tas, kurio pirmas skaitmuo mažesnis, jei šie lygūs — tas, kurio antras skaitmuo mažesnis ir t. t. Mažiausias skaičius prasidės 2 — dedame kortelę 2 pirmą. Dabar likiusių lortelių mažiausias pirmas skaitmuo 3 — dedame Mažiausias skaitmuo dabar 3 — imame antrą kortelę: 2309. Dabar mažiausias skaitmuo 4 — dedame trečią kortelę 41. Toliau eina kortelė 5, po to 68, pagaliau 7. Gauname skaičių 2309415687. Tai ir yra atsakymas **D**.

M13. Ⓒ 3 g ir 1 g

Galima tikrinti atsakymus, bet geriau spręsti. Pirmų dviejų dėžučių svareliai kartu sveria 17 g, o visų trijų — 21 g. Todėl trečioje dėžutėje yra 4 g svarelių. Kadangi joje du svareliai, tai gali būti tik 1 g ir 3 g.
Teisingas atsakymas **C**.

M14. Ⓔ Visų kelių ilgis vienodas



Kiekvieną kelią sudaro 8-ios kvadratėlio įstrižainės, todėl jie lygūs.
Teisingas atsakymas **E**.

M15. Ⓐ 46

Čia nepaspėliosi — reikia dalyti. Taigi $8 = 6 \cdot 1 + 2$, $18 = 6 \cdot 3$, $28 = 6 \cdot 4 + 4$, $38 = 6 \cdot 6 + 2$, $48 = 6 \cdot 8$, $58 = 6 \cdot 9 + 4$. Matome, kad dalijami iš 6 liekaną 2 duoda skaičiai 8 ir 38. Jų suma lygi 46.
Teisingas atsakymas **A**.

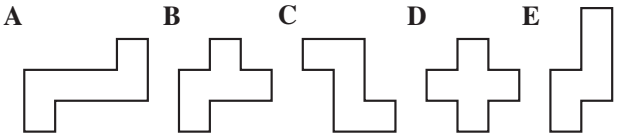
M16. Ⓑ 6 m

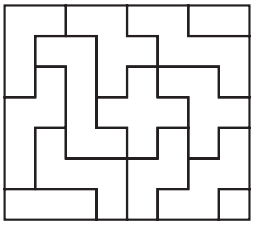
Atidėkime tiesėje taškus D, H, L ir Z, atitinkančius varnų vietas. Yra 4 taškai, o atstumai tarp jų vienodi. Duota, kad $HD = DL$. Gauname du paveikslėlius:

Kadangi $LZ = HD$, turime tokias padėtis:

Kadangi $DZ = 4$ m, tai atstumai tarp varnų yra 2 m, ir $ZH = 6$ m.
Teisingas atsakymas **B**.

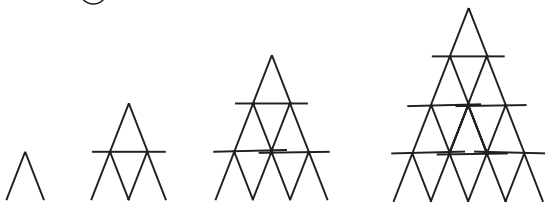
M17. Ⓒ





Nesunkiai centre randame „kryžių“ **D** ir į kairę nuo jo „raidę Z“, t. y. paverstą detalę **A**. Viršuje randame pasuktą **B**, o kairėje 180° pasuktą **E**. Vadinasi, lieka atsakymas **C**. Ir iš tikrųjų — kaip besukiosime detalę **C**, ji nesutaps nė su viena paveikslėlio detale.
Kita vertus, jeigu detalę **C** apverstume, ji pasukta sutaptų su detale, esančia po „raide Z“. Vadinasi, uždavinio sąlygą reikia suprasti taip: detales galima sukioti, bet negalima jų vartyti. Beje, ir dėlionių būna įvairių — kai abi pusės tos pačios spalvos ir kai nuspalvinta tik viena pusė (geroji).
Teisingas atsakymas **C**.

M18. Ⓓ 26

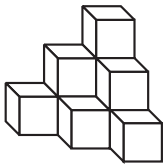


2 2+5=7 7+8=15 15+11=26

! Statykime namelį iš viršaus žemyn. Statant keturaukštį namelį, prie triaukščio namelio reikia pridėti grindis — 3 kortos, o po jomis pastatyti 4 vienaaukščius namelius — dar 8 kortos. Iš viso prireiks $15 + 3 + 8 = 26$ kortų.
Teisingas atsakymas **D**.

M19. Ⓓ 36

! Galima skaičiuoti, kiek sienelių liks nenudažytų. Trečiame (viršutiniame) aukšte — tai tik 1 grindų siena. Antrame aukšte — tai vieno kubelio 1 lubos, trijų kubelių 4 šoninės sienos ir tų trijų kubelių 3 grindys. Apatiniame aukšte — tai trijų kubelių 3 lubos ir tolimiausio kubelio 2 šoninės sienos, priekinių kubelių $1 + 2 + 1 = 4$ šoninės sienos ir dviejų „vidurinių“ kubelių $2 \times 3 = 6$ sienos. Vadinasi, liks nenudažytos 24 sienos. Kadangi iš viso 10 kubelių turi 60 sienų, tai reikės nudažyti 36 sienas.
Teisingas atsakymas **D**.



!! Galima skaičiuoti ir poras sienelių, kuriomis susiliečia kubeliai. Grindų ir lubų sienas suskaičiuoti paparasta: viršutinio kubelio grindys duoda 1 porą, antro aukšto grindys — 3 poras, iš viso 8 sienos. Suskaičiuokime šoninių besiliečiančių sienų skaičių. Jų tiek pat, kiek antro ir trečio aukšto grindų besiliečiančių kvadratų kraštinių:
Kairysis paveikslėlis duoda 2 poras, dešinysis $2 + 4$ poras, taigi abiejose figūrėlėse iš viso yra 16 besiliečiančių kraštinių.
Todėl yra 24 besiliečiančios sienos, ir bus nuspalvintos $60 - 24 = 36$ sienos.

M20. Ⓔ Adelė ir Ona

? Kristina ir Elena gyvena tame pačiame aukšte. Kristina ir Irena gyvena tame pačiame aukšte. Vadinasi, Kristina, Elena ir Irena gyvena viename aukšte, taigi tas aukštas — antras. Todėl pirmame aukšte gyvena likusios dvi — Adelė ir Ona.
Renkamės atsakymą **E**.

! Iš tikrųjų dar reikia patikrinti, ar visos uždavinio sąlygos įvykdytos — kitaip netiktų nė vienas atsakymas (o atsakymo „Netinka nei vienas atsakymas“ nėra!). Vis dėlto patikrinę sąlygas įsitikiname, kad visos jos išpildytos.
Teisingas atsakymas **E**.

M21. Ⓑ 2005

? Aišku, kad rezultatas bus lyginis, kad ir ką darytume — tarp dėmenų yra du nelyginiai skaičiai. Taigi nelyginio rezultato tikrai negausime.
Renkamės atsakymą **B**.

! Įsitikinkime, kad kitus atsakymus gauti galima. Tai padaryti paprasta. Kadangi yra penki dėmenys, apytiksliai lygūs 2000, tai du iš jų turi būti su ženklu minus. Suma $6 + 5 + 4 + 3 + 2 = 20$, ir padėję ženklą minus prieš 2 ir 3 gausime $20 - 2(2 + 3) = 10$ (t. y. 2010). Padėję minusus prieš

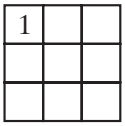
2 ir 4 gausime $20 - 2(3 + 4) = 8$, padėję prieš 2 ir 5 gausime 6, padėję prieš 3 ir 4 gausime 6, padėję prieš 3 ir 5 gausime 4. Prieš 4 ir 5 minusų dėti negalima, nes rezultatas $6 - 5 - 4$ neigiamas. Taigi gavome visas galimas sumas, apytiksliai lygias 2000: tai 2010, 2008, 2006, 2004. Jos yra atsakymuose.
Teisingas atsakymas **B**.

M22. Ⓔ Ketvirtadienis

? Pagal konkurso taisykles tik vienas atsakymas teisingas — tik viena iš išvardytųjų dienų negalėjo būti 5 kartus. Natūralu galvoti, kad gretimos pirmadieniui dienos — sekmadienis ir antradienis būti galėjo, panašiai galėjo būti tiek šeštadienis, tiek trečiadienis. Greičiausiai būti negalėjo tolimiausia diena — ketvirtadienis (na ir kartu, matyt, jo pora, penktadienis).
Renkamės atsakymą **E**.

! Išspręsti uždavinį paprasta: jeigu kurį kovo mėnesį buvo 5 pirmadieniai, tai tas galėjo būti 1, 8, 15, 22, 29 mėnesio dienos (o tada dar buvo 5 antradieniai ir 5 trečiadieniai). Pirmadieniai galėjo būti 2, 9, 16, 23, 30, o tada dar buvo 5 sekmadieniai — 1, 8, 15, 22, 29 ir 5 trečiadieniai — 3, 10, 17, 24, 31. Pirmadieniai galėjo būti 3, 10, 17, 24, 31, o tada dar buvo 5 šeštadieniai — 1, 8, 15, 22, 29 ir 5 sekmadieniai — 2, 9, 16, 23, 30. Taigi tokį mėnesį dar galėjo būti 5 šeštadieniai, sekmadieniai, antradieniai ir trečiadieniai, o negalėjo būti 5 ketvirtadieniai ar 5 penktadieniai.
Teisingas atsakymas **E**.

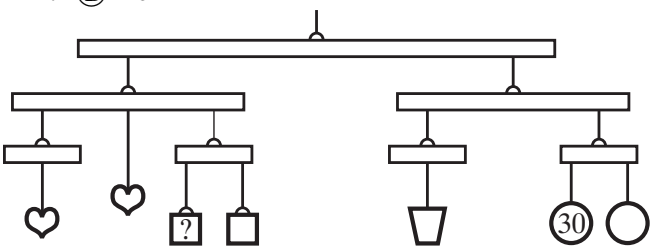
M23. Ⓒ 4



! Pirmoje eilutėje greta vieneto galima įrašyti 2 arba 3, tai 2 galimybės. Antroje eilutėje po vienetu galima vėl įrašyti 2 arba 3, tai 2 galimybės. Vadinasi, užpildyti tuos langelius turime $2 \cdot 2 = 4$ galimybes.

Sakykime, kad tie trys minėti langeliai jau užpildyti. Tada pirmos eilutės 3 langelis užpildomas automatiškai (kas liko). Antroje eilutėje jau įrašytas vienas iš skaičių 2 ir 3, o kitam iš jų vieta vienintelė — ne po atitinkamu pirmos eilutės skaičiumi. Paskutinis tuščias antros eilutės langelis užpildomas nepanaudotu joje skaičiumi. Pagaliau kiekvieno stulpelio apatinis skaičius vėl įrašomas automatiškai — kas liko stulpelyje nepanaudota.
Vadinasi, iš viso turime 4 galimybes.
Teisingas atsakymas **C**.

M24. Ⓑ 20



! Kadangi dešiniausios apatinės svarstyklės pusiausviros, tai du jų skrituliukai sveria $30 + 30 = 60$ gramų. Kadangi kibiriuką ir du skrituliukus laikančios svarstyklės pusiausviros, tai kibiriukas sveria 60 g. Iš viso didžiųjų svarstyklių dešinėje yra $60 + 60 = 120$ g, todėl tiek pat yra ir jų kairėje.
Kadangi širdutė atsveria du kvadratukus (ties viduriu prikabinta dar viena širdutė pusiausvirai įtakos neturi), tai iš viso po kairiuoju didžiųjų svarstyklių petimi kabo šešių kvadratėlių masė. Kadangi ji sudaro 120 g, tai vienas kvadratėlis sveria 20 g.
Teisingas atsakymas **B**.

BIČIULIS (V ir VI klasės)

B1. Ⓑ 2006

! Sudauginę ir sudėję turime:

$$6018 = 4012 + a.$$

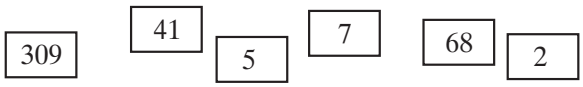
Nežinomą dėmenį randame iš sumos atėmę žinomą dėmenį:

$$a = 6018 - 4012,$$
$$a = 2006.$$

Teisingas atsakymas **B**.

!! Įdomiau skaičiuoti taip: kadangi trijų skaičių vidurkis 2006, dviejų skaičių vidurkis 2006, tai ir trečias skaičius lygus 2006.

B2. Ⓔ 7685413092



! (Plg. M12 uždavinio sprendimą.) Kadangi visi skaičiai bus dešimtženkliai, tai didžiausias iš jų bus tas, kurio pirmas skaitmuo didžiausias. Vadinasi, tai 7. Dabar iš likusių kortelių didžiausią skaitmenį duoda 68, ir turime 768. Toliau reikia imti 5, po to 41, tada 309 ir pagaliau 2. Gauname skaičių 7685413092.
Teisingas atsakymas **E**.

B3. Ⓓ 22

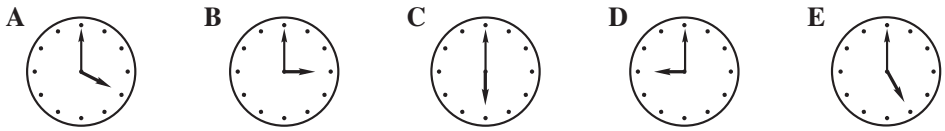
! (Plg. M6 uždavinio sprendimą.) Dešimt staliukų sustatę į eilę, gausime stalą 1×10. Jo perimetras yra $2 \cdot 10 + 2 = 22$. Taigi prie stalo galės sėdėti 22 žmonės.
Teisingas atsakymas **D**.

B4. Ⓑ 60 Lt

! Pagal sąlygą 3 kamuoliai ir 2 svarmenys kainuoja 240 Lt, 2 kamuoliai ir 2 svarmenys kainuoja 180 Lt. Todėl kamuolys kainuoja $240 - 180 = 60$ Lt.
Renkamės atsakymą **B**.

!! Iš tikrųjų turime pasitikrinti, ar visos uždavinio sąlygos išpildytos. Padarykime tai.
Jeigu kamuolys kainuoja 60 Lt, tai svarmuo 30 Lt. Tada uždavinio sąlygos išpildytos: $3 \cdot 60 + 2 \cdot 30 = 240$ Lt.
Teisingas atsakymas **B**.

B5. Ⓔ



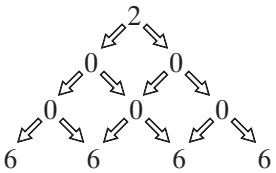
Laikrodžių **B** ir **D** rodyklės statmenos, sudaro 90° kampą. Laikrodžio **C** rodyklės sudaro ištiestinį 180° kampą.
Lieka laikrodžiai **A** ir **E**, ir tenka skaičiuoti. Vienas tarpukas (jų yra 12) atitinka $360^\circ : 12 = 30^\circ$. Vadinasi, laikrodžio **A** rodyklės sudaro $4 \cdot 30^\circ = 120^\circ$ kampą, o laikrodžio **E** rodyklės — $5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$ kampą.
Teisingas atsakymas **E**.

B6. Ⓐ 37

(Plg. M9 uždavinio sprendimą.) Nelyginių namų numerių nuo 1 iki 39 yra tiek pat, kiek būtų lyginių nuo 2 iki 40, o šių yra tiek pat, kiek numerių nuo 1 iki 20, vadinasi, 20.
Lyginių numerių yra nuo 2 iki 34, o tai yra tiek pat, kiek skaičių nuo 1 iki 17, t. y. 17.
Iš viso namų gatvėje yra $20 + 17 = 37$.
Teisingas atsakymas **A**.

Namai su numeriais nuo 1 iki 35 eina iš eilės, jų yra 35. Dar yra namas su numeriu 37 ir namas su numeriu 39 — iš viso $35 + 2 = 37$ namai.

B7. Ⓓ 8

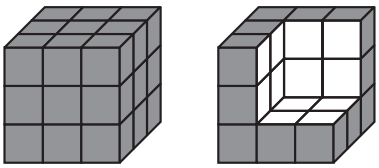


Kad ir kaip keliautume, visada gausime skaičių 2006. Vadinasi, būdų gauti 2006 yra tiek pat, kiek ir kelių. Kadangi iš kiekvieno skaitmens išeiti galima 2 keliais, tai iš viso yra $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ būdai.

B8. Ⓐ 0,005

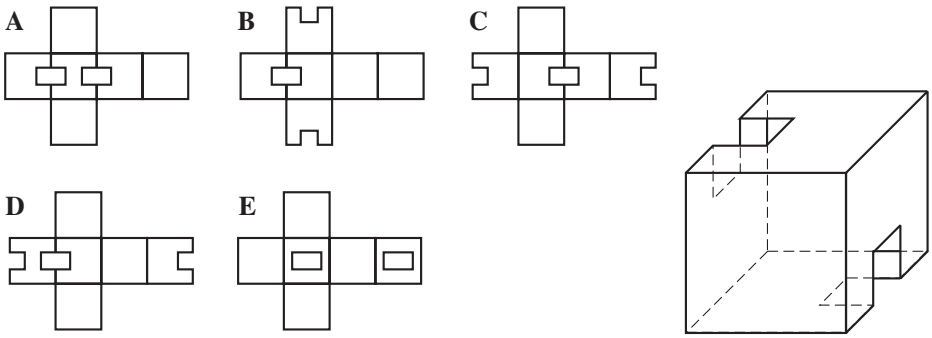
Skaičiaus šimtąją dalį užrašyti galima dešimtaine trupmena 0,01 arba paprastąja trupmena $\frac{1}{100}$. Tą skaičių dalijame pusiau — $0{,}01 : 2 = 0{,}005$. $\left(\frac{1}{100} : 2 = \frac{1}{200} = \frac{5}{1000} = 0{,}005\right)$.
Teisingas atsakymas **A**.

B9. Ⓐ 2



Kubelio vienai sienai nudažyti reikia $9 : (6 \cdot 3 \cdot 3) = \frac{1}{6}$ kg dažų. Dabar nudažyti reikia $3 \times 4 = 12$ kubelių sienų, todėl tam reikia $\frac{1}{6} \cdot 12 = 2$ kg.
Teisingas atsakymas **A**.

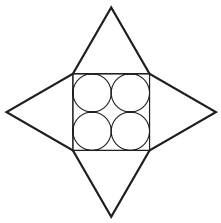
B10. Ⓒ



? Dėžutėje yra tik 2 pilnos sienos — kvadratai. Iš karto atkrenta atsakymai **A**, **D**, **E**, o lieka **B** ir **C**. Atsakymas **B** taip pat atkrenta — nes dėžutėje dvi pilnosios sienos nėra greta, o iškarpoje jos greta. Renkamės atsakymą **C**.

! Įsitikinti, kad iškarpa **C** tinka, nesunku. Įsivaizduokime, kad ją padėjome ant stalo ir lenkiame pilnus kvadratus į viršų — jie tampa „kubo“ priekine ir užpakaline siena.
Kairysis kvadratas su įkarpa taps kubo kairiąja siena. Dešiniuosius kvadratus iš pradžių užlenkiame vertikaliai, po to dešinįjį kvadratą dar kartą užlenkiame — jis taps kubo viršutine siena.
Teisingas atsakymas **C**.

B11. Ⓓ 160

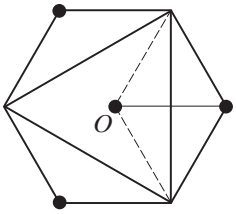


! Aišku, kad kvadrato kraštinė lygi keturiems spinduliams, t. y. 20 cm. Žvaigždės perimetrą sudaro 8 tokios atkarpos, taigi jis lygus $8 \cdot 20 = 160$ cm.
Teisingas atsakymas **D**.

B12. Ⓓ 1000

! Ieškomąjį skirtumą užrašome taip:
$(2 + 4 + \cdots + 2000) - (1 + 3 + \cdots + 1999) = (2 - 1) + (4 - 3) + \cdots + (2000 - 1999)$.
Turime 1000 dėmenų, kurių kiekvienas lygus 1.
Teisingas atsakymas **D**.

B13. (E) Trikampis



! Kiekvieną kartą lenkiama per lygiakraščio („įbrėžtinio“) trikampio kraštinę. Taigi užlenkus minėtas viršūnes, susidarys dviejų sluoksnių trikampis.
Teisingas atsakymas **E**.

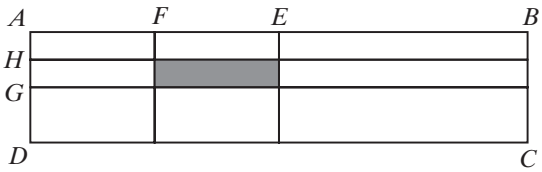
B14. (D) Geltonai

R	B	M	G	P					
B	M	G	P						
M	G	P							
G	P		B						
P				G					
R									
B									
M									
G									
P	R	B	M	G	P	R	B	M	?

! Skaičiuoti galima įvairiai, tik reikia neapsirikti. Galime leistis žemyn pirmuoju stulpeliu — kampe užbaigdama antrą penketuką RBMGP bus raidė P. Tada eidami apatine eilute turėsime vėl RBMGP ir RBMG.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Galima skaičiuoti ir einant įstrižaine. Tada imti tenka kas antrą raidę, ir turime RMPBG, po to dar kartą RMPBG. Vadinasi, dešinėje apačioje langelis geltonas.

B15. (A) $\frac{1}{4}\,\mathrm{m}^2$



! Aišku, kad užtušuoto stačiakampio plotas lygus $FE \cdot HG$. Bet $FE = \frac{1}{4}AB = 1\,\mathrm{m}$, $HG = \frac{1}{4}AD = \frac{1}{4}\,\mathrm{m}$, taigi ieškomas plotas lygus $\frac{1}{4}\,\mathrm{m}^2$.
Teisingas atsakymas **A**.

B16. Ⓑ 1 010 101 010

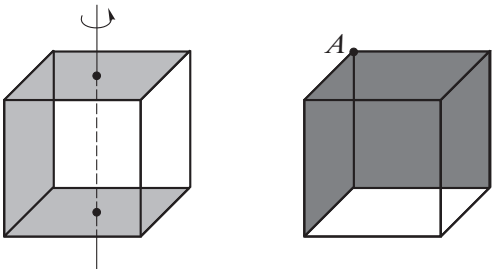
$$
\begin{array}{r}
1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
-\quad 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
+\quad\ \ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
-\quad\ \ \ \ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
+\quad\ \ \ \ \ \ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
-\quad\ \ \ \ \ \ \ \ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
+\quad\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 1\ 1\ 1\ 1 \\
-\quad\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 1\ 1\ 1 \\
+\quad\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 1\ 1 \\
-\quad\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 1 \\
\hline
\end{array}
$$

Iš pradžių raskime skirtumus, tada teliks sudėti

$$1\,000\,000\,000 + 10\,000\,000 + 100\,000 + 1000 + 10.$$

Gauname 1 010 101 010.
Teisingas atsakymas **B**.

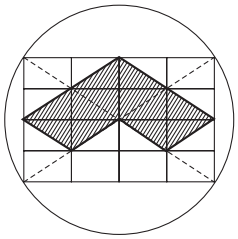
B17. Ⓑ 2



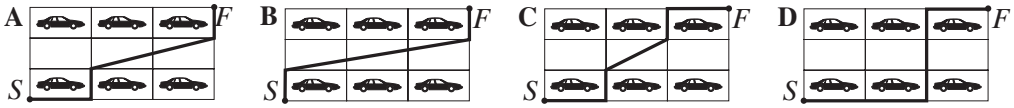
Kadangi trys kubelio sienos mėlynos, o likusios trys — raudonos, tai užtenka nagrinėti vien mėlynas sienas: jeigu sutaps dviejų kubelių trys mėlynosios sienos, tai automatiškai sutaps ir likusios (raudonosios) sienos. Dabar pastebėkime, kad kubeliai gali būti tik dviejų rūšių: arba 1) kubelis turi dvi mėlynas priešingas sienas, arba 2) jis neturi dviejų mėlynų priešingų sienų. Įsitikinkime, kad kiekvienos rūšies spalvinių yra tik vienas.
1) Pasukę kubelį, galime pasiekti, kad priešingosios mėlynos sienos būtų viršutinė ir apatinė (žr. kairįjį pav.). Tada nesvarbu, kur atsidurs trečia mėlyna siena: pasukę, jei reikia, kubelį aplink ašį, einančią per viršutinės ir apatinės sienos centrus, galima pasiekti, kad, sakysime, mėlyna bus kairioji šoninė siena. Todėl yra tik vienas šios rūšies spalvinys.
2) Jeigu jokios dvi mėlynos sienos nėra priešingos, tai jos visos turi bendrą viršūnę. Atitinkamai pasukus kubelį, galima laikyti, kad tai viršūnė A (žr. dešinį pav.). Taigi ir šiuo atveju yra tik vienas spalvinys.
Teisingas atsakymas **B**.

B18. Ⓒ 20

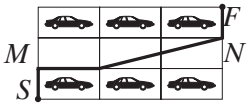
Ieškomasis šešiakampio perimetras lygus 8 stačiakampėlio įstrižainėms. Bet apskritimo skersmuo lygus 4 įstrižainėms. Vadinasi, šešiakampio perimetras lygus $2 \cdot 10 = 20$ cm.



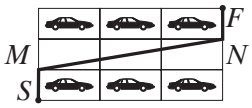
B19. Ⓑ



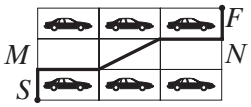
Kelią **A** galima pakeisti jam lygiu:



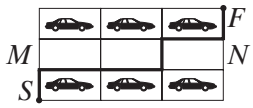
Tada iš karto aišku, kad kelias **B** yra trumpesnis: jis taškus M ir N jungia tiese.



Kelią **C** galima pakeisti keliu:

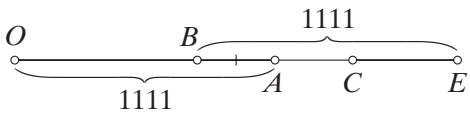


Vėl visiškai aišku, kad kelias **B** trumpesnis.
Kelią **D** vėl galima pakeisti lygiu jam keliu:



Visų jų kelias nuo M iki N yra ilgesnis už kelią **B**, kuris tuos taškus jungia tiese.
Teisingas atsakymas **B**.

B20. Ⓔ B, A, C



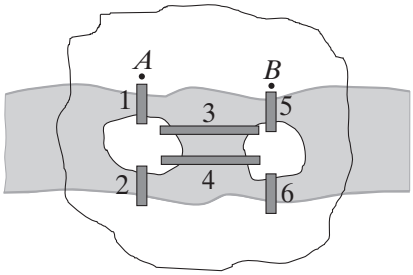
Matome, kad $OB = OE - BE = 2006 - 1111 = 895$ cm. Duota, kad $OA = 1111$ cm. Randame, kad $OC = 0{,}7 \cdot 2006 = 1442$ cm. Vadinasi, taškai išsidėstę tokia tvarka: B, A, C.

B21. Ⓑ 4

? Reikia stengtis, kad gabaliukai būtų kuo mažesni. Vadinasi, reikia imti gabaliukus 1, 2, 3, 4, 5. Tada kirpti užtenka 4 kartus.
Renkamės atsakymą **B**.

! Gabaliukai turi būti skirtingi, o net mažiausi penki dėmenys $1+2+3+4+5$ duoda 15. Tai reiškia, kad dėmenų negali būti daugiau kaip 5. Kadangi galima atkirpti 1, tada 2, tada 3, tada 4, tai po ketvirto kirpimi lieka 5 dm ilgio gabaliukas, kurio kirpti nebereikia.
Teisingas atsakymas **B**.

B22. Ⓓ 6



! Nesunku surašyti visus maršrutus. Kadangi jie prasideda tiltu 1 ir baigiasi taške B, tai tinka maršrutai:
126345, 126435, 134265, 136245, 143265, 146235.
Teisingas atsakymas **D**.

B23. Ⓓ $\frac{1}{10}$; $\frac{9}{80}$; $\frac{1}{8}$

? Iš karto atmetame **B**, **C** ir **E**, nes $21-12 \neq 32-21$; $0{,}7-0{,}3 \neq 1{,}3-0{,}7$; $48-24 \neq 64-24$. Analogiškai galima rasti ir **A** ir **D** trupmenų skirtumus. Bet pirmiausia trupmenas subendravardiklinkime:
A $\frac{20}{60}, \frac{15}{60}, \frac{12}{60}$; **D** $\frac{8}{80}, \frac{9}{80}, \frac{10}{80}$
Renkamės atsakymą **D**.

! Tikriname trejetus iš eilės (vidurinis skaičius turi būti vienodai nutolęs nuo kitų dviejų, o tai reiškia, kad kraštinių skaičių suma lygi dvigubam viduriniam; kartai verta visus tris skaičius padidinti tiek pat kartų).
A $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{2}{4}$, $20+12=30$, $32=30$, — prieštara;
B $12+32=2\cdot 31$, $44=62$, — prieštara;
C $0{,}3+0{,}7=2\cdot 1{,}3$, $1=2{,}6$, — prieštara;
D $\frac{1}{10}+\frac{1}{8}=2\cdot\frac{9}{80}$, $8+10=2\cdot 9$, — lygybė teisinga;
E $24+64=2\cdot 48$, $3+8=2\cdot 6$, $11=12$, — prieštara.
Teisingas atsakymas **D**.

B24. Ⓑ 3

! Dviženkliai skaičiaus 3 kartotiniai yra 12, 15, ..., 99. Todėl mažiausias jų yra 12, o didžiausias 99, taigi Onutės rezultatas yra 111. Jonukas sudėjo didžiausią (98, jis nėra 3 kartotinis — kartotiniai eina kas trys) ir mažiausią (10, jis ir šiaip mažiausias dviženklis, ir, ačiū dievui, nėra 3 kartotinis). Vadinasi, jis gavo sumą $98+10=108$, ir Onutės suma didesnė $111-108=3$ vienetais.
Teisingas atsakymas **B**.

B25. Ⓔ 124

! Sudėstant kvadratines groteles 2×2, reikia $2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ pagaliukų. Sudėstant kvadratines groteles 3×3, reikia $3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 4$ pagaliukų. Panašiai sudėstant groteles 31×31 reikia $31 \cdot 32 + 31 \cdot 32 = 2 \cdot 31 \cdot 32$ pagaliukų, o grotelėms 30×30 reikia $30 \cdot 31 + 30 \cdot 31 = 2 \cdot 30 \cdot 31$ pagaliukų. Vadinasi, ieškomas skirtumas lygus
$2 \cdot 31 \cdot 32 - 2 \cdot 30 \cdot 31 = 2 \cdot 31 \cdot (32 - 30) = 2 \cdot 31 \cdot 2 = 124$.
Teisingas atsakymas **E**.

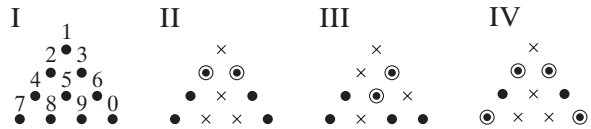
!! Įsivaizduokime, kad jau turime groteles $n \times n$. Tada darant iš jų groteles $(n+1) \times (n+1)$ galima į viršų pridėti horizontalią $n+1$ ilgio kraštinę, vertikalią $n+1$ ilgio kraštinę į dešinę ir $n+1$ vienetinį pagaliuką į viršų ir $n+1$ vienetinį pagaliuką į dešinę — iš viso $4n+4$ pagaliukus. Vadinasi, mūsų atveju ($n = 30$) reikės pridėti $4 \cdot 30 + 4 = 124$ pagaliukus.

B26. Ⓒ 501

! Jeigu skaičių pabraukė tik Jonas ir Adomas (bet nepabraukė Petras), tai tas skaičius dalijasi iš 6, bet nesidalija iš 12.
Jeigu skaičių pabraukė tik Jonas ir Petras, tai tas skaičius dalijasi iš 4, bet nesidalija iš 3.
Jeigu skaičių pabraukė Adomas ir Petras, tai jį pabraukė ir Jonas, ir jis netinka.
Iš 6 dalijasi skaičiai 6, 12, 18, 24, ..., 1998, 2004. Jų yra $2004 : 6 = 1002 : 3 = 334$, ir kas antras jų dalijasi iš 12, taigi turime $334 : 2 = 167$ skaičius.
Iš 4 dalijasi skaičiai 4, 8, 12, 16, 20, 24, ..., 1996, 2000, 2004. Jų yra $2004 : 4 = 501$, kas trečias jų dalijasi iš 3, taigi dukart pabrauktų tarp jų bus $\frac{2}{3} \cdot 501 = 1002 : 3 = 334$.
Iš viso gavome $167 + 334 = 501$ skaičių.
Teisingas atsakymas **C**.

B27. Ⓒ 4

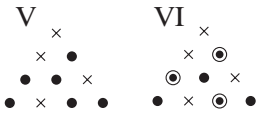
! Sunumeruokime taškus kaip I paveikslėlyje.



Kadangi negali likti visi trys taškai 1, 7 ir 0, tai vieną iš jų tikrai reikia pašalinti. Sakykime, kad tai taškas 1 (priešingu atveju paveikslėlį galima pasukti, o taškus pernumeruoti). „Trikampiai“ 253, 478, 690 lygiakraščiai ir neturi bendrų taškų, todėl teks pašalinti dar mažiausiai tris taškus (po 1 iš kiekvieno trikampio). Kad keturis taškus pašalinti užtenka, matome iš II paveikslėlio; pašalinti taškai pažymėti kryželiu).
Vadinasi, teisingas „Kengūros“ uždavinio atsakymas **C**, t. y. užtenka pašalinti 4 taškus.

!! Įdomu, kad tai vienintelis (neskaitant posūkių) būdas pašalinti 4 taškus. Įrodykime tai. Tarkime, kad taškas 1 jau pašalintas. Įsitikinkime, kad būtinai reikia pašalinti centrinį tašką 5. Iš tikrųjų, jeigu taškas 5 paliktas (III paveikslėlyje apvestas skrituliuku), tai reikia pašalinti vieną tašką iš poros 23 (abiejų taškų šalinti negalima — dar reikės išardyti anksčiau minėtus trikampius 478 ir 690). Dėl simetrijos galime sakyti, kad pašalintas taškas 2, paliktas 3. Dabar reikia pašalinti tašką 6 — kitaip susidarys lygiakraštis trikampis 356. Bet dabar pašalinant vieną tašką būtina išardyti trikampį 478 ir trikampį 589, vadinasi, reikia pašalinti tašką 8. Ir vis dėlto lygiakraštis trikampis liko: 349. Prieštara, todėl tašką 5 pašalinti reikia.
Taigi sakykime, kad pašalinti taškai 1 ir 5. Iš trikampių 478 ir 690 reikės pašalinti po tašką, todėl liks taškai 2 ir 3 (IV pav.). Po tašką reikės pašalinti iš trikampių 286 ir 349, todėl liks taškai 7 ir 0. Bet tada reikia pašalinti tašką iš trikampio 279, t. y. 9, ir tašką iš trikampio 380, t. y. 8.

Atspėti tinkamą kengūrinį atsakymą nesunku, bet ir apsirikti nekengūriškai sprendžiant nesunku — galima duoti teisingą atsakymą remiantis neteisingu pavyzdžiu. Pavyzdžiui, atrodytų, kad V pav. išbraukta gerai, — o iš tikrųjų VI pav. rodo, kad liko lygiakraštis trikampis 349.



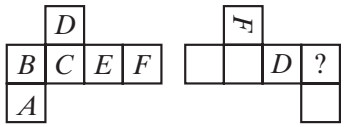
Uždavinys taptų daug sunkesnis, jeigu jį suformuluotume taip.
Pašalinkite mažiausią taškų skaičių, kad jokie 3 *iš likusių taškai nebūtų lygiakraščio trikampio viršūnėmis. Keliais būdais tai galima padaryti?* (*Laikome, kad du paveikslėliai, kuriuos galima sutapdinti sukiojant, bet neapverčiant, duoda tik vieną būdą.*)
Kaip jau įsitikinome, pastarasis uždavinys turi tik vieną sprendinį.

B28. (E) 18 Lt Adomui ir 12 Lt Tomui

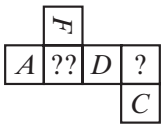
? Paulius atidavė 30 litų. Adomas mokėjo 8 kartus, Tomas 7 kartus. Atrodytų, kad už 1 mokėjimą reikėtų skirti $30 : (4 + 8) = 2$ litus, ir tada Adomas gauna 16 Lt, o Tomas 14 Lt.
Renkamės atsakymą **D**.

! Panašių uždavinių prigalvota nemažai, ir apsirikti nesunku. O kad neapsiriktume — reikia paprasčiausiai skaičiuoti. Aišku, kad galų gale visi turi būti išleidę (kaip ir Paulius) po 30 litų. Kadangi Adomas pirko bilietus 8 kartus, tai jis išleido $8 \cdot 3 \cdot 2 = 48$ litus. Tomas pirko bilietus 7 kartus, taigi išleido $7 \cdot 3 \cdot 2 = 42$ litus. Todėl Adomas turi atgauti 18 Lt, o Tomas — tik 12 Lt.
Teisingas atsakymas **E**.

B29. (D) *E*



! Iš pirmos išklotinės matome, kad priešingose sienose yra B ir E, taip pat C ir F. Vadinasi, likusiose priešingose sienose yra A ir D.
Taigi A vieta aiški — priešingas raidei D langelis. Aiški ir C vieta — priešingas raidei F langelis:



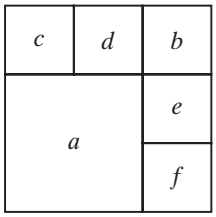
Matome, kad klaustukui priešingos sienos kaimynės yra A, F ir D, taigi ten galėtų būti ir B, ir E. Bet iš pirmos išklotinės matome, kad iš B per F ir D patenkame eidami pagal laikrodžio rodyklę, o iš E per F į D — eidami prieš laikrodžio rodyklę.
Teisingas atsakymas **D** — nutrinta raidė E.

B30. Ⓐ $3 \cdot 2^5$

! Jau vien atsakymai rodo, kad uždavinys nėra lengvas. Be to, ir kengūriškai jį spręsti nelabai išeina — skaičiai didoki, ir sunku ką atspėti. Kyla klausimas: nuo ko gi pradėti?

Prisiminkime, kaip parduotuvėje prie kasos mokame kokią didesnę sumą, pavyzdžiui, 17 litų ir 53 centus. Vargu ar pradedame nuo 3 centų ar 7 litų — iš pradžių ieškome 10 litų, po to 5 litų ir t. t. Kitaip sakant, pradedame nuo didžiausio pinigo.

Lygiai taip ir čia, pradėkime nuo „turtingiausio“ langelio — turinčio daugiausiai gretimų. Sužymėkime langelius, kaip parodyta paveikslėlyje.



Suskirstykime skaičius 1, 2, 3, 4, 5, 6 į tokias poras, kad kiekvienos poros skaičių skirtumas būtų lygus 3: $(1, 4)$, $(2, 5)$, $(3, 6)$. Jeigu į a įrašome 1, tai į langelį b teks įrašyti skaičių 4 (kitaip jis būtų gretimas vienetui, ir jų skirtumas būtų 3). Dabar į langelį c galima rašyti bet kurį iš 4 likusių skaičių. Į langelį d negalima rašyti jo poros, lieka 2 įrašymo būdai. Liko 2 skaičiai, kurie neįeina į tą pačią porą, todėl į langelį e galima imti bet kurį iš tų — 2 būdai, o į langelį f — kas liko. Taigi šiuo atveju turime $4 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$ būdų. Bet į langelį a galima įrašyti kiekvieną iš 6 skaičių, taigi būdų užpildyti lentelę bus 6 kartus daugiau, t. y. $6 \cdot 2^4$.

Vadinasi, teisingas atsakymas **A**.

KADETAS (VII ir VIII klasės)

K1. Ⓑ 16-tas

Kadangi 1-as konkursas vyko 1991 metais, o 2006 yra 15 vienetų daugiau už 1991, tai 2006 metais vyko 16-tas konkursas.
Teisingas atsakymas **B**.

K2. Ⓓ 126

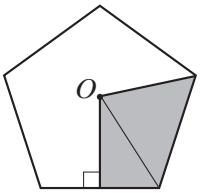
Skaičiuoti paprasta — tiesiog sąlygoje norėta atspindėti 2006 metus. Taigi

$$20 \cdot (0 + 6) - (20 \cdot 0) + 6 = 20 \cdot 6 + 6 = 126.$$

Teisingas atsakymas **D**.

K3. Ⓓ 30%

Išvedę iš O užtušuoto keturkampio įstrižainę, iš karto matome, kad didysis trikampis yra $\frac{1}{5}$ dalis, t. y. 20% penkiakampio, o mažasis trikampis sudaro pusę didžiojo trikampio, t. y. 10%. Iš viso užtušuotas plotas sudaro $20\% + 10\% = 30\%$ penkiakampio.
Teisingas atsakymas **D**.



K4. Ⓓ 4

Nesunku sudaryti lygtį: jeigu anūkų yra A, tai $2A + 3 = 3A - 2$. Taigi $A = 5$.
Teisingas atsakymas **D**.

Įdomiau spręsti be lygčių. Močiutė davė visiems anūkams po 2 bandeles ir turi dar 3 bandeles. Ji pradeda dalyti jas, duodama po trečią. Išdalinus 3 bandeles 3 anūkams, jai bandelių trūksta dviem likusiems anūkams. Vadinasi, iš viso anūkų yra 5.

K5. Ⓔ

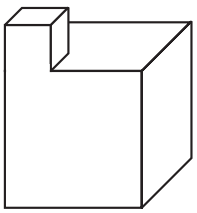
Žr. uždavinio B10 sprendimą.

K6. Ⓓ 700

Iš sąlygos aišku, kad iš 2000 mokinių 1500 dalyvavo *Kengūros* konkurse ir 1200 *Bebro* konkurse. Sudėjus $1500 + 1200 = 2700$, abiejuose konkursuose dalyvavę mokiniai įskaitomi dukart. Vadinasi, abiejuose konkursuose dalyvavo $2700 - 2000 = 700$ mokinių.
Teisingas atsakymas **D**.

K7. Ⓑ $58\,\text{cm}^2$

Suklijavus kubus, „dingsta“ dvigubas vienos mažojo kubo sienos plotas. Todėl paviršiaus plotas lygus $6 \cdot 3^2 + 6 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1^2 = 6 \cdot 9 + 4 = 58$.
Teisingas atsakymas **B**.



K8. Ⓐ $\frac{1}{20}$ litro

Butelyje yra $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ litro sulčių. Nupylus $\frac{1}{5}$ litro, liks $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ litro.
Teisingas atsakymas **A**.

K9. Ⓓ 27 cm

Pagrindo ilgis mažesnis už $7 + 7 = 14$ cm. Vadinasi, didžiausias pagrindas gali būti 13 cm. Tada perimetras lygus $14 + 13 = 27$ cm.
Teisingas atsakymas **D**.

K10. Ⓒ 5

Kad gabaliukų skaičius būtų kuo didesnis, reikia karpyti į kuo mažesnius gabaliukus. Vadinasi, reikia atkirpti 1 dm, 2 dm, 3 dm, 4 dm, 5 dm, 6 dm. Tam reikia kirpti 5 kartus.
Teisingas atsakymas **C**.

K11. Ⓓ Mėlynas ir apskritas

Iš trečio sakinio išplaukia, kad tas daiktas arba mėlynas, arba geltonas. Bet geltonas jis būti negali, nes tada pagal ketvirtą sakinį jis būtų kvadratinis, o pagal antrą — raudonas. Vadinasi, jis mėlynas. Tada pagal pirmą sakinį jis apskritas.
Renkamės atsakymą **D**.

Iš tikrųjų reikia patikrinti, ar toks atsakymas neprieštarauja nė vienam sakiniui. Nesunku įsitikinti, kad taip yra.
Teisingas atsakymas **D**.

K12. Ⓔ Sekmadienis

Kadangi antradienius skiria 7 dienos, tai lyginius antradienius skiria 14 dienų. Todėl antradieniai galėjo būti tik 2, 16, 30 dieną. 21 dieną išpuola ta pati savaitės diena, kaip ir 28 dieną — o tai 2 dienomis anksčiau nei 30 diena, t. y. 28 ir 21 dienos — sekmadieniai.
Teisingas atsakymas **E**.

K13. Ⓒ 125

Dominykas davė 60% sumos, taigi liko surinkti 40%. Giedrius davė jos $\frac{2}{5}$, taigi 16%. Vadinasi, Vaidos 30 litų yra $100\% - 60\% - 16\% = 24\%$. Vadinasi, 4% yra 5 litai, o 100% — 125 litai.
Teisingas atsakymas **C**.

K14. Ⓓ 30

Mėlynųjų ufonautų skaičių pažymėkime m, tada žaliųjų ir raudonųjų yra po $m - 10$. Visi kartu jie turi $(m - 10)2 + (m - 10)3 + 5m = 250$ čiuptuvų. Iš čia $10m = 300$, $m = 30$.
Teisingas atsakymas **D**.

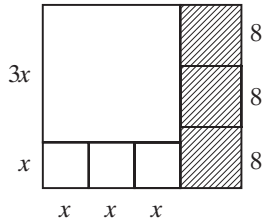
K15. Ⓑ 144

Aišku, kad reikia padaryti „daug“ šuolių abiem kojomis. Kadangi $1000 = 7 \cdot 142 + 6$, tai užtenka 144 šuolių: 142 šuolių po 7 m, vieno šuolio 4 m ir vieno šuolio 2 m.
Renkamės atsakymą **B**.

Reikėtų įsitikinti, kad mažesniu šuolių skaičiumi „surinkti“ 1000 m nepavyks. Jau matėme, kad daugiausiai galima atlikti 142 septyniametrius šuolius. Negalima daryti 141 septyniametrio šuolio — tada lyginiams dėmenims liktų 13 — nelyginė suma. Jeigu darome 140 septyniametrių šuolių, tai liks $1000 - 7 \cdot 140 = 20$, ir teks padaryti ne mažiau kaip $20 : 4 = 5$ trumpesnius šuolius, iš viso 145 šuolius. Atsisakant dar kokio 7-metrio šuolio, teks pridėti ne mažiau trumpesnių šuolių.
Teisingas atsakymas **B**.

K16. Ⓑ 18

! Pažymėkime mažųjų kvadratų kraštinę x. Tada vertikalioji didžiojo kvadrato kraštinė lygi $3 \cdot 8 - x$, o horizontalioji $3x$. Bet kvadrato kraštinės lygios: $3 \cdot 8 - x = 3x$. Išsprendę lygtį, gauname $4x = 3 \cdot 8$, $x = 3 \cdot 2$, $x = 6$. Vadinasi, kvadrato kraštinė $3x$ lygi 18.
Teisingas atsakymas **B**.



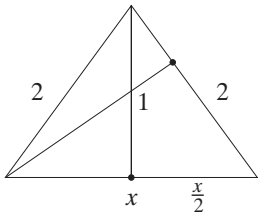
K17. Ⓑ 6

! Jeigu skaičius x, tai skaičius, didesnis už jį 500%, sudaro 600% skaičiaus x, t. y. $6x$. Vadinasi, $x^2 = 6x$. Ši lygtis turi sprendinius 0 ir 6.
Renkamės atsakymą **B**.

!! Sprendinį 0 reikėtų atmesti, net kai kengūriniai atsakymai neduoti: įprasta kalbėti apie kelis kartus didesnius skaičius tik tada, kai jis teigiamas.
Teisingas atsakymas **B**.

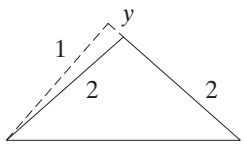
K18. Ⓓ 3

? Aišku, kad reikia nagrinėti du atvejus: kai yra tik viena kraštinė, lygi 2, ir kai yra dvi tokios kraštinės.
Kai pagrindas yra 2, tai aukštinė į jį lygi 1, taigi šoninės kraštinės lygios $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.
Kai šoninės kraštinės yra 2, tai aukštinė į šoninę kraštinę lygi 1.



Jei pagrindo kraštinę pažymėsime x, tai aukštinė į pagrindą remiantis ploto formule lygi $\frac{2}{x}$, o remiantis Pitagoro teorema $\sqrt{2^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}$. Vadinasi, $\frac{2}{x} = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$, $\frac{4}{x^2} = 4 - \frac{x^2}{4}$. Pasižymėję $\frac{x^2}{4} = z$, turime $\frac{1}{z} = 4 + z$, $z^2 - 4z + 1 = 0$, $(z-2)^2 = 3$, $z = 2 - \sqrt{3}$, $x^2 = 8 - 4\sqrt{3} = 2(4 - 2\sqrt{3}) = 2(\sqrt{3} - 1)^2$, $x = \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) = \sqrt{6} - \sqrt{2}$.
Renkamės atsakymą **B**.

! Ir vis tiktai atsakymas **B** neteisingas! Pamiršome, kad aukštinė kartais nukrenta ne į pagrindą, o į jo tęsinį.



Tada $y = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$, o pagrindas lygus $\sqrt{1^2 + (2+y)^2} = \sqrt{1 + (2+\sqrt{3})^2} = \sqrt{8 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{2(4 + 2\sqrt{3})} = \sqrt{2(\sqrt{3}+1)^2} = \sqrt{2}(\sqrt{3}+1) = \sqrt{6} + \sqrt{2}$.
Teisingas atsakymas **D** — tokių trikampių yra 3, o ne 2.

!! Nuo visų pavojų dažnai apsaugo kosinusai ir sinusai. Jei pagrindas lygus 2, tai šoninės kraštinės, kaip jau matėme, lygios $\sqrt{2}$. Jei šoninės kraštinės lygios 2, o viršūnės kampas α, tai plotas $S = \frac{1}{2} \cdot 2^2 \sin\alpha$,

$\sin\alpha = \frac{1}{2}$, taigi $\alpha = 30^\circ$ arba 150°. Pirmu atveju pagrindas lygus $2 \cdot 2\sin\frac{\alpha}{2} = 4\sin 15^\circ = \sqrt{8 \cdot 2\sin^2 15} = \sqrt{8(1-\cos 30)} = \sqrt{8(1-\frac{\sqrt{3}}{2})} = \sqrt{2(4-2\sqrt{3})} = \sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{6}-\sqrt{2}$. Antru atveju pagrindas lygus $4\sin\frac{\alpha}{2} = 4\sin 75^\circ = 4\cos 15^\circ = \sqrt{16\cos^2 15} = \sqrt{8(1+\cos 30^\circ)} = \sqrt{8(1+\frac{\sqrt{3}}{2})} = \sqrt{2(4+2\sqrt{3})} = (\sqrt{3}+1)\sqrt{2} = \sqrt{6}+\sqrt{2}$.
Taigi turime tris trikampius, kurių kraštinės yra $\sqrt{6}-\sqrt{2}$, 2, 2; $\sqrt{6}+\sqrt{2}$, 2, 2; $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, 2, ir kurie tenkina uždavinio sąlygas.

K19. Ⓔ 12

Paprasčiausias būdas — nuosekliai skaičiuoti, kiek yra būdų patekti į kiekvieną kvadratėlį. Iš pradžių sužymime langelius, į kuriuos trumpiausias kelias — vienintelis, ir rašome juose vienetą.

$A\rightarrow$	•	1	1	1	1
	1				1
	1	1	1		
	1	1			
	1	1			• $\leftarrow B$

•	1	1	1	1
1	2			1
1	1	1		
1	1	2	2	
1	1			

•	1	1	1	1
1	2	3	4	1
1	1	1	4	5
1	1	2	2	7
1	1	3	5	12

Dabar jeigu į kurį kvadratėlį galima patekti iš dviejų kvadratėlių, (aišku, iš kairės arba iš viršaus — kitaip kelias nebus trumpiausias), jame rašome 2. Ir toliau sumuojame parašytus skaičius: kiekviename langelyje rašome skaičiaus, esančio kvadratėlyje į viršų (tai kelių iki to langelio skaičius), ir skaičiaus, esančio kvadratėlyje į kairę (tai irgi kelių iki to langelio skaičius), taigi gauname skaičių trumpiausių iki to kvadratėlio kelių. Tęsdami užpildome visus kvadratėlius. Taigi kelių iš A ir B skaičius yra 12.
Teisingas atsakymas **E**.

K20. Ⓑ 10

Pažymėkime tą skaičių $\overline{ab2}$. Perkėlę 2 į priekį, gausime skaičių $\overline{2ab}$. Pagal sąlygą $\overline{ab2} - \overline{2ab} = 36$, $100a + 10b + 2 - 200 - 10a - b = 36$, $90a + 9b = 234$, $10a + b = 26$. Kadangi a ir b skaitmenys, tai aišku, kad $a = 2$, o $b = 6$. Taigi $a + b + 2 = 10$.
Renkamės atsakymą 10.

Dabar aišku, kad geriau dviženklį skaičių $\overline{ab}$ žymėti viena raide x. Tada turime $\overline{x2} - \overline{2x} = 36$, iš kurios gauname lygtį $10x + 2 - 200 - x = 36$, $9x = 198 + 36$, $x = 22 + 4 = 26$. Vadinasi, pradinis skaičius yra 262, o jo skaitmenų suma $2 + 6 + 2 = 10$.
Teisingas atsakymas 10.

K21. Ⓐ 124

Sudėsčius 30-tą figūrą, pridėti reikės: 31 pagaliuką viršuje horizontaliai, 31 pagaliuką vertikaliai po jais, 31 pagaliuką iš dešinės vertikaliai, 31 pagaliuką į dešinę horizontaliai. Iš viso reikės pridėti $4 \cdot 31 = 124$ pagaliukus.
Teisingas atsakymas **A**.

Žinoma, nesunku suskaičiuoti ir pagaliukų skaičių n-toje figūroje. Joje yra $n + 1$ eilė po n horizontalių pagaliukų ir $n + 1$ stulpelis po n vertikalių pagaliukų — iš viso $2n(n + 1)$. Vadinasi, 31-a figūra už 30-tą figūrą turi daugiau $2 \cdot 30 \cdot 32 - 2 \cdot 30 \cdot 31 = 2 \cdot 31(32 - 30) = 4 \cdot 31 = 124$ pagaliukais daugiau
Žr. taip pat uždavinio B25 sprendimą.

K22. Ⓑ 60

! Jeigu I vagonas prikabintas prie elektrovežio, tai II vagonui lieka 4 vietos (iš penkių): 2, 3, 4, 5. Jeigu I vagonas antras, tai II vagonui lieka vietos 3, 4, 5. Jeigu I vagonas trečias, tai II — 4 arba 5. Pagaliau, jeigu I vagonas ketvirtas, tai II — penktas. Taigi iš viso turime $4+3+2+1=10$ būdų sustatyti du vagonus — I ir II. Bet kiekvienu atveju likusius vagonus galima sustatyti likusiose 3 vietose $3\cdot 2\cdot 1=6$ būdais. Iš viso gauname $10\cdot 6=60$ būdų.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Sustatykime vagonus bet kaip — tam yra $5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1$ būdų. Jeigu I vagonas arčiau negu II nuo elektrovežio — tas būdas tinka. Bet sukeitus I ir II vagonus, gausime kitą būdą, kuris netinka (ir atvirkščiai). Vadinasi, norimų būdų yra $5\cdot 4\cdot 3=60$.

K23. (E) 8

? Aišku, kad skaitmenis iš galo reikia imti devynetukus tol, kol galime: ...9 ...999
Kadangi $2006=9\cdot 222+8$, tai mažiausias toks skaičius yra $8\underbrace{99...9}_{222}$.
Renkamės atsakymą **E**.

! Jeigu skaičius turi n skaitmenų, tai jo skaitmenų suma $\leqslant 9n$, taigi $2006\leqslant 9n$, $n\geqslant 222$. Vadinasi, ieškomasis skaičius mažiausiai gali turėti 222 skaitmenis. Todėl reikia imti kuo didesnius paskutinius skaitmenis (imti 9), o tada pirmas skaitmuo bus mažiausias: $2006-221\cdot 9=223\cdot 9-1-222\cdot 9=$ $=9-1=8$.
Teisingas atsakymas **E**.

K24. (D) 37

! Visų pirma reikia suvokti, kad kojinės — tai ne batai, kurių poroje vienas kairys, kitas dešinys. Negana to, ir vienodos spalvos kojinių poros nesiskiria. Taigi turime 10 vienodų baltų kojinių, 20 vienodų rudų ir 30 vienodų pilkų kojinių. Aišku, kad pasiimti $10+13+13=36$ kojinių neužtenka: gali pasitaikyti 10 baltų, 13 rudų ir 13 pilkų kojinių. O štai 37 kojinių tikrai užteks: sakykime, kad jas paėmus 14 vienodų kojinių nėra. Tai reiškia, kad baltų kojinių paimta $\leqslant 10$ (jų ir šiaip yra tik 10), rudų — $\leqslant 13$, pilkų — $\leqslant 13$. Iš viso turime 36 kojines, — prieštara.
Teisingas atsakymas **D**.

K25. (E) Nė vienas iš ankstesnių teiginių nėra teisingas

! Perrenkame teiginius. Teiginys **A** neteisingas, pavyzdžiui, kai $x=y=10$, $z=0{,}1$. Teiginys **B** neteisingas, pavyzdžiui, kai $x=20{,}08$, $y=0{,}01$, $z=0{,}01$. Teiginys **C** neteisingas, pavyzdžiui, kai $x=15$, $y=5$, $x=0{,}1$. Teiginys **D** neteisingas, pavyzdžiui, kai $x=18$, $y=\frac{25}{18}$, $z=20{,}1-18-\frac{25}{18}=\frac{21}{10}-\frac{25}{18}=\frac{189-125}{90}=\frac{64}{90}=\frac{32}{45}$.
Vadinasi, teisingas teiginys **E**.

K26. (B) 5

! Paprasta skaičiuoti pasižymėjus kelią s metrų, o greitį v metrų per sekundę. Jis dabar važiuos $\frac{s}{v}$ sekundžių, o padidinęs greitį važiuotų $\frac{s}{v+3}$ sekundžių. Pagal sąlygą

$$\frac{s}{v}=\frac{3s}{v+3},\quad s(v+3)=3vs,\quad v+3=3v,\quad 2v=3,\quad v=1{,}5,$$

o važiuos jis $\frac{s}{1{,}5}$ laiko. Jeigu jis padidintų greitį 6 m/s, tai jo greitis būtų 7,5 m/s, sugaištas laikas $\frac{s}{7{,}5}$, taigi penkiskart mažesnis už $\frac{s}{1{,}5}$.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Įdomiau apsieiti be lygčių. Jeigu padidinęs greitį 3 m/s jis važiuotų triskart trumpiau, tai ir jo greitis būtų triskart didesnis. Vadinasi, dvigubas jo greitis yra 3 m/s, o greitis 1,5 m/s. Padidinęs greitį 6 m/s, jis važiuotų 7,5 m/s greičiu, t. y. 5 kartus didesniu greičiu. Taigi ir jo laikas sutrumpėtų 5 kartus.

K27. Ⓒ Gali dalytis iš 5

? Imkime vieną skaičių 5, o kitą $2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^3$, tada dėmenys ir jų suma dalijasi iš 5.
Renkamės atsakymą **C**.

! Kadangi į sandaugą $2^5 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^3$ įeina tik vienas trejetas, tai jis įeis tik į vieną iš dėmenų, taigi suma nesidalys iš 3, ir atsakymas **B** neteisingas.
Kadangi į sandaugą įeina tik trys septynetai, tai į vieną dėmenį įeis ne mažiau kaip du septynetai (ir jis dalysis iš 49), o į kitą — ne daugiau kaip vienas (ir jis nesidalys iš 49). Taigi atsakymas **D** neteisingas.
Kadangi yra penki dvejetai, tai į vieną dėmenį įeis ne mažiau kaip trys iš jų (ir dėmuo dalysis iš 8), o į kitą — ne daugiau kaip du dvejetai, ir dėmuo nesidalys iš 8. Atsakymas **A** taip pat neteisingas.
Suma gali dalytis iš 5 — užtenka į kiekvieną dėmenį paimti po vieną iš penketų, kurių yra du. Tai reiškia, kad atsakymas **C** teisingas, o tuo pačiu atsakymas **E** neteisingas.
Teisingas tik atsakymas **C**.

K28. Ⓒ 4
Žr. uždavinio B27 sprendimą.

K29. Ⓔ ANMAIKOLIRI

M/K	I/I	S/L	S/I	I/M	S/A	S/N	I/J	P/A	P/R	I/O
P	S	I	S	I	M	I	S	S	P	I

? Po raidėmis P tuščioje eilutėje gali būti tik raidės A ir R arba R ir A. Vadinasi, iš karto atkrenta atsakymai **A** (*R* jame paskutinė, o gali būti tik priešpaskutinė), **C** (pirma raidė gali būti tik A arba R), **D** (priešpaskutinė raidė gali būti tik A arba R). Atkrenta čia atsakymas **B** — paskutinė raidė A negali stovėti po I.
Renkamės atsakymą **E**.

! Dar reikia patikrinti, kad atsakymas **E** tinka. Bet tai padaryti paprasta: A gali stovėti po raide P, N gali stovėti po raide G ir t. t.
Teisingas atsakymas **E**.

K30. Ⓒ 2005

! Kadangi reiškinys antruose skliaustuose lygus

$$(2-1)(2+1)+(3-1)(3+1)+(4-1)(4+1)+\cdots+(2005-1)(2005+1)=$$
$$=2^2-1^2+3^2-1^2+\cdots+2005^2-1^2=2^2+3^2+\cdots+2005^2-2004,$$

tai duotasis skirtumas lygus $1^2+2004=2005$.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Kitaip grupuojant dėmenis, skaičiuoti sunkiau:

$$(1^2-1\cdot 3)+(2^2-2\cdot 4)+(3^2-3\cdot 5)+\cdots(2004^2-2004\cdot 2006)+2005^2=$$
$$=1(1-3)+2(2-4)+3(3-5)+\cdots+2004(2004-2006)+2005^2=$$
$$=-2(1+2+\cdots+2004)+2005^2=2005^2-(1+2+\cdots+2004+1+2+\cdots+2004)=$$
$$=2005^2-2005\cdot 2004=2005,$$

nes paskutiniuose skliaustuose yra 2004 poros, kurių dėmenų suma lygi 2005.

JUNIORAS (IX ir X klasės)

J1. Ⓓ 4004

Reikia rasti dviejų skaičių vidurkį. Įdomu, kad galima atskirai rasti tūkstančių vidurkį, $(2+6) : 2 = 4$, ir vienetų vidurkį, $(6 + 2) : 2 = 4$.
Teisingas atsakymas **D**.

J2. Ⓒ 3

Jeigu skaičius dalijasi iš 2006, tai jis yra skaičiaus 2006 kartotinis. Surašykime juos:
2006, 4012, 6018, 8024, 10 030, ...
Skaičius 2006 netinka, nes turi vienodų skaitmenų (du nulius). Tolesni trys kartotiniai tinka, o 10 030 ir didesni kartotiniai jau nebėra keturženkliai.
Teisingas atsakymas **C**.

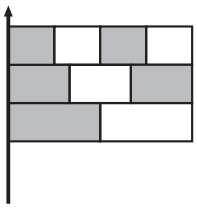
J3. Ⓓ 2 309 415 687

Kadangi visi skaičiai, sudaryti iš duotųjų, turi po vienodai skaitmenų, (yra dešimtženkliai), tai mažiausias bus tas, kurio pirmieji skaitmenys mažiausi. Taigi imame 2, tada 309, tada 41, tada 5, tada 68, ir lieka 7. Gavome skaičių 2 309 415 687.
Teisingas atsakymas **D**.

J4. Ⓒ 5

Pirmi du skaitmenys reiškia valandas, vadinasi, skaičius iš dviejų pirmų skaitmenų gali būti 00, 02, 06, 20. Su pirmu skaičiumi 00 minutės bus dviženklis iš skaitmenų 2 ir 6, taigi liks tik 26 (62 netinka — minučių gali būti daugiausiai 59). Su valanda 02 minučių skaitmenys 0 ir 6, taigi tinka tik 06. Su valanda 06 minučių skaitmenys 0 ir 2 — tinka tiek 02, tiek ir 20. Pagaliau, po 20 val. minučių skaitmenys 0 ir 6, tinka tik 06. Gavome penkis laikus, tenkinančius uždavinio sąlygą: 00:26, 06:06, 06:02, 06:20, 20:06.
Teisingas atsakymas **C**.

J5. Ⓔ $\frac{5}{9}$



Kadangi kiekviena juosta sudaro $\frac{1}{3}$ vėliavos, tai pirmoje juostoje užtušuota $2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$, antroje $2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$, trečioje $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ vėliavos. Iš viso užtušuota $\frac{1}{6} + \frac{2}{9} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$ vėliavos.
Teisingas atsakymas **E**.

Pirmoje juostoje neužtušuota jos pusė, trečioje — taip pat, vadinasi, per abidvi neužtušuota visa juosta, t. y. $\frac{1}{3}$ vėliavos. Antroje juostoje neužtušuotas jos trečdalis, taigi $\frac{1}{9}$ vėliavos. Iš viso neužtušuota $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$ vėliavos, o užtušuota $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ vėliavos.

Dar geriau laikyti, kad vėliava turi 36 ploto vienetus. Tada kiekvienos juostos plotas yra 12. Pirmoje juostoje užtušuoti 6 vienetai, antroje — 8, trečioje — 6 vienetai, taigi iš viso užtušuota 20 vienetų, ir tai sudaro $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ vėliavos.

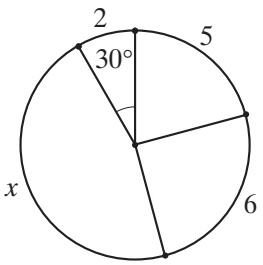
J6. Ⓒ 30 h

! Po vienos valandos laikrodžių rodomų laikų skirtumas bus 2 minutės. Valanda yra 30 kartų po 2 minutes, taigi toks skirtumas susidarys po 30 valandų.
Teisingas atsakymas **C**.

J7. Ⓓ 72

! Kadangi poezija sudaro $\frac{1}{9}$ Pauliaus knygų, tai knygų skaičius dalijasi iš 9. Kita vertus, apysakos sudaro $\frac{1}{4}$ jo knygų, taigi ieškomasis skaičius turi dalytis iš 4. Vadinasi, jis dalijasi iš 36 (skaičių 9 ir 4 mažiausiojo bendrojo kartotinio), o skaičiaus 36 kartotinis tarp 50 ir 100 yra tik vienas — tai 72.
Teisingas atsakymas **D**.

J8. Ⓔ 11



! Kadangi ilgio 2 lankas atitinka 30°, tai ilgio 5 lankas atitinka 2,5 karto didesnį kampą, t. y. $30^\circ \cdot 2{,}5 = 75^\circ$, ilgio 6 lankas — 90°. Tų trijų kampų suma lygi $30^\circ + 75^\circ + 90^\circ$, todėl lanką x atitinka $360^\circ - 195^\circ = 165^\circ$. Ilgio 1 lankas atitinka $30^\circ \cdot 2 = 15^\circ$. Vadinasi, 165° kampą atitinka lankas $x = 165 : 15 = 11$.
Teisingas atsakymas **E**.

J9. Ⓔ 22

! Už 150 Lt nusiperkame 15 maišelių ir gauname 15 talonų. Kai už juos atsiimame 5 nemokamus maišelius, turime 20 maišelių ir 5 talonus. Už 3 talonus pasiėmę maišelį, turėsime 21 maišelį, 2 likusius talonus iš 5 ir vieną naują taloną. Taigi už tris talonus gausime dvidešimt antrą maišelį (ir vieną taloną).
Teisingas atsakymas **E**.

!! Atsakymą **E** reikia rinktis jau vien dėlto, kad 22 maišelius gauti mokame, o didesnio skaičiaus atsakymuose tiesiog nėra. Vis tiktai nelabai aišku, ar atsakymas nepriklauso nuo pirkimo būdo (na, pavyzdžiui, iš pradžių perkame tik 14 maišelių, 10 litų pasiliekame, atsiimame kuponus, tik kada nors vėliau perkame dar vieną maišelį), ir kas žino: o gal mums pavyks įsigyti 23 maišelius?
Skaičiuosime taip. Kadangi už 3 kuponus gauname šokolado ir kuponą, tai 2 kuponai verti šokolado. Kadangi už šokoladą ir kuponą mokame 10 litų, tai kuponas vertas $\frac{10}{3}$ lito, o šokoladas $\frac{20}{3}$ lito. Todėl už 150 litų galima nusipirkti $150 : \frac{20}{3} = \frac{45}{2} = 22{,}5$ šokolado. Bet po pusę šokolado niekas neparduoda, taigi galima nusipirkti ne daugiau kaip 22 šokoladus.
Kad 22 šokoladus nusipirkti galima, jau matėme.
Teisingas atsakymas **E**.

!!! Uždavinys turi kelis labai įdomius tęsinius. Sakykime, kad perkame už 160 litų. Vadinasi, galima nusipirkti ne daugiau kaip $160 : \frac{20}{3} = 24$ šokoladus. Bet pabandžius — išeina tik 23 šokoladai: nusiperkame 16 šokoladų ir 16 kuponų, tada už kuponus gauname 5 šokoladus ir 5 kuponus. Taigi turime 21 šokoladą ir 6 kuponus. Vėl už kuponus gauname 2 šokoladus ir 2 kuponus. Turime 23

šokoladus ir 2 kuponus, kurių panaudoti jau negalima.
Beje, nebūtina konkrečiai ir skaičiuoti: kad ir ką ten darytume, visada liks, sakykime, 3, 2 arba 1 kuponas. Jei liko 3 — atidavę juos gausime 1 kuponą. Kitaip sakant, galų gale turėsime 1 arba 2 napanaudotus kuponus. Mūsų skaičiavimas, kad šokoladas kainuoja $\frac{20}{3}$ lito, teisingas būtų tik jei visi talonai būtų panaudoti. Kadangi taip būti negali, tai iš tikrųjų šokoladas kainuoja „truputį“ daugiau, ir nusipirkti galima mažiau nei 24 šokoladus.
O vis dėlto — šaunusis kengūrininkas Jonas sugeba nusipirkti ir 24 šokoladus: kai jam lieka 2 kuponai, jis iš draugo pasiskolona 1 kuponą, už 3 kuponus gauna šokoladą ir kuponą, o kuponą grąžina draugui.

J10. Ⓐ $\frac{15}{8}$

? Atspėti atsakymą paprasta: imkime $a = 1$, tada $b = 2$, $c = \frac{3}{2}$, $d = 4 : \frac{3}{2} = \frac{8}{3}$, $e = 5 : \frac{8}{3} = \frac{15}{8}$. Todėl $\frac{e}{a} = \frac{15}{8}$.

! Kadangi e lygtyje eina kartu su d, o a — kartu su b, tai trupmeną „plečiame“:

$$\frac{e}{a} = \frac{ed \cdot b}{ab \cdot d} = \frac{5b}{2d} = \frac{5bc}{2dc} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{15}{8}.$$

Trumpiau tai galima užrašyti taip: $\frac{e}{a} = \frac{e \cdot bcd}{a \cdot bcd} = \frac{ed \cdot bc}{ab \cdot cd} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{15}{8}$.
Arba taip: $bc \cdot de = 15$, $ab \cdot cd = 8$, todėl $\frac{bcde}{abcd} = \frac{e}{a} = \frac{15}{8}$.
Teisingas atsakymas **A**.

J11. Ⓑ 40

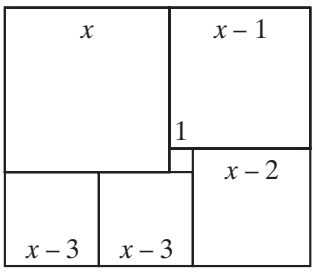
! Jeigu kaimynei x metų, tai jai liko gyventi $100 - x$ metų. Pagal sąlygą

$$x = \frac{2}{3}(100 - x), \quad 3x = 200 - 2x, \quad x = 40.$$

Teisingas atsakymas **B**.

!! Sunkiau apsieiti be lygčių.
Šimtą metų sudaro kaimynės amžius ir likęs jai gyventi laikas, o kitaip — $\frac{2}{3}$ likusio gyventi laiko ir pats tas laikas. Taigi $\frac{5}{3}$ likusio gyventi laiko yra 100 metų, trečdalis likusio gyventi laiko — 20 metų, likęs gyventi laikas — 60 metų. Vadinasi, jos jau atgyventa 40 metų.

J12. Ⓓ 7



! Didžiojo kvadrato kraštinę pažymėkime x. Tada dešiniojo viršutinio kvadrato kraštinė lygi $x - 1$, dešiniojo apatinio $(x - 1) - 1 = x - 2$, apatinio vidurinio $(x - 2) - 1 = x - 3$. Matome, kad $2(x - 3) = x + 1$, taigi $x = 7$.
Teisingas atsakymas **D**.

J13. Ⓐ 1

$$\begin{array}{r} K\,A\,N \\ +\,K\,A\,G \\ K\,N\,G \\ \hline 2\,0\,0\,6 \end{array}$$

? Kadangi atsakymuose yra tik G reikšmės 1, 2, 3, 4, 5, tai vienetų stulpelyje $2G + N \leqslant 10 + 9 = 19$. Bet matome, kad N lyginis, taigi į dešimčių stulpelį papildomų dešimčių nepereina. Todėl $N + 2G = 6$, ir $N \leqslant 6$. Jeigu $N = 0$, tai $G = 3$, iš dešimčių stulpelio $A = 5$ (reikšmė 0 jau užimta), ir $3K + 1 = 20$, $3K = 19$, — prieštara. Jeigu $N = 2$, tai ir $G = 2$, — prieštara. Jeigu $N = 4$, tai $G = 1$, $A = 8$ ($A = 3$ vėl duotų $3K + 1 = 20$), $3K = 18$, $K = 6$. Gavome

$$\begin{array}{r} 684 \\ +\,681 \\ \underline{641} \\ 2006 \end{array}$$

Renkamės atsakymą **A**.

! Matome, kad $3K \leqslant 20$, t. y. $K \leqslant 6$. Bet jei $K \leqslant 5$, tai suma būtų mažesnė už $3 \cdot 600 = 1800$. Vadinasi, $K = 6$.

$$\begin{array}{r} 6AN \\ +\,6AG \\ \underline{6NG} \\ 2006 \end{array}$$

Iš vienetų stulpelio matome, kad N lyginis, o iš dešimčių stulpelio aišku, kad į jį ateina 0 arba 2. Pirmu atveju $N + 2G = 6$, $N + 2A = 20$. Iš antros lygybės $N \geqslant 2$, iš pirmos $N \leqslant 6$. Bet $K = 6$, todėl $N \neq 6$. Taip pat $N \neq 2$, nes jei $N = 2$, tai ir $G = 2$. Vadinasi, N — lyginis, tai lieka tik $N = 4$, tada $G = 1$, $A = 8$, ir turime

$$\begin{array}{r} 684 \\ +\,681 \\ \underline{641} \\ 2006 \end{array}$$

Antru atveju $N + 2G = 2G$, $N + 2A = 18$. Iš pirmos lygties $N \geqslant 8$, ir kadangi N lyginis, tai $N = 8$. Tada $G = 9$, $A = 5$, ir turime

$$\begin{array}{r} 658 \\ +\,659 \\ \underline{689} \\ 2006 \end{array}$$

Vadinasi, šiaipjau G galėtų būti 9 arba 1, bet pateikiamuose atsakymuose 9 nėra.
Renkamės atsakymą **A**.

!! Parodysime, kaip tokius uždavinius galima spręsti „eilute“.

$$\overline{KAN} + \overline{KAG} + \overline{KNG} = 100K + 10A + N + 100K + 10A + G + 100K + 10N + G,$$

taigi $300K + 20A + 11N + 2G = 2006$.
Kadangi $0 \leqslant 20A + 11N + 2G \leqslant 33 \cdot 9$, tai

$$2006 - 33 \cdot 9 \leqslant 300K \leqslant 2006,$$

$$668 - 99 < 100K < 669,$$

$$K = 6.$$

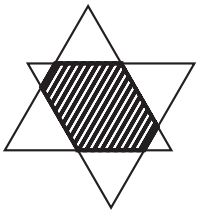
Lygtis virsta $1800 + 20A + 11N + 2G = 2006$, $20A + 11N + 2G = 206$.
Matome, kad N lyginis, be to, $N \neq 6$.
Jei $N = 0$, tai $20A + 2G = 206$, $10A + G = 103$, $G = 3$, $A = 10$, — prieštara.
Jei $N = 2$, tai $20A + 2G = 184$, $10A + G = 92$, $G = 2$, — prieštara (nes $N = 2$).
Jei $N = 4$, tai $20A + 2G = 162$, $10A + G = 81$, $G = 1$, $A = 8$.
Jei $N = 8$, tai $20A + 2G = 118$, $10A + G = 59$, $G = 9$, $A = 5$. Gavome abu sprendinius $G = 9$ ir $G = 1$.

J14. Ⓒ *C*

? Atsakymas **A** negali būti teisingas: tada teisingas būtų ir atsakymas **B**, o *Kengūros* konkurse dviejų teisingų atsakymų nebūna. Atsakymas **B** negali būti teisingas: tada kiti atsakymai būtų neteisingi, taigi **C** būtų neteisingas, ir pagal 2) išvadą **B** būtų neteisingas. Atsakymas **D** neteisingas: jei **D** teisingas, tai **B** neteisingas, ir pagal 3) išvadą **D** neteisingas, — prieštara. Lygiai taip pat **E** neteisingas: jei **E** teisingas, tai **B** neteisingas, ir pagal 3) išvadą **E** neteisingas, — prieštara.
Renkamės atsakymą **C**.

! Neprošal pasižiūrėti, kas gi atsitinka, jeigu **C** teisingas. Tada **A**, **B**, **D**, **E** neteisingi. Bet 1) išvada liečia tik atvejį, kai **A** teisingas, taigi nieko mums nepasako. 2) išvada nieko nepasako, kai **C** teisingas. Pagaliau 3) išvada niekam netrukdo: tiek **B**, tiek **D** ir **E** neteisingi.
Teisingas atsakymas **C**.

J15. Ⓑ 12



! Kiekvieno iš 6 išorinių trikampių kiekvienas kampas lygus 60° (arba jis vieno iš pradinių trikampių kampas, arba lygus jam kaip atitinkamasis dvi lygiagrečias tieses kertant trečiąja). Vadinasi, visi 6 trikampiai lygiakraščiai. Kiekvieną šešiakampio kraštinę atitinka dar dvi tokios pat ant jos nubrėžtos lygiakraščio trikampio kraštinės. Todėl šešiakampio perimetras yra dukart mažesnis už ne šešiakampio kraštinių sumą. Bet visos tos kraštinės sudaro du trikampius, jų perimetrų suma lygi 36, taigi šešiakampio perimetras sudaro jos trečdalį ir lygus 12 cm.
Teisingas atsakymas **B**.

J16. Ⓐ 5

! Pradėkime nuo paskutinio skaitmens. Kvadratai baigiasi skaitmenimis 0, 1, 4, 5, 6, 9, juos paeiliui išnagrinėkime.

- Jeigu paskutinis skaitmuo 0, tai dviženklio kvadrato nėra (kvadratas baigtųsi dviem nuliais, o du nuliai nesudaro dviženklio skaičiaus).
- Jeigu paskutinis skaitmuo 1, tai priešpaskutinis 8 (kitų dviženklių kvadratų nei 81 nėra). Bet tada trečias nuo galo ir antras nuo galo skaitmenys sudaro dviženklį, kuris baigiasi 8 ir nėra kvadratas.
- Jeigu paskutinis skaitmuo 4, tai priešpaskutinis 6 (nes 64 — vienintelis dviženklis kvadratas, kuris baigiasi 4). Tada trečias nuo galo skaitmuo 1 arba 3, ir gauname triženklius skaičius 164 ir 364, tenkinančius sąlygą. Bet pratęsti skaičiaus 364 nebeįmanoma, o prieš 1 galima rašyti 8 (ir tai jau viskas). Gavome keturženklį skaičių 8164.
- Jeigu paskutinis skaitmuo 5, tai priešpaskutinis 2, ir daugiau skaitmenų nebėra.
- Jeigu paskutinis skaitmuo 6, tai prieš jį stovi 1 arba 3. Skaičiaus 36 pratęsti nebegalima, o skaičiui 16 iš priekio galima prirašyti 8, bet tik tiek.
- Jeigu paskutinis skaitmuo 9, tai prieš jį stovi 4 (be 49 kitų tinkamų dviženklių kvadratų nebėra). Prieš 4 stovi 6, prieš 6 stovi 1 arba 3. Skaičiaus 3649 pratęsti nebegalima, o skaičių 1649 pratęsiame: 81649 (bet tai jau viskas). Taigi daugiausiai skaitmenų turi šis penkiaženklis skaičius.

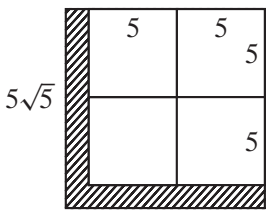
Teisingas atsakymas **A**.

J17. Ⓓ 10

? Mėginkime žiūrėdami ištraukti kuo daugiau kamuoliukų, kad 7 kartus nepasikartotų spalva. Pabandykime imti 6 raudonai mėlynus (rm) kamuoliukus. Tada nebegalima paimti nė vieno kamuoliuko daugiau. Todėl bandykime imti po vienodai kiekvienos rūšies kamuoliukų. Pėmę po 1, turėsime daugiausiai 2 vienos spalvos kamuoliukus. Paėmę po 2, turėsime 6 kamuoliukus, 12 spalvų, kiekvienos spalvos po 4 kamuoliukus. Paėmę po 3 kamuoliukus, turėsime 9 kamuoliukus, 18 spalvų, kiekvioeną spalvą turės 6 kamuoliukai. Paėmę dešimtą kamuoliuką, gausime 7 kamuoliukus su ta pačia spalva.
Renkamės atsakymą **D**.

! Įrodėme, kad paėmus 9 kamuoliukus, gali atsitikti, jog 7 kamuoliukų su ta pačia spalva nebus. Vis dėlto neaišku, kas bus, jei imsime kamuoliukus kitaip: gal tada galima bus paimti ir daugiau kamuoliukų. Visiškai neverta šiuo ir panašiais atvejai kalbėti apie blogiausią (ar geriausią) variantą — reikia bendro įrodymo, o tas jau apims visus variantus — ir blogiausius, ir geriausius, kad ir kiek jų ten būtų.
Reikia įrodyti, kad paėmus 10 kamuoliukų, bent 7 turės vieną spalvą. Iš tikrųjų, 10 kamuoliukų turi 20 „pusspalvių“. Vadinasi, bent vienos spalvos yra bent 7 kamuoliukai — jeigu kiekvieną spalvą turėtų 6 ar mažiau kamuoliukų, pusspalvių būtų $\leqslant 18$, ir kamuoliukų būtų ne daugiau kaip 9, o tai ne taip.
Teisingas atsakymas **D**.

J18. Ⓔ $5(\sqrt{5}-2)$



Kiekvienos iš 5 dalių plotas yra $25\,\text{cm}^2$, taigi mažųjų kvadratų kraštinė lygis 5 cm. Didžiojo kvadrato kraštinė lygi $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ cm. Kadangi ją sudaro dvi mažųjų kvadratų kraštinės ir ieškomoji atkarpa, tai pastaroji lygi $2\sqrt{5} - 2 \cdot 5 = 5(\sqrt{2} - 2)$.
Teisingas atsakymas **E**.

J19. (E) Nė vienas iš ankstesnių teiginių nėra teisingas

(Plg. Kadeto 25 uždaviniį.) Teiginys **A** neteisingas, pavyzdžiui, kai $x = y = \sqrt{99}$, $z = 2(10 - \sqrt{99})$. Teiginys **B** neteisingas, pavyzdžiui, kai $x = 19{,}9$, $y = z = 0{,}05$. Teiginys **C** neteisingas, pavyzdžiui, kai $x = 18$, $y = \frac{25}{18}$, $z = 20 - 18 - \frac{25}{18} = \frac{11}{18}$. Teiginys **D** neteisingas, pavyzdžiui, kai $x = 14$, $y = \frac{75}{14}$, $z = 20 - 14 - \frac{75}{14} = 6 - \frac{75}{14} = \frac{9}{14}$.
Vadinasi, teisingas teiginys **E**.

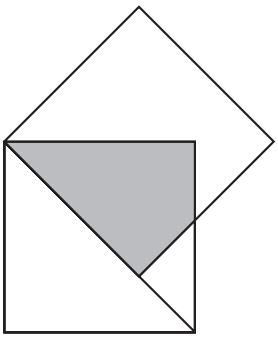
J20. (C) 4

Žr. Kadeto 28 uždavinio sprendimą.

J21. (B) 60

Žr. Kadeto 22 uždavinio sprendimą.

J22. (A) $\sqrt{2} - 1$



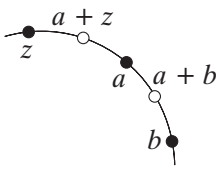
Užtušuotas keturkampis ir mažasis trikampis sudaro pusę kvadrato. Mažasis trikampis yra statusis lygiašonis, nes jo kampai yra 90° ir 45°. Jo statinis lygus kvadrato įstrižainės ir kvadrato kraštinės skirtumui $\sqrt{2} - 1$, o plotas lygus $\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2} = \frac{3}{2} - \sqrt{2}$. Todėl užtušuoto keturkampio plotas yra $\frac{1}{2} - (\frac{3}{2} - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$.
Teisingas atsakymas **A**.

J23. (C) 4

Pasižymėkime šeimos vaikų skaičių x. Tada visų šeimos narių amžių suma lygi $(x + 2)18$. Kita vertus, ji lygi $38 + (x + 1)14$. Vadinasi, $18x + 36 = 14x + 52$, $4x = 16$, $x = 4$.
Teisingas atsakymas **C**.

J24. (C) 486

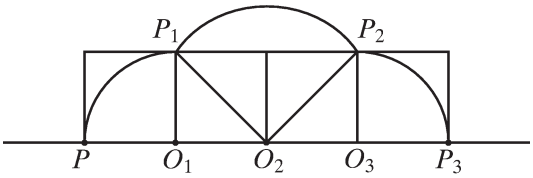
Jeigu ant apskritimo parašyti keli skaičiai a, b, c, ..., tai tarp jų įrašomi skaičiai $a + b$, $b + c$, ..., $z + a$, kurių suma lygi dvigubai pradinių skaičių sumai (nes visi dėmenys į naująją sumą įeina 2 kartus). Vadinasi, po tokios operacijos visų skaičių suma patrigubėja.



Vadinasi, po pirmos operacijos gautų 6 skaičių suma lygi $3 \cdot 6$, po antros operacijos — $3^2 \cdot 6$, po trečios operacijos — $3^2 \cdot 6$, po paskutinės — $3^4 \cdot 6 = 81 \cdot 6 = 486$.
Teisingas atsakymas **C**.

J25. Ⓒ $10\pi + 2\pi\sqrt{2}$

! Pirmo posūkio centras yra



taškas O_1, ir po posūkio 90° kampu taškas P pereis į tašką P_1, brėždamas ketvirtadalį apskritimo, kurio spindulys $O_1P = 10$.
Po antro posūkio apie tašką O_2 90° kampu taškas P_1 pereis į tašką P_2 nubrėžęs ketvirtadalį apskritimo su spinduliu $O_2P_1 = 10\sqrt{2}$. Pagaliau po trečio posūkio taškas P_2 pereis į tašką P_3, nubrėžęs ketvirtadalį apskritimo su spinduliu $O_3P_2 = 10$. Vadinasi, taško P padarytas kelias lygus $\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 10 + \frac{1}{4}2\pi \cdot 10\sqrt{2} + \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 10 = 10\pi + 5\pi\sqrt{2}$.
Teisingas atsakymas **C**.

J26. Ⓑ 30

! Kubai vienodi, jei juos galima sutapdinti sukiojant. Sunumeruokime spalvas skaičiais 1, 2, 3, 4, 5, 6. Kubą pasukime taip, kad spalva 1 atsidurtų apačioje. Imkimės spalvos 2 — galimi 2 atvejai: ji gali atsidurti viršutinėje sienelėje, o gali atsidurti vertikalioje sienelėje.
Pirmu atveju imkimės spalvos 3. Kubelį apie vertikaliąją ašį galima pasukti taip, kad priekinė siena būtų spalvos 3. Dabar trys likusios sienos (einant iš kairės į dešinę) gali pasiskirstyti likusias 3 spalvas $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ būdais.
Antru atveju spalvą 2 galima padaryti užpakaline. Dabar kubelio padėtis jau užfiksuota, ir likusias 4 sienas galima spalvinti $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ būdais.
Taigi iš viso galima pagaminti 30 kubelių.
Teisingas atsakymas **B**.

J27. Ⓔ 360

! Suskaičiuokime, kiek yra triženklių skaičių, kurie nesikeičia apsukus. Antras skaitmuo gali būti bet kuris iš 10 skaitmenų, o pirmas lygus trečiam. Viduriniam skaitmeniui turime 10 galimybių, o kraštiniams 9 galimybes (reikia atmesti 0). Vadinasi, nesikeičiančių triženklių skaičių yra $10 \cdot 9 = 90$. Triženklių skaičių yra $999 - 99 = 900$, iš jų kas dešimtas baigiasi 0, taigi nesibaigiančių nuliu jų yra $900 - 90 = 810$. Vadinasi, pasikeičiančių skaičių yra 720. Jie sudaro 360 porų skaičių, iš kurių vienas didesnis, kitas mažesnis. Vadinasi, yra 360 skaičių, kuriuos apsukus jie padidėja.
Teisingas atsakymas **E**.

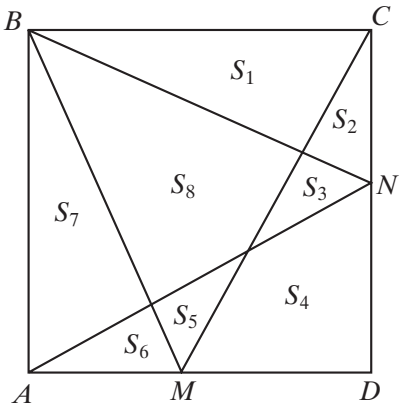
J28. Ⓓ 3

! Kadangi y ir z yra skaitmenų sumos, tai $y \geqslant 1$, $z \geqslant 1$, tada $x \leqslant 58$. Lengva įsitikinkti, kad $y \leqslant 13$: jeigu $x \geqslant 50$, tai $y \leqslant 5 + 8 = 13$, o jeigu $x \leqslant 49$, tai $y \leqslant 4 + 9 = 13$.

Negana to, $y + z \leqslant 18$: jeigu $y \geqslant 10$, tai $x \leqslant 1 + 3$, ir $y + z \leqslant 17$; jeigu $y \leqslant 9$, tai $z = y$, ir $y + z = 2y \leqslant 18$.
Vadinasi, $x \geqslant 42$. Todėl pakanka patikrinti skaičius nuo 42 iki 58. Randame tris tinkamus skaičius: 44, 47, 50.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Pastebėkime, kad jeigu skaičius mažesnis už 10, $1 \leqslant s \leqslant 9$, tai jo skaitmenų suma ir yra pats tas skaičius. Jeigu skaičius $10 \leqslant s \leqslant 19$, tai jo skaitmenų suma lygi $s - 9$ (nes jei $s = 10 + b$, tai skaitmenų suma lygi $1 + b = s - 9$).
Kadangi $x \leqslant 60$, tai jo skaitmenų suma $\leqslant 5 + 9 \leqslant 14$. Jeigu $x = \overline{ab} = 10a + b$ ir $a + b \leqslant 9$, tai $x + y + z = 10a + b + a + b + a + b = 12a + 3b$. Tada $12a + 3b = 60$, $4a + b = 20$, a ir b — skaitmenys. Matome, kad $a \geqslant 3$. Jei $a = 3$, tai $b = 8$, bet skaičius 38 netinka:
$38 + 11 + 2 \neq 60$.
Jeigu $a = 4$, tai $b = 4$, turime skaičių 44, tada $44 + 8 + 8 = 60$.
Jeigu $a = 5$, tai $b = 0$, ir $50 + 5 + 5 = 60$.
Radome du sprendinius: 44 ir 50.
Jeigu $x = \overline{ab}$ ir $10 \leqslant a + b \leqslant 19$, tai $x + y + z = 10a + b + a + b + a + b - 9 = 12a + 3b - 9$.
Tada $12a + 3b - 9 = 60$, $4a + b - 3 = 20$, $4a + b = 23$. Matome, kad $a \geqslant 4$.
Jei $a = 4$, tai $b = 7$, $47 + 11 + 2 = 60$;
jei $a = 5$, tai $b = 3$, $53 + 8 + 8 = 69$, — netinka.
Radome tris skaičius: 44, 47, 50.

J29. Ⓐ $S_2 + S_4 + S_6$



! Viso kvadrato plotą pažymėkime

$$Q = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8.$$

Iš $\triangle BCM$, kurio plotas lygus $\frac{1}{2}Q$, turime

$$\frac{1}{2}Q = S_1 + S_8 + S_5.$$

Iš $\triangle BNA$

$$\frac{1}{2}Q = S_3 + S_8 + S_7.$$

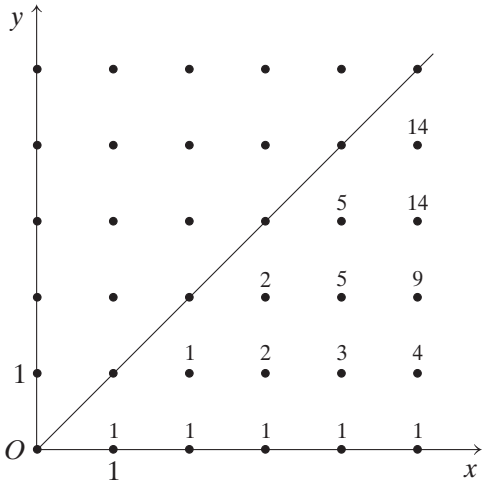
Sudėję šias lygybes, gauname

$$Q = S_1 + S_3 + S_5 + S_7 + 2S_8,$$
$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8 = S_1 + S_3 + S_5 + S_7 + 2S_8,$$

t. y. $S_8 = S_2 + S_4 + S_6$.
Teisingas atsakymas **A**.

J30. Ⓓ 14

! Įmanoma išrašyti visas sekas, pavyzdžiui, taip. Rašykime 1 ir -1, kad jų suma visą laiką būtų teigiama ir kad galų gale joje būtų penkiskart 1 ir keturiskart -1. Tai atrodytų šitaip:
$1\ 1\ 1\ 1\ 1\ -1\ -1\ -1\ -1$
$1\ 1\ 1\ 1\ -1\ 1\ -1\ -1\ -1$ ir t. t., bet tai labai nevaizdu.
Rinkimės tokį būdą. Nusipieškime kvadratą 5×5 koordinačių plokštumoje.



Iš taško $(0; 0)$ mums reikai patekti į tašką $(5; 4)$ tokiais keliais, kad eitume tik vertikaliai į viršų ir horizontaliai į dešinę ir kad nepaliestume įstrižainės. Rašykime, keliais būdais galima patekti į kiekvieną tašką. Aišku, kad į x-ų ašies taškus galima patekti vieninteliu būdu — surašome prie jų 1. Į tašką $(2; 1)$ galima patekti tik iš taško $(1; 1)$ — prie jo rašome 1. Į tašką $(3; 1)$ galima patekti dviem būdais — iš taško $(2; 1)$ ir iš taško $(3; 0)$, — prie jo rašome 2. Taip sužymime skaičiaus visus taškus, ir skaičius prie taško reiškia, keliais būdais galima į jį patekti. Taip gauname, kad į tašką $(5; 4)$ galima patekti 14 būdų.
Teisingas atsakymas **D**.
Beje, pravartu palyginti šį uždavinio sprendimą su Kadeto 19 uždavinio sprendimu.

SENJORAS (XI ir XII klasės)

S1. Ⓐ $2006 \cdot 2006$

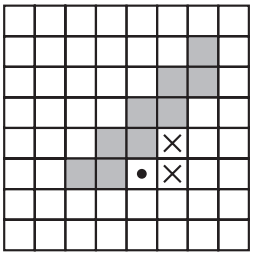
Randame visas sandaugas ir nustatome, kad didžiausia iš jų yra **A**.
Teisingas atsakymas **A**.

Dar geriau pastebėti, kad sandauga **B** lygi $(2006-1)(2006+1) = 2006^2 - 1^2$, sandauga **C** lygi $(2006-2)(2006+2) = 2006^2 - 2^2$, sandauga **D** $(2006-3)(2006+3) = 2006^2 - 3^2$, **E** lygi $(2006-4)(2006+4) = 2006^2 - 4^2$, taigi jos visos mažesnės už sandaugą **A**, kuri lygi 2006^2.

S2. Ⓑ 1

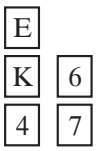
Sudauginkime visus tuos pirminius skaičius, išskyrus 2 ir 5. Kadangi jie nelyginiai, tai sandauga bus nelyginė, taigi nuliu nesibaigs. Kai ją padauginsime iš likusių dauginamųjų, t. y. iš 10, užrašo gale rezultatas turės vieną nulį.
Teisingas atsakymas **B**.

S3. Ⓔ 16



Jeigu užtušuosime tašku pažymėytą langelį, užtušuotos srities perimetras nepasikeis. Dabar nepasikeis perimetras, ir užtušavus du kryželiais pažymėtus langelius. Panašiai nesikeis perimetras tol, kol gausime kvadratą 5×5. Kadangi iš pradžių buvo užtušuoti 9 langeliai, tai užtušuoti papildomai galima $5 \cdot 5 - 9 = 16$ langelių.
Teisingas atsakymas **E**.

S4. Ⓑ 2

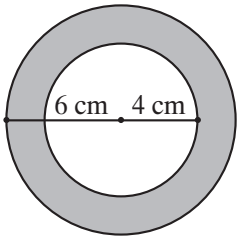


Petras pasakė, kad jei vienoje kortelės pusėje parašyta balsė, tai kitoje — lyginis skaičius. Bet tas teiginys visiškai neliečia kortelių, kurių vienoje pusėje parašyta priebalsė (taigi neliečia ir kortelės K). Lygiai taip pat jo teiginys neliečia kortelių 4 ir 6 — net jeigu kurioje nors iš jų parašyta priebalsė — jis apie tai nešneka. O netiesą jis pasakytų, jeigu paaiškėtų, kad kortelė E slepia nelyginį skaičių, arba jeigu kortelės 7 kitoje pusėje yra balsė. Vadinasi, ir patikrinti užtenka tas dvi korteles.
Teisingas atsakymas **B**.

S5. Ⓑ 6 s

Antro traukinio keleiviui vistiek, kokiais greičiais važiuoja jų traukiniai — svarbu tik greičių suma: jis gali įsivaizduoti, kad stovi, o kitas traukinys važiuoja 220 km/h greičiu. Lygiai taip pat tai tinka pirmojo traukinio keleiviui. Kadangi traukinių ilgis vienodas, tai ir pro pirmojo traukinio keleivį antrasis traukinys pravažiuos per 6 sekundes.
Teisingas atsakymas **B**.

S6. Ⓓ $2\sqrt{5}$ cm



Aišku, kad svarbu tik pakabuko plotas. Pavaizduoto pakabuko plotas yra $\pi \cdot 6^2 - \pi \cdot 4^2 = 20\pi$. Tokį plotą turi skritulys, kurio spindulys yra $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.
Teisingas atsakymas **D**.

S7. Ⓒ 4

! Kadangi tarp e ir b yra 3 skirtumai, tai kiekvienas skirtumas yra $(10 - 5{,}5) : 3 = 1{,}5$. Vadinasi, $a = b - 1{,}5 = 5{,}5 - 1{,}5 = 4$.
Teisingas atsakymas **C**.

S8. Ⓔ 4

! Kadangi $x = \log_4 9$, $y = \log_9 256$, tai

$$xy = \log_4 9 \cdot \log_9 256 = \log_2 3 \cdot \log_3 16 = \log_2 3 \cdot 4 \log_3 2 = 4 \log_2 3 \cdot \frac{1}{\log_2 3} = 4.$$

Teisingas atsakymas **E**.

!! Daug įdomiau nepereiti prie logaritmų: $4^{xy} = 9^y = 256 = 4^4$, taigi $xy = 4$.

S9. Ⓓ 10

! Mums įdomus tik pirmas skaitmuo. Jis gali būti 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Vadinasi, ištraukus 9 korteles, visų jų pirmas skaitmuo gali būti skirtingas. O štai jeigu ištrauksime 10 kortelių, bent dviejų kortelių pirmas skaitmuo sutaps.
Teisingas atsakymas **D**.

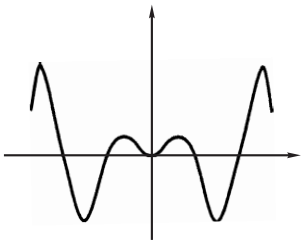
S10. Ⓔ $\frac{1}{\cos^2 \beta}$

! Iš trikampio ABC turime $AB = AC \cos \beta$, t. y. $1 = AC \cos \beta$, $AC = \frac{1}{\cos \beta}$.
Iš trikampio ACD turime $AC = AD \cos \beta$, $\frac{1}{\cos \beta} = AD \cos \beta$, $AD = \frac{1}{\cos^2 \beta}$.
Teisingas atsakymas **E**.

S11. Ⓓ $y = x \sin x$

? Grafikas simetriškas y ašies atžvilgiu, kai funkcija lyginė. Remkimės apibrėžimu. $y = f(x)$ yra lyginė, jei su kiekvienu x teisinga lygybė $f(x) = f(-x)$.
Tikriname:
A $f(-x) = x^2 - x \neq f(x)$, **B** $f(-x) = x^2 \cdot (-\sin x) \neq f(x)$, **C** $f(-x) = -x \cos x \neq f(x)$, **D** $f(-x) = -x \cdot (-\sin x) = x \sin x = f(x)$, **E** $f(-x) = -x^3 \neq f(x)$.
Taigi lyginė tik funkcija **D**.

! Funkcijos $y = x \sin x$ grafikas pavaizduotas paveikslėlyje.



Renkamės atsakymą **D**.

S12. Ⓑ $\frac{11}{37}$

Nuo 0 iki 36 yra 11 pirminių skaičių: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31. Todėl pirminio skaičiaus tikimybė yra $\frac{11}{37}$.
Teisingas atsakymas **B**.

S13. Ⓐ 2

Kadangi 1001 dalijant iš v liekana lygi 5, tai $1001-5=996$ dalijasi iš v. Kadangi $996=2^2\cdot 3\cdot 83$, tai 996 dalijasi iš vienaženklių $v=2$, $v=3$, $v=4$, $v=6$. Bet kadangi liekana 5 turi būti mažesnė už daliklį, tai tinka tik daliklis 6. Vadinasi, 2006 dalijame iš 6 ir gauname liekaną 2, ir kadangi 2004 dalijasi iš 2 ir iš 3, taigi ir iš 6, tai liekanos gauname 2.
Teisingas atsakymas **A**.

S14. Ⓐ $10\sqrt{2}$

Tamsiosios dalies plotas lygus pusei viso ženklo ploto, taigi lygus $\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot 20^2=200\pi$. Todėl ieškomas skritulio spindulys lygus $\sqrt{200}=10\sqrt{2}$ cm.
Teisingas atsakymas **A**.

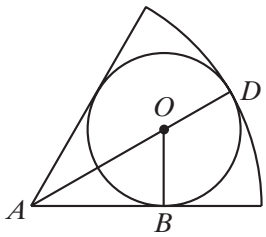
S15. Ⓔ 2006

Visai įdomu spėti. Kadangi dabar 2006 metai, įtariame, kad tą skaičių verta patikrinti. Kadangi $2006:2=1003$, tai reikia pabandyti išskaidyti šį skaičių. Beje, tik atrodo, kad tai sunku — iš tikrųjų reikia nustatyti tik pirminius daliklius, o tikrinti užtenka, sakysime, tik iki $\sqrt{1003}<\sqrt{1225}\leqslant 35$. Skaičius 1003 nesidalija iš 3, iš 5 (akivaizdu), iš 7 (tenka dalyti), iš 11, iš 13. O štai iš 17 jis dalijasi: $1003:17=(1020-17):17=60-1=59$. Taigi $2006=59\cdot 17\cdot 2$, ir uždavinio sąlygos išpildytos: $59+17+2=78$, $59-17-2=40$.
Renkamės atsakymą **E**.

Žinoma, paprasčiau tiesiog spręsti. Sudėję lygybes $a+b+c=78$ ir $a-b-c=40$, gauname $a=59$, o atėmę gauname $b+c=19$. Kadangi suma nelyginė, tai bent vienas dėmuo lyginis, o toks pirminis tik 2. Taigi galime imti $c=2$, tada $b=17$. Skaičių 59, 17 ir 2 sandauga lygi 2006.
Teisingas atsakymas **E**.

S16. Ⓐ 3 : 2

Pažymėkime išpjovos spindulį $AD=R$. Tada skritulio spinduliai $OB=OD=\frac{R}{3}$, $AO=AD-OD=\frac{2R}{3}$. Kadangi $\triangle AOB$ statinis OB dukart trumpesnis už įžambinę, tai $\angle OAB=30^\circ$, taigi išpjovos kampas $=60^\circ$, ir jos plotas yra $\pi R^2:6$. Įbrėžtojo skritulio plotas lygus $\pi R^2:9$, taigi tų plotų santykis yra $9:6$, t.y. $3:2$.
Teisingas atsakymas **A**.



S17. Ⓔ Atsakymas — kitas skaičius

Įsivaizduokime, kad I vietą užėmusi komanda aplošė visas kitas (ir surinko 16 taškų), II vietą užėmusi aplošė visas žemiau stovinčias (surinko 15 taškų), ..., XV vietą užėmusi aplošė tik XVI (surinko 1 tašką), o XVI vietą užėmusi komanda taškų negavo (0 taškų).
Renkamės atsakymą **E**.

! Kadangi buvo sužaistos $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 120$ rungtynių, tai visos komandos surinko 120 taškų. Sakykime, kad paskutinė komanda surinko a taškų, o aritmetinės progresijos skirtumas $d \geqslant 0$, tada I komanda surinko $a + 15d$ taškų (aišku, kad $a \geqslant 0$ ir $d \geqslant 0$ sveiki). Vadinasi,

$$120 = (a + a + 15d) + (a + d + a + 14d) + \cdots + (a + 7d + a + 8d),$$

$(2a + 15d)8 = 120$, $2a + 15d = 15$. Matome, kad $d \leqslant 1$, bet $d = 0$ būti negali — tada a nėra sveikas. Vadinasi, $d = 1$, $a = 0$, t. y. paskutinė komanda surinko 0 taškų.
Neskubėkime teigti, kad teisingas atsakymas **E**. O gal (kaip siūlo atsakymas **D**) aprašytoji situacija neįmanoma? Bet nesunku įsitikinti, kad komandos galėjo surinkti $15, 14, 13, \ldots, 2, 1, 0$ taškų — tas pavyzdys jau pateiktas spėjime **?**.
Teisingas atsakymas **A**.

!! Įdomu, kad ir spėjimą **?** nesunku paversti sprendimu. Kadangi visos komandos surinko 120 taškų, tai jos negalėjo surinkti po lygiai, po $\frac{120}{16} = 7{,}5$ taško — tai nėra sveikasis skaičius. Aišku, kad tada $d \geqslant 1$, o „mažiausia“ progresija yra $0, 1, 2, \ldots, 15$. Jos narių suma 120, taigi ji vienintelė. Vadinasi, paskutinė komanda surinko 0 taškų.

S18. Ⓑ 99

! Sakykime, kad pernai chore buvo x mergaičių. Tada jame buvo $x + 30$ berniukų, o šiemet — $1{,}2x$ mergaičių ir $1{,}05(x + 30)$ berniukų. Remiantis sąlyga, šiemet choristų skaičius lygus

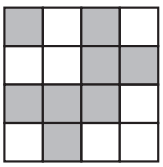
$$1{,}2x + 1{,}05(x + 30) = 1{,}1(x + x + 30).$$

Padauginę lygties abi puses iš 20, turime $24x + 21(x + 30) = 22(2x + 30)$, iš čia $x = 30$.
Taigi šiemet choristų yra $1{,}1(2 \cdot 30 + 30) = 99$.
Teisingas atsakymas **B**.

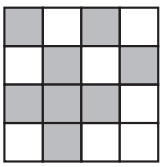
!! Kiekvieno žodinio uždavinio atsakymą reikia patikrinti — ar susieina galai su galais. Chore buvo $x = 30$ mergaičių, $30 + 30 = 60$ berniukų. Šįmet mergaičių buvo $30 \cdot 1{,}2 = 36$, berniukų $60 \cdot 1{,}05 = 63$. Iš tikrųjų, tai sudaro $36 + 63 = 99$ choristus.

S19. Ⓓ 4

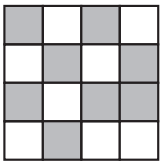
? Sukeitę viršutinės eilutės langelius, gauname



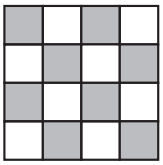
Sukeitę II eilutės langelius, gauname



Matome, kad dabar vienu ėjimu norimo paveikslėlio negauname; bet dviem ėjimais tai padaryti paprasta. Trečiu ėjimu keičiame III eilutės langelius:

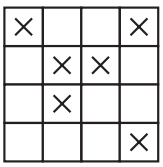


Ketvirtu ėjimu keičiame IV stulpelio langelius:



Renkamės atsakymą **D**.

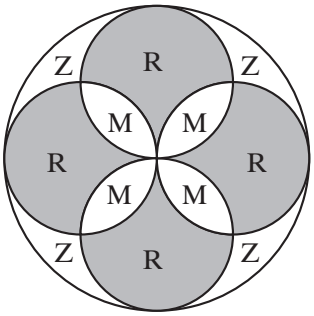
! Pažymėkime ženkleliu $\times$ langelius, kuriuose turi būti pakeista spalva:



Tokių langelių 6, o kadangi vienu ėjimu galima pakeisti daugiausiai dviejų langelių spalvą, tai ėjimų prireiks mažiausiai trijų. Bet pasirodo, kad 3 ėjimų neužtenka.
Tarkime priešingai — kad mums pavyko 3 ėjimais pakeisti visų pažymėtų langelių spalvą. Kadangi ėjimai tik 3, o spalvą vienu ėjimu galima pakeisti tik 2 langeliuose, tai kiekvienas langelis dalyvavo lygiai viename ėjime. Bet apatinis dešinysis langelis galėjo turėti bendrą ėjimą tik su viršutiniu dešiniuoju, o viršutinis kairysis — tik su viršutiniu dešiniuoju. Vadinasi, viršutinis dešinysis dalyvavo dviejuose ėjimuose — prieštara.
Taigi 3 ėjimų neužtenka. Kaip tai galime padaryti 4 ėjimais, jau matėme.
Teisingas atsakymas **D**.

S20. Ⓔ 400

! Sakykime, kad sričių, pažymėtų raidėmis R, M, Z, plotai lygūs R, M, Z. Tada keturių mažųjų skritulių plotas lygus $4(R+2M)$, o jų uždengiamas plotas lygus $4(R+2M)-4M$, kadangi mėlynosios sritys buvo įskaičiuotos po du kartus. Vadinasi, didžiojo skritulio plotas lygus $4R+4M+4Z$. Kita vertus, kadangi didžiojo skritulio spindulys dukart didesnis už mažojo, tai jo plotas lygus keturgubam mažojo skritulio plotui $4(R+2M)$. Todėl $4R+4M+42=4R+8M$, t. y. $M=Z$.
Vadinasi, žaliojo stiklo užimamas plotas lygus mėlynojo stiklo užimamam plotui.
Teisingas atsakymas **E**.



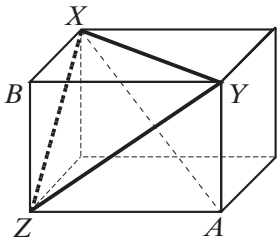
S21. Ⓐ $\frac{a}{b-1}$

? Imkime $a = b = 2$. Gauname skaičius 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{6}{7}$. Aišku, kad didžiausias iš šių skaičių yra 2. Renkamės atsakymą **A**.

! Duotuosius skaičius užrašykime taip: $\frac{a}{b-1}$, $\frac{a}{b+1}$, $\frac{a}{b+\frac{1}{2}}$, $\frac{a}{b-\frac{1}{2}}$, $\frac{a}{b+\frac{1}{3}}$. Didžiausias iš jų tas, kurio vardiklis mažiausias, t. y. $\frac{a}{b-1}$.
Teisingas atsakymas **A**.

!! Kai a ir b „dideli“, visi skaičiai apytiksliai lygūs $\frac{a}{b}$. Atėmę iš visų skaičių $\frac{a}{b}$, turime:
$\frac{a}{b-1} - \frac{a}{b} = \frac{a}{(b-1)b}$, $\frac{a}{b+1} - \frac{a}{b} = -\frac{a}{b(b+1)}$, $\frac{2a}{2b+1} - \frac{a}{b} = -\frac{a}{b(2b+1)}$,
$\frac{2a}{2b-1} - \frac{a}{b} = \frac{a}{b(2b-1)}$, $\frac{3a}{3b+1} - \frac{a}{b} = -\frac{a}{b(3b+1)}$.
Iš jų tik $\frac{a}{b(b-1)}$ ir $\frac{a}{b(2b-1)}$ teigiami, taigi didesni už $\frac{a}{b}$, o kiti — mažesni už $\frac{a}{b}$ ir pirmo jų vardiklis mažesnis.
Palyginti skaičius su $\frac{a}{b}$ galima ir kitaip:
$\frac{a}{b-1} > \frac{a}{b}$, $\frac{a}{b+1} < \frac{a}{b}$, $\frac{2a}{2b+4} < \frac{2a}{2b} = \frac{a}{b}$, $\frac{2a}{2b-1} > \frac{2a}{2b} = \frac{a}{b}$, $\frac{3a}{3b+1} < \frac{3a}{3b} = \frac{a}{b}$.
Taigi trys skaičiai mažesni už $\frac{a}{b}$, o du didesni, ir reikia palyginti $\frac{a}{b-1}$ ir $\frac{2a}{2b-1}$. Pirmas skaičius lygus $\frac{2a}{2b-2}$, ir kadangi jo vardiklis mažesnis, tai jis ir yra didžiausias.

S22. Ⓑ 10



! Pažymėkime priekinės sienos ketvirtą viršūnę raide B, o stačiakampio gretasienio matmenis $BX = a$, $BY = b$, $BZ = c$. Kadangi gretasienis stačiakampis, tai trikampiai BXY, BXZ ir BYZ statieji, ir visų jų stačiojo kampo viršūnė yra kampas B. Remiantis Pitagoro teorema $a^2 + b^2 = 64$, $a^2 + c^2 = 55$, $b^2 + c^2 = 81$.
Sudėję gauname $2(a^2 + b^2 + c^2) = 200$. Tai reiškia, kad $a^2 + b^2 + c^2 = 100$, t. y. stačiakampio gretasienio įstrižainė $XA = 10$.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Žinoma, galima ir nesiremti įstrižainės ilgio formule, o ją išsivesti. Trikampis XYA statusis, todėl $XA^2 = XY^2 + YA^2 = a^2 + b^2 + c^2$.
Taip pat sąlygoje galima nekonkretizuoti $\triangle XYZ$ kraštinių ilgių, o tik juos išvardyti: $8, 9, \sqrt{55}$.

S23. Ⓓ 3

? Pažymėkime tuos lyginius teigiamus sprendinius $2x$ ir $2y$. Tada pagal Vijeto teoremą $2x \cdot 2y = 80$. Randame 3 nesutvarkytas poras $(1, 20)$, $(2, 10)$, $4, 5$. Jos duoda tris $b = 2x + 2y$ reikšmes: $b = 42, 24, 18$.
Renkamės atsakymą **D**.

! Pagal Vijeto teoremą, jei $b^2 - 320 > 0$, tai
$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 80, \\ x_1 + x_2 = b. \end{cases}$$

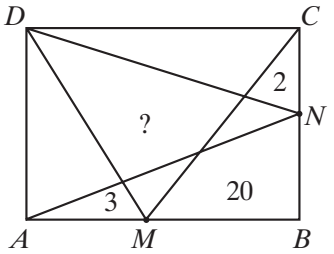
Kadangi pagal sąlygą x_1 ir x_2 lyginiai, o iš pirmos lygties $x_1x_2 = 2^4 \cdot 5$, tai į vieną iš šaknų daugiklis 5 neįeina, ir viena iš šaknų lygi 2^k, o kita $2^{4-k} \cdot 5$, kur k gali įgyti tik reikšmes $1, 2, 3$. Tada $b = 2^k + 2^{4-k} \cdot 5$ ir įgyja 3 skirtingas reikšmes $2^1 + 2^3 \cdot 5 = 42$, $2^2 + 2^2 \cdot 5 = 24$, $2^3 + 2^1 \cdot 5 = 18$. Kadangi su jomis diskriminantas $b^2 - 320$ teigiamas, tai pagal atvirkštinę Vijeto teoremą šaknys bus tokios, kaip nurodyta.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Nereikia manyti, kad būtina remtis Vijeto teorema.
Raskime visas reikšmes b, su kiekviena iš kurių lygtis $x^2 - bx + 80 = 0$ turi skirtingas lygines šaknis x_1 ir x_2. Sakykime, kad b yra tokia reikšmė. Tada $x_1^2 - bx_1 + 80 = 0$, $x_2^2 - bx_2 + 80 = 0$, ir atėmę turime $x_1^2 - x_2^2 - b(x_1 - x_2) = 0$, arba $(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - b) = 0$. Bet $x_1 \neq x_2$, todėl $x_1 + x_2 = b$. Įstatę b gauname $x_1^2 - (x_1 + x_2)x_1 + 80 = 0$, arba $x_1x_2 = 80$. Iš šios lygybės gauname lyginius natūraliuosius sprendinius $(x_1; x_2) = (2; 40)$, $(4; 20)$, $(8; 10)$. Tada $b = 42, 24, 18$. Įrodėme, kad jeigu b tenkina uždavinio sąlygą, tai b reikšmės gali būti tik tokios. Bet kiekviena iš lygčių
$x^2 - 42x + 80 = 0$, $x^2 - 24x + 80 = 0$, $x^2 - 18x + 80 = 0$
turi po du lyginius natūraliuosius sprendinius, nes jas galima perrašyti kaip
$(x - 2)(x - 40) = 0$, $(x - 4)(x - 20) = 0$, $(x - 8)(x - 10) = 0$. Vadinasi, iš tikrųjų tos trys b reikšmės tenkina sąlygą.

S24. Ⓒ 1365

! Sumą 13 duoda tik poros $1 + 12 = 2 + 11 = 3 + 10 = 4 + 9 = 5 + 8 = 6 + 7$. Vadinasi, tenkinantys sąlygą poaibiai suskyla į 6 grupes: 1) grupę, kurios kiekvieno poaibio mažiausias elementas 1, didžiausias 2; 2) mažiausias 2, didžiausias 11; 3) mažiausias 3, didžiausias 10; 4) mažiausias 4, didžiausias 9; 5) mažiausias 5, didžiausias 8; 6) mažiausias 6, didžiausias 7.
1) grupėje prie elementų 1 ir 12 galima prijungti bet kuriuos 10-elementės aibės $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ poaibius, o jų (įskaitant ir tuščiąjį) pagal sandaugos taisyklę yra 2^{10} (kiekvieną elementą galima į poaibį imti arba neimti). Taigi 1) grupėje yra 2^{10} poaibių.
2) grupėje prie elementų 2 ir 11 galima prijungti bet kurį 8-elementės aibės $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ poaibį, o jų yra 2^8.
3) grupėje prie elementų 3 ir 10 galima prijungti kiekvieną 6-elementės aibės $\{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ poaibį — turime 2^6 poaibių.
Analogiškai 4) grupėje turime 2^4 poaibių, 5) grupėje 2^2 poaibių. Pagaliau 6) grupėje atsiduria vienintelis poaibis $\{6, 7\}$.
Taigi iš viso sąlygą tenkina
$2^{10} + 2^8 + 2^6 + 2^4 + 2^2 + 2^0 = \frac{2^{12}-1}{3} = \frac{(2^6-1)(2^6+1)}{3} = \frac{63 \cdot 65}{3} = 1365$
poaibiai.
Teisingas atsakymas **C**.

S25. Ⓒ 25



! Kadangi tiek $\triangle DMC$, tiek $\triangle DNA$ plotas lygus pusei stačiakampio $ABCD$ ploto, tai
$S_{ABCD} = S_{\triangle DMC} + S_{\triangle DNA}$.

Į stačiakampio $ABCD$ plotą dešinėje keturkampio plotas, pažymėtas klaustuku, įskaitytas 2 kartus, o plotai 2, 3, 20 neįskaityti nė karto. Tai reiškia, kad $? = 2 + 3 + 20 = 25$.
Teisingas atsakymas **C**.

S26. Ⓔ 22

! Visiškai aišku, kad jeigu Ona visose kortelėse parašo raidę A, tai 5 kortelėse bus raidės A ir A, o kitose penkiose — A ir B. Žinoma, norėdama teatspėti bent 4 raides, ji gali įrašyti devyniose kortelėse A, o vienoje — B. Kadangi kortelės išrikiuotos į eilę, tai raidę B ji gali parašyti arba I, arba II, ..., arba x kortelėje — 10 būdų. Turime jau 11 būdų. Bet lygiai taip pat sėkmingai ji gali rašyti visose arba devyniose kortelėse raidę B. Taigi jau turime 22 būdus.
Aišku, kad kitaip užpildžius korteles, Ona negali būti garantuota dėl 4 „gerų“ kortelių.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Praktiškai tai galėtų reikšti štai ką. Įsivaizduokime, kad Sakykime, kad jums siūlo laikyti suachilių kalbos (apie kurią jūs ne ką tegirdėjote) egzaminą. Egzamino teste yra 10 klausimų, kiekviename iš kurių yra 2 atsakymai — „taip“ ir „ne“. Jeigu jums užtenka teisingai atsakyti į 5 klausimus, jūs net neperskaitę klausimų galite bandyti į visus atsakyti vienodai: juk dėstytojas greičiausiai pasirūpino, kad iš teisingų atsakymų 5 yra „taip“ ir 5 — „ne“. Beje, būtent testų terminais ir buvo suformuluotas pirminis šio uždavinio variantas, bet klausimas „Kiek egzistuoja tokių testų?“ mums pasirodė sunkiai suvokiamas.

S27. Ⓑ 219

? Tikrinkime atsakymą **A**. Jeigu Inga būtų išbraukusi 218, tai 10 paeiliui einančių skaičių suma būtų lygi $2006 + 218$, $n + (n + 1) + \cdots + (n + 9) = 2224$, $10n + 45 = 2224$. Bet dešinė pusė nesidalija iš 5.
Tikrinkime **B**, tada $10n + 45 = 2225$, $10n = 2180$, $n = 218$. Skaičių dešimtukas būtų 218, 219, 220, ..., 227, jų suma 2225, o išbraukti reikėtų $2225 - 2006 = 219$.
Renkamės atsakymą **B**.

?? Devynių skaičių suma lygi 2006, taigi jų vidurkis maždaug 223. Artimiausias atskymas jam yra 225. Bandykime — sakykime, kad Inga išbraukė 225, o kiti skaičiai yra $225 + 1$, $225 - 1$, $225 + 2$, $225 - 2$, $225 + 3$, $225 - 3$, $225 + 4$, $225 - 4$, $225 - 5$. Tada devynių likusių skaičių suma būtų $9 \cdot 225 - 5 = 2020$, o visų dešimties — 2245. Sumažinus visus 10 skaičių devejetu, suma bus lygi 2225. Dabar jau aišku, kad galima imti skaičius $225 - 7$, $225 - 6$, ..., 225, $225 + 1$, $225 + 2$ ir išbraukti skaičių $225 - 6 = 219$.
Renkamės atsakymą **B**.

! Sprendimas mažai skiriasi nuo spėjimo. Jeigu skaičiai buvo $n, n+1, \ldots, n+9$, tai išbrauktas buvo $n + k$ $(0 \leqslant k \leqslant 9)$. Pagal sąlygą $10n + 45 - (n + k) = 2006$, $9n = 1961 + k$. Dešinė lygybės pusė dalijasi iš 9 tik kai $k = 1$, o tada $n = 218$. Vadinasi, Inga išbraukė skaičių $n + k = 218 + 1 = 219$.
Teisingas atsakymas **B**.

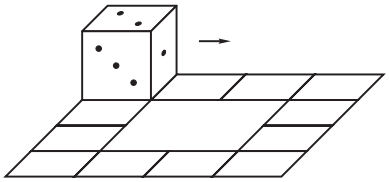
!! Mums visuomet turi rūpėti klausimas: o gal yra ir kitų sprendinių (kurie, gal būt, net nenurodyti atsakymuose). Taigi pasižymėkime 10 paeiliui einančių natūraliųjų skaičių $x - 4$, $x - 3$, $x - 2$, $x - 1$, x, $x + 1$, $x + 2$, $x + 3$, $x + 4$, $x + 5$. Jų suma lygi $10x + 5$. Išbraukus didžiausią skaičių ji taps $9x$, o išbraukus mažiausią — taps $9x + 9$. Vadinasi, devynių skaičių suma $S = 2006$ tenkina nelygybes $9x \leqslant 2006 \leqslant 9x + 9$, todėl $x \leqslant 222 + \frac{6}{9} \leqslant x + 1$, ir tinka tik natūralusis $x = 222$. Kadangi 10 skaičių suma lygi $10x + 5 = 2225$, o išbraukę gauname 2006, tai išbraukti reikia 219.
Teisingas atsakymas 27.

S28. Ⓐ $3 \cdot 2^5$

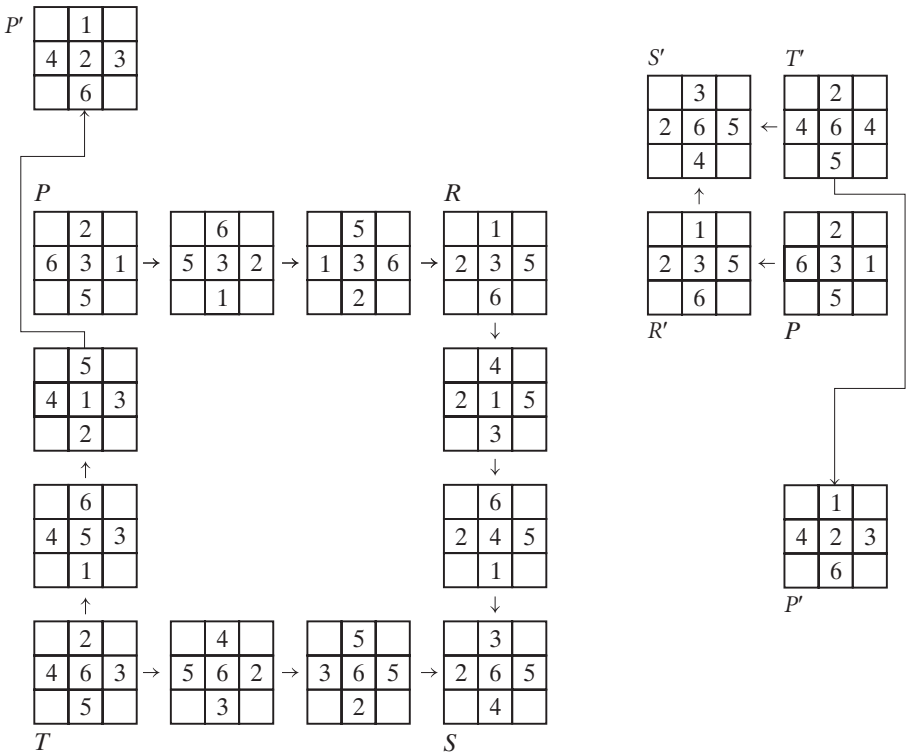
Žr. uždavinio B30 sprendimą.

S29. Ⓒ 3

? Turint trintuką ar kokį kitą stačiakampio gretasienio formos daiktą ir sužymėjus jo sienas, nesunku įsitikinti, kad pradinė padėtis susidaro po 3 ratų (ratas — 3 vertimai į dešinę, 3 — žemyn, 3 — į kairę, 3 — aukštyn).
Teisingas atsakymas **C**.



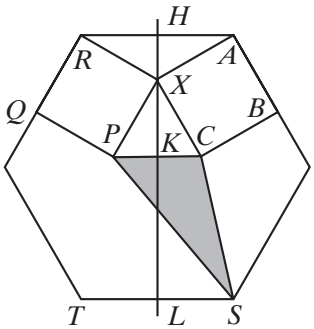
! Sužymėkime (dabar jau virtualiai) kubelio sienas. Sieną su vienu tašku žymėkime 1, jai priešingą sieną — 6 (jei kubelis padarytas teisingai, joje šeši taškai, bet tai net nesvarbu), sieną su dviem taškais — 2, jai priešingą — 5, sieną su trimis taškais — 3, jai priešingą — 4. Pradinę kubelio padėtį žymėkime kaip pavaizduota kvadrate P (taip kubelį matome iš priekio, o ne iš viršaus). Viršuje 2 čia nurodo viršutinę sieną, apatinis skaičius — apatinę sieną, kairysis — kairiąją, dešinysis — dešiniąją, centrinis skaičius — priekinę sieną (užpakalinė siena lieka nepažymėta, bet ir taip aišku, kokia ji). Po pirmo žingsnio viršutinė siena taps dešiniąja, dešinioji — apatine, o priekinė (ir užpakalinė) siena nesikeičia — žr. atitinkamą langelį. Dabar sužymime visas kubelio padėtis apeinant kelią vieną kartą — galutinė padėtis pavaizduota kvadratu P'.
Palyginę su pradine padėtimi, matome, kad skaičiai 1, 2, 3 pasisuko per vieną prieš laikrodžio rodyklę. Vadinasi, apėjus kubeliui dar du ratus, jie vėl užims pradinę padėtį, o tada pradinę padėtį užims ir visos sienos.
Beje, iš kairiojo paveikslėlio matome, kad skaičiai 1, 2, 3 į jų vietas (nebūtinai kiekvienas į savo) pirmą kartą grįžta po 12 ėjimų. Vadinasi, 36 ėjimai pagal laikrodžio rodyklę nurodytu keliu yra mažiausias ėjimų skaičius kubeliui sugrįžti į pradinę padėtį.
Teisingas atsakymas **C**.



!! Jeigu kubelį į dešinę verstume ne 3, o 4 kartus, vėl gautume pradinę padėtį. Tai reiškia, kad kubelio padėtis po 3 ėjimų į dešinę yra ta pati, kaip ir po 1 ėjimo į kairę. Taigi 12 ėjimų kelią pagal laikrodžio rodyklę galima pakeisti 4 ėjimų keliu prieš laikrodžio rodyklę (žr. dešinį paveikslėlį), ir rašymo žymiai mažiau.

S30. Ⓐ $\frac{5-\sqrt{3}}{4}$

? Pabandykime paaiškinti, kaip galima „greitai“ gauti atsakymą. Pasukime brėžinį, kad AR eitų horizontaliai, ir per X brėžkime statmenį $HXKL$ kraštinėms AR ir ST. Matome, kad tas statmuo yra simetrijos ašis, ir $\triangle PCS$ aukštinė iš S lygi KL. Dabar skaičiuoti viską paprasta.
$\angle XRA = \angle RAX = 30^\circ$, $\angle RXA = 120^\circ$, $\angle PXC = 360^\circ - 2 \cdot 90^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, $\triangle PXC$ lygiakraštis, $XC = XA = HA : \cos 30^\circ = (\sqrt{3}/2) : (\sqrt{3}/2) = 1$.
$LH^2 = SA^2 = SR^2 - RA^2 = 12 - 3 = 9$, $LH = 3$, $KL = HL - HX - XK = 3 - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5-\sqrt{3}}{2}$.
Taigi ieškomas plotas lygus $\frac{1}{2} PC \cdot KL = \frac{5-\sqrt{3}}{4}$.
Renkamės atsakymą **A**.

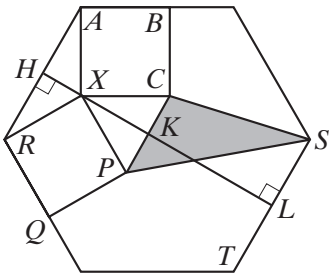


?? Apskaičiuokime siūlomus atsakymus 0,1 tikslumu:

A $\frac{5-1{,}7\ldots}{4} \approx 0{,}8$; **B** $\frac{1+1{,}7\ldots}{2} \approx 1{,}4$; **C** $\frac{1{,}7\ldots}{4} \approx 0{,}4$; **D** $\frac{2-1{,}7\ldots}{4} \approx 0{,}1$;
E $\frac{2+1{,}7\ldots}{4} \approx 0{,}9$.

Trikampis PCS turi bendrą pagrindą su $\triangle PCX$, o jo „aukštis“ vizualiai maždaug dukart didesnis. Vadinasi, $\triangle PCS$ plotas apytiksliai lygus $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2 = \sqrt{0{,}75} < 0{,}9$.
Renkamės atsakymą **A**.

! Taisyklingojo šešiakampio kampai lygūs 120°. Todėl $\angle RAX = \angle XRA = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$. Vadinasi, $\triangle RXA$ lygiašonis, $XR = XA = \frac{\sqrt{3}}{2} : \cos 30^\circ = 1$. Todėl $XC = XP = 1$, $\triangle PXC$ lygiašonis, $\angle CXP = 360^\circ - 120^\circ - 2 \cdot 90^\circ = 60^\circ$, taigi $\triangle PXC$ lygiakraštis, $PC = 1$.



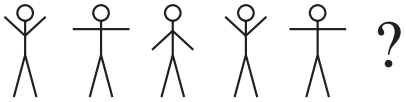
Liko apskaičiuoti $\triangle PCS$ aukštinės iš S į pagrindą PC (ar į jo tęsinį) ilgį. Per tašką X veskime bendrą statmenį HL šešiakampio kraštinėms AR ir ST. Jis kerta CP taške K statmenai (nes $\triangle CXK = \triangle PXK$, kadangi $\angle CXK = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$). Vadinasi $CP \parallel ST$, ir $\triangle CPS$ aukštinė iš S lygi $KL = HL - XH - XK = AS - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$. Bet $AS = 3$ (kad ir pagal kosinusų teoremą: $AS^2 = \sqrt{3^2} + \sqrt{3^2} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cos 120^\circ = 9$), todėl $KL = \frac{5-\sqrt{3}}{2}$. Taigi užtušuoto $\triangle CPS$ plotas lygus $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{5-\sqrt{3}}{2} = \frac{5-\sqrt{3}}{4}$.
Teisingas atsakymas **A**.

Задания конкурса Кенгуру 2006

МАЛЫШ (3 и 4 классы)

ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 3 ОЧКА

M1. Бетти рисует 3 разные фигурки, чередуя их по одному и тому же правилу. Она нарисовала 5 фигурок (см. рис. справа). Какой будет следующая фигурка?

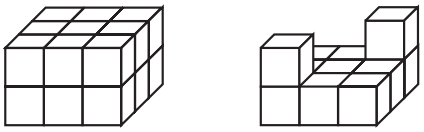


A **B** **C** **D** **E**

M2. Чему равно значение выражения $2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 6 + 2006$?

A 0 **B** 2006 **C** 2014 **D** 2018 **E** 4012

M3. На сколько кубиков меньше на правом рисунке, чем на левом?
A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 9



M4. Вчера у Кати был день рождения. Завтра будет четверг. В какой день на этой неделе был Катин день рождения?

A Во вторник **B** В среду **C** В четверг **D** В субботу **E** В понедельник

M5. Иван играл в дартс. Сначала у него было 10 дротиков. Во время игры за каждое попадание в центр мишени он получал дополнительно еще по 2 дротика. После того как Иван сделал 20 бросков, у него не осталось ни одного дротика. Сколько раз он попал в центр мишени?

A 6 **B** 8 **C** 10 **D** 5 **E** 4

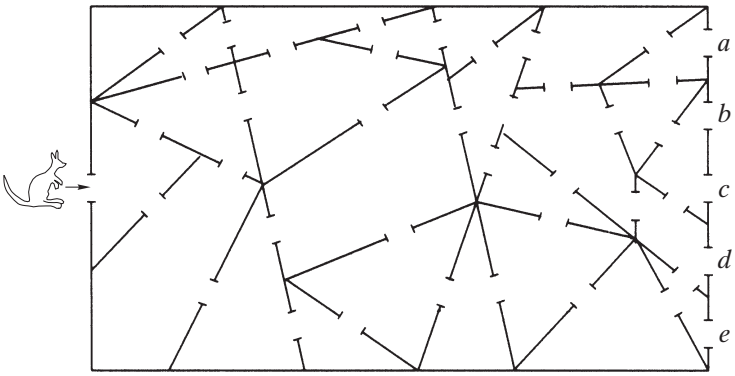
M6. За квадратным столом могут сидеть только 4 человека (по одному с каждой стороны). На школьном вечере 7 таких столов были составлены в ряд так, что получился один длинный прямоугольный стол. Какое наибольшее число школьников может сесть за этот длинный стол?

A 14 **B** 16 **C** 21 **D** 24 **E** 28

M7. У Стаса три монеты: 5 литов, 2 лита и 1 лит. Какую из следующих сумм в литах Стас не может собрать?

A 3 **B** 4 **C** 6 **D** 7 **E** 8

M8. Кенгуру вошел в здание через дверь слева и покинул его через какую-то из дверей справа. Определите, какая это была дверь, если известно, что кенгуру проходил только через треугольные комнаты.



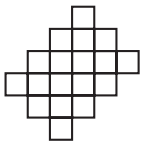
A *a* **B** *b* **C** *c* **D** *d* **E** *e*

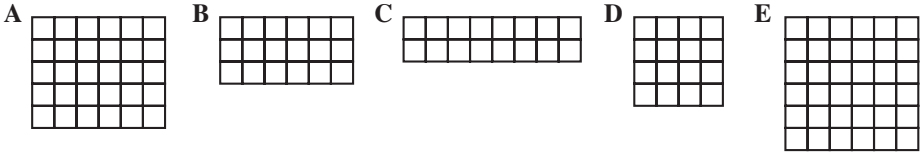
ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 4 ОЧКА

M9. Дома, находящиеся на одной стороне улицы Главная, имеют нечетные номера 1, 3, 5, ..., 19, а на другой стороне – четные номера 2, 4, 6, ..., 14. Сколько всего домов на улице Главная?

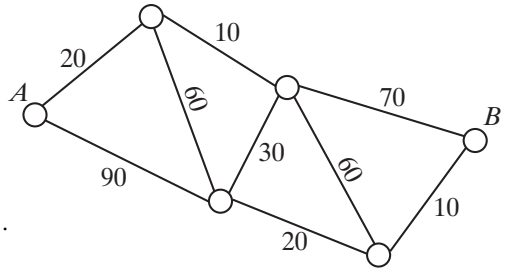
A 8 **B** 16 **C** 17 **D** 18 **E** 33

M10. Из какого из указанных ниже прямоугольников можно вырезать клетчатую фигуру на рисунке справа?



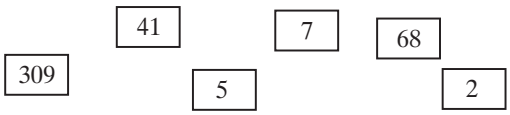


M11. Числа на рисунке справа указывают стоимости автобусных билетов между соответствующими городами. Петя хочет проехать из пункта *A* в пункт *B*. За какую наименьшую сумму денег он может это сделать?



A 90 **B** 100 **C** 110 **D** 180 **E** 200

M12. На карточках записано шесть чисел. Какое наименьшее десятизначное число можно получить, расположив все эти карточки друг за другом в ряд?

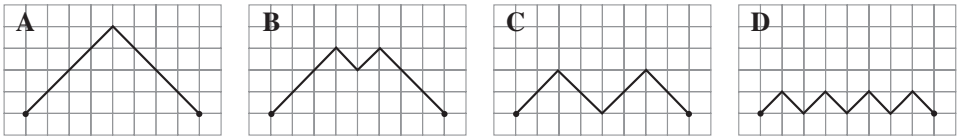


A 1234567890 **B** 1023456789 **C** 3097568241 **D** 2309415687 **E** 2309415678

M13. Шесть гирь весом 1 г, 2 г, 3 г, 4 г, 5 г и 6 г поместили в три коробки – по две гири в каждую. Гири в первой коробке весят 9 г, во второй – 8 г. Какие гири оказались в третьей коробке?

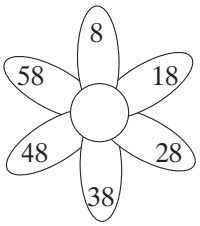
A 5 г и 2 г **B** 6 г и 1 г **C** 3 г и 1 г **D** 4 г и 2 г **E** 4 г и 3 г

M14. На следующих рисунках показаны 4 маршрута между двумя отмеченными точками. Какой из них короче?



E Длины маршрутов **A** – **D** равны

M15. На рисунке справа показан числовой цветок. Маша оторвала все лепестки с числами, которые при делении на 6 дают в остатке 2. Чему равна сумма чисел на оторванных лепестках?



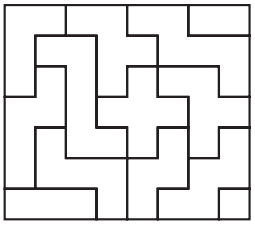
A 46 **B** 66 **C** 84 **D** 86 **E** 114

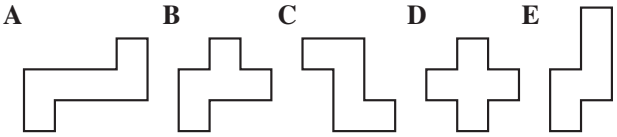
M16. Четыре вороны Дана, Хана, Лена и Здена сидят на заборе. Дана сидит ровно посередине межу Ханой и Леной. Расстояние между Ханой и Даной такое же, как между Леной и Зденой. Дана сидит на расстоянии четырех метров от Здены. Какое расстояние между Ханой и Зденой?

A 5 м **B** 6 м **C** 7 м **D** 8 м **E** 9 м

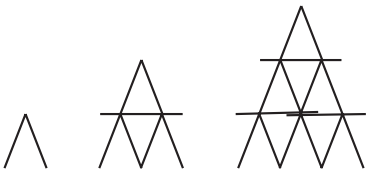
ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 5 ОЧКОВ

M17. Из некоторого набора фигурок, которые можно как угодно поворачивать, но нельзя переворачивать, собрали прямоугольник на рисунке справа. Какая из следующих фигурок не была использована в этой конструкции?



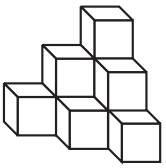


M18. Джон строит домики из карт. На рисунке показаны 1-этажный, 2-этажный и 3-этажный домики (из 2, 7 и 15 карт соответственно). Сколько карт понадобится Джону, чтобы построить такой же 4-этажный домик?



A 23 **B** 24 **C** 25 **D** 26 **E** 27

M19. Фигура, показанная на рисунке, склеена из 10 одинаковых кубиков. Роман окрасил всю поверхность этой фигуры (включая низ). Сколько граней кубиков оказалось окрашено?



A 18 **B** 24 **C** 30 **D** 36 **E** 42

M20. Ира, Аня, Катя, Оля и Лена живут в одном доме: две девочки живут на первом этаже, а три – на втором. Оля живет не на том же этаже, на котором живут Катя и Лена, а Аня живет не на том этаже, на котором живут Ира и Катя. Кто из девочек живет на первом этаже?

A Катя и Лена **B** Ира и Лена **C** Ира и Оля **D** Ира и Катя **E** Аня и Оля

M21. В выражении 2006 $*$ 2005 $*$ 2004 $*$ 2003 $*$ 2002 каждый символ «$*$» заменяется знаком «+» или «−». Какой из следующих результатов нельзя получить после таких замен и соответствующих вычислений?

A 2004 **B** 2005 **C** 2006 **D** 2008 **E** 2010

M22. Если в некотором году в марте было пять понедельников, то в этом месяце не могло быть пяти

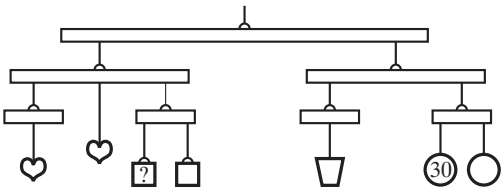
A суббот **B** воскресений **C** вторников **D** сред **E** четвергов

M23. В каждую из девяти клеток квадрата на рисунке справа нужно вписать одно из чисел 1, 2 или 3 так, чтобы в каждой строчке и каждом столбце этого квадрата все числа были различны. В левую верхнюю клетку уже вписали число 1. Сколько всего различных квадратов можно получить, продолжив заполнение?

1		

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 8

M24. Все изображенные весы находятся в равновесии, а предметы одинаковой формы весят одинаково. Кружочек весит 30 граммов. Сколько весит квадратик?



A 10 **B** 20 **C** 30 **D** 40 **E** 50

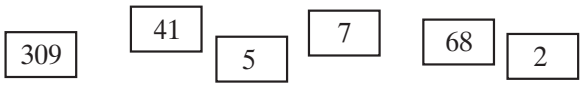
БАЛОВНИК (5 и 6 классы)

ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 3 ОЧКА

Б1. Дано: $3 \cdot 2006 = 2005 + 2007 + a$. Найдите a.

A 2005 **B** 2006 **C** 2007 **D** 2008 **E** 2009

Б2. Шесть чисел написано на карточках. Какое наибольшее десятизначное число можно получить, расположив все эти карточки друг за другом в ряд?



A 9 876 543 210 **B** 4 130 975 682 **C** 3 097 568 241 **D** 7 903 684 152 **E** 7 685 413 092

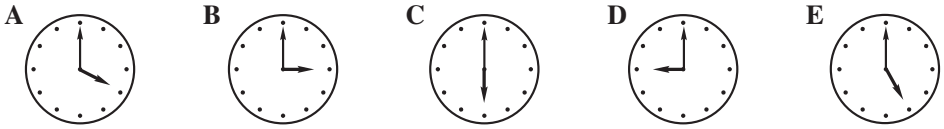
Б3. За квадратным столом могут сидеть только 4 человека (по одному с каждой стороны). На школьном вечере 10 таких столов были поставлены друг за другом в один ряд так, что получился один длинный прямоугольный стол. Какое наибольшее число школьников могут сесть за этот длинный стол?

A 40 **B** 32 **C** 30 **D** 22 **E** 20

Б4. В магазине мяч и гиря стоят 90 Lt, а 3 мяча и 2 гири – 240 Lt. Сколько литов стоит один мяч?

A 130 **B** 60 **C** 50 **D** 40 **E** 30

Б5. Выберите рисунок, на котором угол между стрелками часов равен 150°.

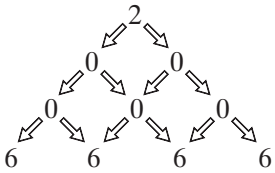


Б6. Дома, находящиеся на одной стороне улицы Главная, имеют нечетные номера от 1 до 39, а на другой стороне – четные номера от 2 до 34. Сколько всего домов на улице Главная?

A 37 **B** 38 **C** 28 **D** 36 **E** 73

Б7. Сколько всего существует способов получить число 2006, перемещаясь от цифры 2 по стрелкам?

A 12 **B** 11 **C** 10 **D** 8 **E** 6

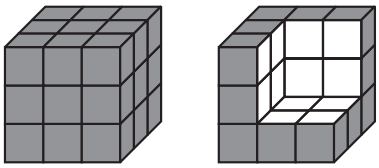


Б8. Половина от одной сотой равна

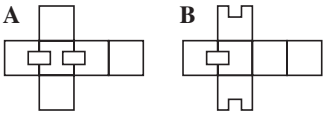
A 0,005 **B** 0,002 **C** 0,05 **D** 0,02 **E** 0,5

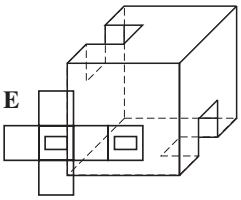
Б9. На окраску поверхности куба, составленного из меньших кубиков, ушло 9 кг краски. Сколько килограммов краски необходимо для окраски белой поверхности, изображенной на правом рисунке, которая образовалась после того, как из куба вынули несколько кубиков?

A 2 **B** 3 **C** 4,5 **D** 6 **E** 7



Б10. Куб (с отверстиями) на рисунке справа имеет следующую развертку:

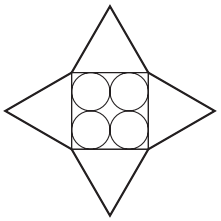




ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 4 ОЧКА

Б11. Четырехконечная звезда на рисунке справа получена присоединением к квадрату четырех равносторонних треугольников. В квадрат вписаны четыре окружности радиусом 5 см. Найдите периметр этой звезды (в сантиметрах).

A 40 **B** 80 **C** 120 **D** 160 **E** 240

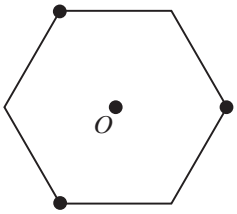


Б12. Чему равна разность между суммой тысячи первых четных натуральных чисел и суммой тысячи первых нечетных натуральных чисел?

A 1 **B** 1002 **C** 500 **D** 1000 **E** 2000

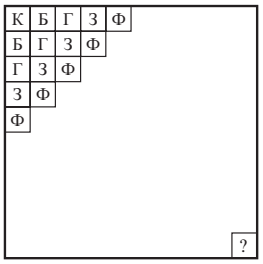
Б13. Лист бумаги в форме правильного шестиугольника перегнули 3 раза вдоль прямых так, чтобы после каждого перегибания одна из трех отмеченных вершин шестиугольника оказалась в центре O. Какая фигура при этом получилась?

A Шестиконечная звезда **B** Двенадцатиугольник
C Шестиугольник **D** Квадрат **E** Треугольник

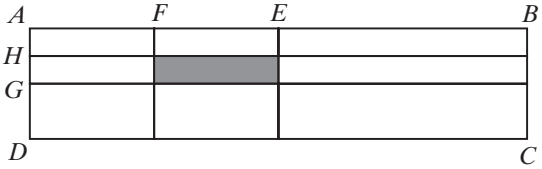


Б14. Квадрат 10×10 состоит из 100 клеток, которые окрашены по диагоналям последовательно в красный, белый, голубой, зеленый, фиолетовый, красный, белый, голубой, ... цвет (см. рис.). В какой цвет окрашена клетка в нижнем правом углу квадрата?

A Красный **B** Белый **C** Голубой **D** Зеленый
E Фиолетовый



Б15. В прямоугольнике $ABCD$ (см. рис.) $AB = 4$ м, $BC = 1$ м. Точка E – середина AB, точка F – середина AE, точка G – середина AD и точка H – середина AG. Какова площадь закрашенного прямоугольника?



A $\frac{1}{4}$ м^2 **B** 1 м^2 **C** $\frac{1}{8}$ м^2
D $\frac{1}{2}$ м^2 **E** $\frac{1}{16}$ м^2

Б16. Чему равен результат указанных действий?

A 111 111 111 **B** 1 010 101 010 **C** 100 000 000
D 999 999 999 **E** 1 000 000 000

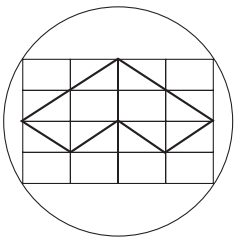
$$
\begin{array}{rrrrrrrrrr}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & & & & & & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & & & & & & 1 & 1 \\
- & & & & & & & & & 1 \\
\hline
\end{array}
$$

Б17. Сколько всего существует различных кубов, у которых 3 грани окрашены в синий цвет, а остальные 3 грани – в красный?

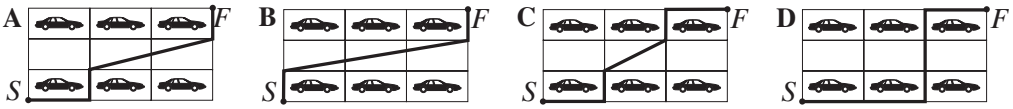
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

Б18. В круг диаметром 10 см вписан прямоугольник, который разбит на 16 равных прямоугольников. Чему равен периметр выделенного жирной линией шестиугольника (см. рис.)?

A 8 см **B** 16 см **C** 20 см **D** 25 см **E** 30 см



Б19. На стоянке расположены шесть автомобилей. Вам надо пройти из точки S в точку F. Который из приведенных на рисунках путей является кратчайшим?



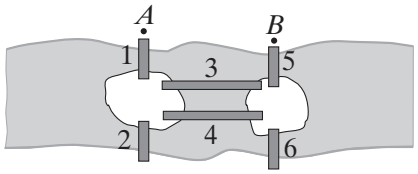
E Все указанные пути равны

Б20. На отрезке OE длиной 2006 см отмечены точки A, B и C так, что $OA = BE = 1111$ см, длина отрезка OC составляет 70% от длины OE. Определите, в каком порядке расположены точки A, B и C, идя по отрезку от O к E.
A A, B, C **B** A, C, B **C** C, B, A **D** B, C, A **E** B, A, C

ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 5 ОЧКОВ

Б21. Веревка длиной 15 дм была разрезана на наибольшее число кусков так, что все куски имели разные длины, причем длина каждого куска выражалась целым числом дециметров. Сколько раз пришлось перерезать веревку?
A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 15

Б22. На реке, протекающей через город, имеется два острова и 6 мостов (см. рис.). Надо из точки A попасть в точку B, пройдя все мосты (начиная с первого), причем каждый только по одному разу. Сколькими разными способами это можно сделать?

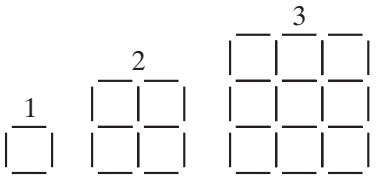


A 0 **B** 2 **C** 4 **D** 6 **E** Более 6

Б23. Каким из следующих трех чисел соответствуют три точки на числовой прямой, такие, что одна из точек находится на одинаковом расстоянии от двух других?
A $\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}$ **B** 12; 21; 32 **C** 0,3; 0,7; 1,3 **D** $\frac{1}{10}; \frac{9}{80}; \frac{1}{8}$ **E** 24; 48; 64

Б24. Аня подсчитала сумму наибольшего и наименьшего из двузначных чисел, которые делятся на 3, а Боря – сумму наибольшего и наименьшего из двузначных чисел, которые не делятся на 3. На сколько сумма, полученная Аней, больше суммы, которую получил Боря?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

Б25. Витя строит квадраты из спичек (см. рис.). На сколько спичек больше потрубуется Вите для построения 31-ой фигуры, чем для 30-ой?
A 148 **B** 61 **C** 254 **D** 120 **E** 124



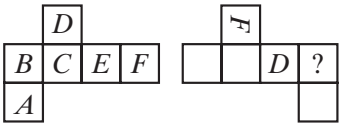
Б26. На доску выписаны все натуральные числа от 1 до 2006. Ваня подчеркнул все четные числа, Адам – все числа, кратные 3, Петя подчеркнул все числа, кратные 4. Сколько чисел подчеркнуто ровно два раза?
A 1003 **B** 668 **C** 501 **D** 334 **E** 167

Б27. Какое наименьшее число точек на рисунке справа нужно стереть, чтобы никакие три из оставшихся точек не являлись вершинами равностороннего треугольника?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

Б28. Три друга – Алик, Толя и Паша во время зимних каникул 15 раз ходили в плавательный бассейн. Алик за все три билета платил 8 раз, Толя – 7 раз. Паша друзьям вернул долг за билеты – 30 литов. Как должны Алик и Толя разделить эти деньги, чтобы каждый из трех друзей потратил одинаковую сумму денег?

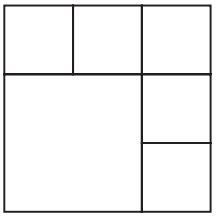
A 22 Lt и 8 Lt **B** 20 Lt и 10 Lt **C** 15 Lt и 15 Lt **D** 16 Lt и 14 Lt
E 18 Lt и 12 Lt

Б29. На каждой грани куба написано по букве. На рисунке изображены две развертки этого куба. На второй развертке оставлены только две буквы, а остальные – стерты. Какая бука стояла на грани, отмеченной вопросительным знаком?



A *A* **B** *B* **C** *C* **D** *E* **E** Невозможно определить

Б30. Сколько всего существует различных способов вписать по одному из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6 в квадраты на рисунке справа (в разные квадраты – разные числа) так, чтобы никакая разность между числами в соседних по стороне квадратах не равнялась 3?



A $3 \cdot 2^5$ **B** 3^6 **C** 6^3 **D** $2 \cdot 3^5$ **E** $3 \cdot 5^2$

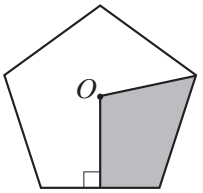
КАДЕТ (7 и 8 классы)

ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 3 ОЧКА

К1. Конкурс «Кенгуру» в Европе проходит ежегодно с 1991 года. Каким по счету является этот конкурс 2006 года?
A 15-ым **B** 16-ым **C** 17-ым **D** 13-ым **E** 14-ым

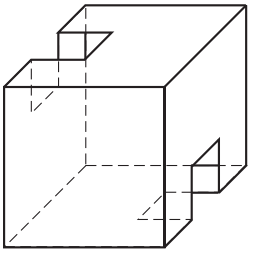
К2. Значение выражения $20 \cdot (0 + 6) - (20 \cdot 0) + 6$ равно
A 0 **B** 106 **C** 114 **D** 126 **E** 12

К3. Точка O – центр правильного пятиугольника (см. рис.). Какая часть этого прямоугольника окрашена?
A 10% **B** 20% **C** 25% **D** 30% **E** 40%

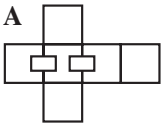


К4. Однажды бабушка сказала своим внукам: «Если я испеку каждому из вас по 2 пирожка, то у меня еще останется теста ровно на 3 пирожка. Мне хотелось бы испечь каждому по 3 пирожка, но тогда у меня не хватит теста ровно на 2 пирожка». Сколько внуков у бабушки?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

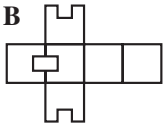
К5. Куб (с отверстиями) на рисунке справа имеет следующую развертку



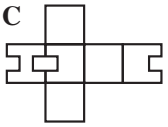
A



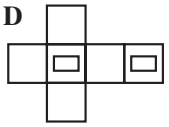
B



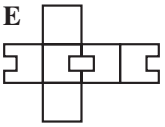
C



D

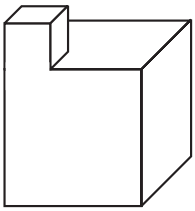


E



К6. В ходе опроса 2006 школьников выяснилось, что 1500 из них участвовали в конкурсе «Кенгуру» и 1200 – в конкурсе «Бобр». Сколько из опрошенных школьников участвовало в обоих этих конкурсах, если оказалось, что ровно 6 из них не участвовало ни в одном конкурсе?
A 300 **B** 500 **C** 600 **D** 700 **E** 1000

К7. К верхней грани куба с ребром 3 см приклеили кубик с ребром 1 см. Какую площадь имеет поверхность полученного тела?
A 56 см^2 **B** 58 см^2 **C** 59 см^2 **D** 60 см^2 **E** 64 см^2



К8. Бутылка вместимостью $\frac{1}{3}$ литра на $\frac{3}{4}$ наполнена водой. Сколько воды останется в бутылке, если из нее вылить $\frac{1}{5}$ литра?
A $\frac{1}{20}$ литра **B** $\frac{3}{40}$ литра **C** 0,13 литра **D** $\frac{1}{8}$ литра **E** Бутылка станет пустой

К9. Две стороны треугольника равны по 7 см, а третья сторона равна целому числу сантиметров. Какой наибольший периметр может быть у такого треугольника?
A 14 см **B** 15 см **C** 21 см **D** 27 см **E** 28 см

К10. Веревка длиной 21 дм был разрезана на наибольшее число кусков так, что все куски имели разные длины, причем длина каждого куска выражалась целым числом дециметров. Сколько раз пришлось перерезать веревку?
A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 20

ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 4 ОЧКА

К11. «Если он синий, то это – круг». «Если это – квадрат, то он красный». «Он либо синий, либо желтый». «Если он желтый, то это – квадрат». «Это либо квадрат, либо круг». Какой вывод следует из этих высказываний, если все они верны?
A Он красный.
B Это – красный круг.
C Это – синий квадрат
D Это – синий круг.
E Это – желтый круг.

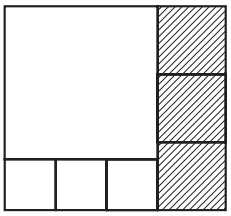
К12. Три вторника в месяце выпали на четные числа. Каким днем недели было 21-ое число этого месяца?
A Среда **B** Четверг **C** Пятница **D** Суббота **E** Воскресенье

К13. Дима, Гена и Женя решили купить палатку. Дима внес 60% стоимости палатки. Гена дал 40% от оставшейся части. Женя добавил недостающие 30 литов. Сколько литов стоила палатка?
A 50 **B** 60 **C** 125 **D** 150 **E** 200

К14. На космическом корабле летят несколько инопланетян. Каждый из них имеет зеленый, желтый или синий цвет. У зеленых инопланетян на голове 2 антенны, у желтых – 3, а у синих – 5. Зеленых инопланетян на корабле столько же, сколько и желтых, а синих – на 10 больше, чем зеленых. Всего у них 250 антенн. Сколько синих инопланетян на этом корабле?
A 15 **B** 20 **C** 25 **D** 30 **E** 40

К15. Если кенгуру Джампи отталкивается левой ногой, то прыгает на 2 метра, если правой – на 4 метра, а если обеими ногами – на 7 метров. Какое наименьшее число прыжков необходимо совершить Джампи, чтобы покрыть расстояние ровно в 1000 метров?
A 140 **B** 144 **C** 175 **D** 176 **E** 150

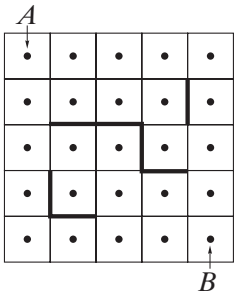
К16. Прямоугольник разбит на 7 квадратов (см. рис.). Сторона каждого заштрихованного квадрата равна 8. Чему равна сторона большого белого квадрата?
A 16 **B** 18 **C** 20 **D** 24 **E** 30



К17. Квадрат какого числа больше самого числа на 500%?
A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 10

К18. Сколько равнобедренных треугольников с площадью 1 имеют сторону длиной 2?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

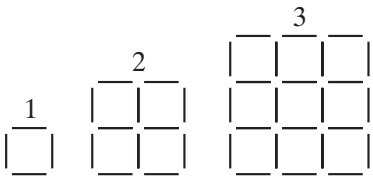
К19. Максим нарисовал на клетчатой бумаге квадрат 5×5 и отметил в нем центры всех клеток (см. рис.). Затем он нарисовал «стены» (жирные линии). Сколько существует кратчайших путей от центра *A* левой верхней клетки до центра *B* нижней правой клетки, которые проходят только вертикально или горизонтально через центры клеток и не пересекают стены?
A 6 **B** 8 **C** 9 **D** 11 **E** 12



К20. Трехзначное число заканчивается цифрой 2. Если это цифру переставить в начало, то число уменьшится на 36. Найдите сумму цифр этого числа.
A 4 **B** 10 **C** 7 **D** 9 **E** 5

ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 5 ОЧКОВ

К21. Витя строит квадраты из спичек (см. рис.). На сколько спичек больше потребуется Вите для построения 31-ой фигуры, чем для 30-ой?
A 124 **B** 148 **C** 61 **D** 254 **E** 120



К22. Поезд состоит из пяти вагонов I, II, III, IV и V, расположенных за локомотивом. Сколько существует способов соединить вагоны так, чтобы вагон I был ближе к локомотиву, чем вагон II?
A 120 **B** 60 **C** 48 **D** 30 **E** 10

К23. Найдите первую цифру наименьшего натурального числа, сумма цифр которого равна 2006.
A 1 **B** 3 **C** 5 **D** 6 **E** 8

К24. У Вани есть 5 пар белых, 10 пар коричневых и 15 пар серых носков. Папа постирал все его носки. Выстиранные носки Ваня как попало запихнул в мешок. Сейчас Ваня готовится к 7-дневному походу и хочет взять 7 пар носков одинакового цвета. Какое наименьшее количество носков не глядя он должен достать из мешка, чтобы ему удалось это осуществить.
A 21 **B** 41 **C** 40 **D** 37 **E** 31

К25. Положительные числа x, y, z удовлетворяют условиям $x \geqslant y \geqslant z$ и $x+y+z = 20{,}1$. Которое из приведенных высказываний верно?
A Всегда $x \cdot y < 99$ **B** Всегда $x \cdot y > 1$ **C** Всегда $x \cdot y \neq 75$ **D** Всегда $x \cdot y \neq 25$
E Ни одно из перечисленных высказываний не является верным

К26. Петя ездит на велосипеде из пункта P в пункт Q с постоянной скоростью. Однажды он увеличил обычную скорость на 3 м/с и прибыл в пункт Q в 3 раза быстрее. Во сколько раз быстрее Петя прибыл бы в пункт Q, если бы увеличил обычную скорость на 6 м/с?
A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 4,5 **E** 8

К27. Если произведение двух натуральных чисел равно $2^5 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^3$, то их сумма
A может делиться на 8 **B** может делиться на 3 **C** может делиться на 5
D может делиться на 49 **E** не может делиться ни на одно из чисел 8, 3, 5, 49

К28. Какое наименьшее число точек на рисунке справа нужно стереть, чтобы никакие три из оставшихся точек не являлись вершинами равностороннего треугольника?
А 2 **Б** 3 **Ц** 4 **Д** 5 **Е** 6

К29. В первом ряду на рисунке ниже изображено 11 карт, на каждой из которых записано по две буквы. Во втором ряду те же карты расположены в другом порядке, но указаны только верхние буквы на них. В каком порядке (из ниже указанных) могут располагаться нижние буквы на этих картах?

M/K	I/I	S/L	S/I	I/M	S/A	S/N	I/J	P/A	P/R	I/O

P	S	I	S	I	M	I	S	S	P	I

A ANJAMKILIOR **B** RLIIMKOJNAA **C** JANAMKILIRO
D RAONJMILIKA **E** ANMAIKOLIRJ

К30. Чему равна разность

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 2005^2) - (1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \cdots + 2004 \cdot 2006)?$$

A 2000 **B** 2004 **C** 2005 **D** 2006 **E** 0

ЮНИОР (9 и 10 классы)

ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 3 ОЧКА

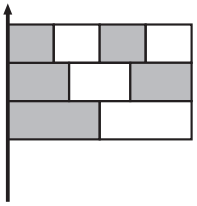
Ю1. Средним арифметическим чисел 2006 и 6002 является
A 3998 **B** 4000 **C** 4002 **D** 4004 **E** 4006

Ю2. Сколько всего существует 4-значных чисел, у которых все цифры различны и которые делятся на 2006?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

Ю3. Какое наименьшее 10-значное число можно получить, записав в некотором порядке друг за другом числа 309, 41, 5, 7, 68 и 2?
A 1 234 567 890 **B** 2 309 241 568 **C** 3 097 568 241 **D** 2 309 415 687 **E** 2 309 416 857

Ю4. Сколько раз за время с 00:00 до 23:59 на электронных часах (в разрядах часов и минут) появляются одновременно четыре цифры 2, 0, 0 и 6 в каком-либо порядке?
A 2 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 12

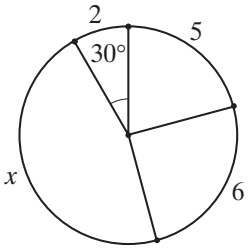
Ю5. Прямоугольный флаг состоит из трех одинаковых по ширине полос, которые разбиты соответственно на две, три и четыре равные части (см. рис.). Какая часть флага является серой на рисунке?
A $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $\frac{3}{5}$ **D** $\frac{4}{7}$ **E** $\frac{5}{9}$



Ю6. Часы моей бабушки спешат на одну минуту в час, а часы дедушки опаздывают на минуту в час. Уходя от бабушки с дедушкой, я установил на их часах одинаковое время и сказал, что я снова их навещу, как только разница в показаниях их часов станет равной 1 часу. Сколько времени пройдет до того, как я снова навещу бабушку и дедушку?
A 12 ч **B** 14 ч 30 мин **C** 30 ч **D** 60 ч **E** 90 ч

Ю7. Павел сказал, что ровно 25% его книг – это повести, а $\frac{1}{9}$ – поэзия. Друзья знают, что у Павла не меньше 50, но не болше 100 книг. Сколько книг у Павла?
A 50 **B** 56 **C** 64 **D** 72 **E** 93

Ю8. Окружность разбита на четыре дуги длиной 2, 5, 6 и x. Найдите значение x, если известно, что на дугу длиной 2 опирается центральный угол в 30°.
A 7 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 11



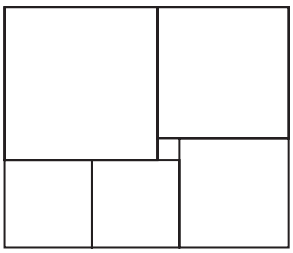
Ю9. Одна коробка шоколадных конфет стоит 10 литов. Но в каждой коробке находится купон, причем за каждые 3 купона покупателю выдается такая же коробка конфет бесплатно. Какое максимальное число коробок шоколадных конфет можно получить за 150 литов?
A 15 **B** 17 **C** 20 **D** 21 **E** 22

Ю10. Пусть a, b, c, d и e – положительные числа такие, что $ab = 2$, $bc = 3$, $cd = 4$ и $de = 5$. Найдите значение $\frac{e}{a}$.
A $\frac{15}{8}$ **B** $\frac{5}{6}$ **C** $\frac{3}{2}$ **D** $\frac{4}{5}$ **E** Определить невозможно

ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 4 ОЧКА

Ю11. Бестактный человек спросил у леди Агнесс, сколько ей лет. «Мне ровно две трети того количества лет, которого не хватает мне до 100-летнего юбилея» – ответила леди Агнесс. Сколько лет леди Агнесс?
A 20 **B** 40 **C** 50 **D** 60 **E** 80

Ю12. Прямоугольник на рисунке разбит на 6 квадратов. Сторона наименьшего квадрата равна 1. Найдите сторону наибольшего квадрата.
A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 8



Ю13. В следующем примере на сложение трехзначных чисел цифры слагаемых заменили буквами (одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные цифры – разными буквами). Какую цифру из перечисленных ниже может означать буква G?

$$\begin{array}{r} K\,A\,N \\ +\,K\,A\,G \\ K\,N\,G \\ \hline 2\,0\,0\,6 \end{array}$$

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

Ю14. Решая одну из задач конкурса «Кенгуру», Коля, относительно приведенных в ней ответов, сделал следующие правильные заключения.

1) Если ответ **A** правильный, то и ответ **B** также правильный.

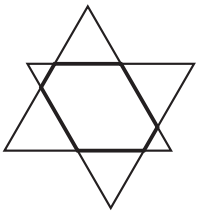
2) Если ответ **C** неправильный, то и ответ **B** неправильный.

3) Если ответ **B** неправильный, то ни **D**, ни **E** не являются правильными ответами.

Какой ответ в этой задаче правильный?

A A **B** B **C** C **D** D **E** E

Ю15. Пересечение двух одинаковых равносторонних треугольников, периметр каждого из которых равен 18 см, является шестиугольником. Найдите периметр этого шестиугольника, если известно, что его противоположные стороны параллельны.



A 11 **B** 12 **C** 13 **D** 14 **E** 15

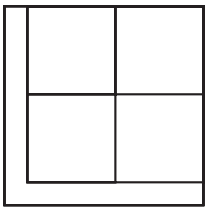
Ю16. Какое наибольшее число цифр может иметь натуральное число, в котором любые две соседные цифры образуют двузначное число, являющееся точным квадратом?

A 5 **B** 4 **C** 3 **D** 6 **E** 10

Ю17. В коробке находятся 15 красно-синих шаров, 12 сине-зеленых и 9 зелено-красных шаров. Какое наименьшее число шаров необходимо вытащить из коробки не глядя, чтобы какой-то из трех названных цветов обязательно присутствовал в окраске по крайней мере у 7 вынутых шаров?

A 7 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 11

Ю18. Квадрат площадью $125\,\text{см}^2$ разбит на 5 равных по площади частей, среди которых 4 квадрата и одна L-образная фигура (см. рис.). Найдите длину наименьшей стороны этой фигуры (в сантиметрах).



A 1 **B** 1,2 **C** $2(\sqrt{5}-2)$ **D** $3(\sqrt{5}-1)$ **E** $5(\sqrt{5}-2)$

Ю19. Положительные числа x, y, z удовлетворяют условиям $x \geqslant y \geqslant z$ и $x+y+z=20$. Которое из приведенные высказываний верно?

A Всегда $x \cdot y < 99$ **B** Всегда $x \cdot y > 1$ **C** Всегда $x \cdot y \neq 25$ **D** Всегда $x \cdot y \neq 75$
E Ни одно из перечисленные высказываний не является верным

Ю20. Какое наименьшее число точек на рисунке справа нужно стереть, чтобы никакие три из оставшихся точек не являлись вершинами равностороннего треугольника?

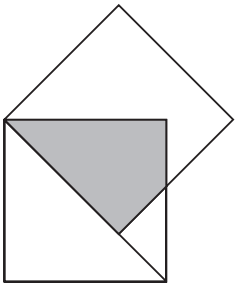
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 5 ОЧКОВ

Ю21. Поезд состоит из пяти вагонов I, II, III, IV и V, расположенных за локомотивом. Сколько существует различных способов соединить вагоны так, чтобы вагон I был ближе к локомотиву, чем вагон II?

A 120 **B** 60 **C** 48 **D** 30 **E** 10

Ю22. Два квадрата со стороной 1 имеют общую вершину, и сторона одного квадрата лежит на диагонали второго (см. рис.). Найдите площадь общей части этих квадратов, которая на рисунке окрашена в серый цвет.

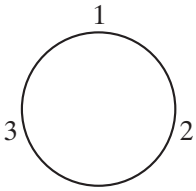


A $\sqrt{2}-1$ **B** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C** $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$
D $\sqrt{2}+1$ **E** $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

Ю23. Семья Добсонов состоит из отца, матери и нескольких детей. Средний возраст всех членов семьи равен 18 годам, а средний возраст всех членов семьи без отца, которому 38 лет, равен 14 годам. Сколько детей в семье Добсонов?

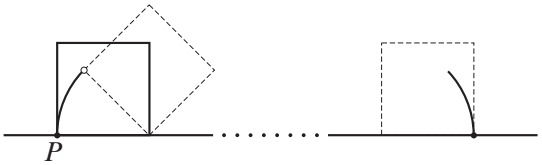
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

Ю24. Числа 1, 2, 3 записали по кругу. Затем между каждыми двумя соседними числами записали их сумму. Получилось шесть чисел (1, 3, 2, 5, 3 и 4), записанных по кругу. Эту операцию повторили еще 3 раза (каждый раз между имеющимися соседними числами вписывали их сумму). В результате получилось 48 чисел. Чему равна их сумма?



A 162 **B** 1458 **C** 486 **D** 144 **E** 210

Ю25. Квадрат со стороной 10 перекатывается вдоль прямой до тех пор, пока точка P снова окажется на прямой (см. рис.).



Найдите длину пути, проделанного точкой P.

A 10π **B** $5\pi+5\pi\sqrt{2}$ **C** $10\pi+5\pi\sqrt{2}$ **D** $5\pi+10\pi\sqrt{2}$ **E** $10\pi+10\pi\sqrt{2}$

Ю26. Сколько всего различных окрасок кубика можно получить, если окрасить каждую грань в один из данных шести цветов, причем разные грани – в разные цвета.

A 24 **B** 30 **C** 36 **D** 42 **E** 48

Ю27. Если цифры трехзначного числа 257 записать в обратном порядке, то получится большее трехзначное число 752. Сколько всего трехзначных чисел обладают таким свойством?

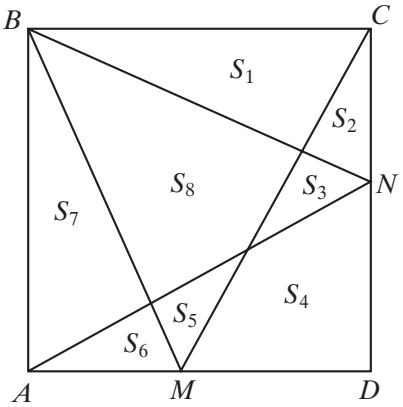
A 124 **B** 252 **C** 280 **D** 288 **E** 360

Ю28. Сколько всего имеется натуральных чисел X, обладающих свойством: $X+Y+Z=60$, где Y – сумма цифр числа X, а Z – сумма цифр числа Y?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Больше 3

Ю29. На сторонах AD и DC квадрата $ABCD$ произвольно отметили точки M и N соответственно. Затем квадрат был разбит на 8 частей, площади которых равны $S_1, S_2, \ldots, S_8$ (см. рис.). Которое из выражений равно S_8 (при любом выборе M и N)?

A $S_2 + S_4 + S_6$
B $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$
C $S_1 + S_4 + S_7$
D $S_2 + S_5 + S_7$
E $S_3 + S_4 + S_5$



Ю30. Футбольный матч закончился со счетом 5:4 в пользу местной команды. Первый гол забила местная команда и сохраняла перевес в счете до конца матча. Сколько имеется различных последовательностей изменения результата?

A 17 **B** 13 **C** 20 **D** 14 **E** 9

СЕНЬОР (11 и 12 классы)

ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 3 ОЧКА

C1. Какое из следующих чисел наибольшее?

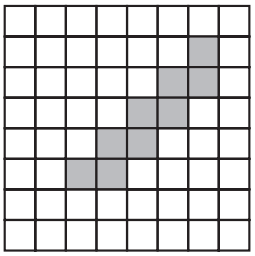
A $2006 \cdot 2006$ **B** $2005 \cdot 2007$ **C** $2004 \cdot 2008$ **D** $2003 \cdot 2009$ **E** $2002 \cdot 2010$

C2. Каким количеством нулей заканчивается произведение первых 2006-и простых чисел?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 9 **E** 26

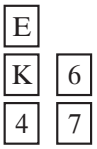
C3. На рисунке показана фигура, состоящая из девяти серых клеток. Какое наибольшее число белых клеток можно перекрасить в серый цвет так, чтобы несмотря на увеличение площади серой фигуры, ее периметр не увеличился?

A 0 **B** 7 **C** 18 **D** 12 **E** 16



C4. На столе лежат пять карточек. На одной стороне которых написана буква, на другой – число. Петя сказал: «Если на одной стороне карточки написана гласная, то на другой стороне – четное число». Какое наименьшее число карточек необходимо перевернуть, чтобы определить, сказал ли Петя правду?

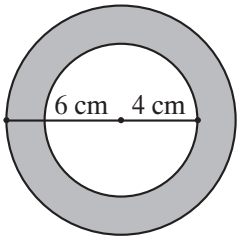
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5



C5. Два поезда одинаковой длины движутся по параллельным линиям навстречу друг другу: первый – со скоростью 100 км/ч, второй – 120 км/ч. Пассажир второго поезда, глядя в окно, отметил, что первый поезд прошел мимо него ровно за 6 сек. За сколько секунд проследовал второй поезд мимо пассажира, наблюдающего его из первого поезда?

A 5 с **B** 6 с **C** Между 6 и 7 с **D** 7 с **E** Определить невозможно

C6. У Сюзанны есть два кулона, изготовленных из одного и того же материала. Кулоны имеют одинаковую толщину и вес. Один из них имеет форму кольца, заключенного между двумя концентрическими окружностями радиусами 6 см и 4 см (см. рис.), другой – форму круга. Найдите радиус второго кулона.



A 4 см **B** $2\sqrt{6}$ см **C** 5 см **D** $2\sqrt{5}$ см **E** $\sqrt{10}$ см

C7. В ряд выписано 5 чисел a, b, c, d, e. Разность каждых двух соседних чисел одна и та же. Чему равно значение a, если $b = 5{,}5$ и $e = 10$?

A 0,5 **B** 3 **C** 4 **D** 4,5 **E** 5

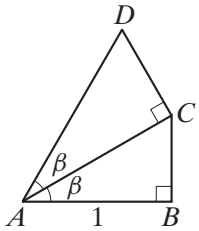
C8. Если $4^x = 9$ и $9^y = 256$, то $x \cdot y$ равно

A 2006 **B** 48 **C** 36 **D** 10 **E** 4

C9. Рассмотрим все 9-значные числа, состоящие из цифр 1, 2, ..., 9 (каждая цифра – в каждом числе встречается по разу). Запишем все эти числа на одинаковые карточки и поместим карточки произвольно в коробку. Какое наименьшее количество карточек необходимо вынуть (не глядя) из коробки, чтобы можно было гарантировать, что по крайней мере два числа на вынутых карточках начинаются с одной и той же цифры?

A 9! **B** 8! **C** 72 **D** 10 **E** 9

C10. На рисунке справа $AB = 1$, $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$, $\angle CAB = \angle DAC = \beta$. Найдите AD.



A $\cos\beta + \operatorname{tg}\beta$ **B** $\dfrac{1}{\cos(2\beta)}$ **C** $\cos^2\beta$

D $\cos(2\beta)$ **E** $\dfrac{1}{\cos^2\beta}$

ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 4 ОЧКА

C11. У какой из следующих функций график симметричен относительно оси Oy?

A $y = x^2 + x$ **B** $y = x^2\sin x$ **C** $y = x\cos x$ **D** $y = x\sin x$ **E** $y = x^3$

C12. На колесе рулетки 37 целых чисел: от 0 до 36. Какова вероятность того, что шарик выпадет на простое число?

A $\dfrac{5}{18}$ **B** $\dfrac{11}{37}$ **C** $\dfrac{11}{36}$ **D** $\dfrac{12}{37}$ **E** $\dfrac{1}{3}$

C13. Остаток при делении числа 1001 на однозначное число равен 5. Чему равен остаток при делении 2006 на это же однозначное число?

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

C14. Дорожный знак имеет форму круга радиусом 20 см. Каждая из его темных частей является четвертью (одного и того же) круга. Определите радиус этого круга (в сантиметрах), если известно, что площадь темной части знака равна площади его светлой части.

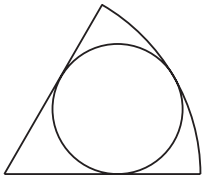
A $10\sqrt{2}$ **B** $4\sqrt{5}$ **C** $\dfrac{20}{3}$ **D** 12,5 **E** 10

C15. Даны три простых числа a, b и c такие, что $a > b > c$, $a + b + c = 78$ и $a - b - c = 40$. Найдите произведение abc.

A 438 **B** 590 **C** 1062 **D** 1239 **E** 2006

C16. Если отношение радиуса сектора и радиуса вписанного в него круга (см. рис.) равно 3 : 1, то отношение площадей сектора и круга равно

A 3 : 2 **B** 4 : 3 **C** $\sqrt{3}$: 1 **D** 2 : 1 **E** 9 : 1



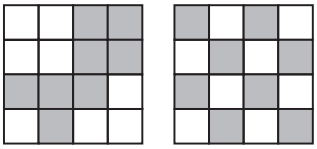
C17. В волейбольной лиге играют 16 команд. Каждая команда должна сыграть с каждой один матч. За выигрыш команда получает 1 очко, за проигрыш – 0 (ничьих в волейболе не бывает). Оказалось, что после всех игр очки, набранные командами, составили арифметическую прогрессию. Сколько очков набрала команда, занявшая последнее место?

A 3 **B** 2 **C** 1 **D** Описанная ситуация невозможна **E** Ответ – другое число

C18. В прошлом году в школьном хоре мальчиков было на 30 больше, чем девочек. В этом году число участников хора увеличилось на 10%: число девочек – на 20%, а число мальчиков – на 5%. Сколько участников в хоре в этом году?

A 88 **B** 99 **C** 110 **D** 121 **E** 132

C19. Клетки таблицы 4×4 окрашены в черный и белый цвет, как показано на левом рисунке. За один ход разрешается поменять местами любые две клетки, расположенные в одной и той же строке или в одном и том же столбце.

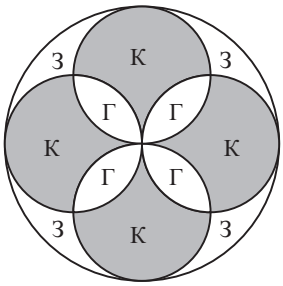


За какое наименьшее число ходов из левой таблицы можно получить правую таблицу?

A Это невозможно сделать **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

C20. В церкви есть витражи, изображенные на рисунке (буквы К, З и Г означают соответственно красный, зеленый и голубой цвет). Зная, что радиусы внутренних кругов равны и что площадь голубого стекла составляет 400 см^2, определите площадь зеленого стекла (в см^2).

A 120π **B** $90\sqrt{2}\pi$ **C** 382 **D** 396 **E** 400



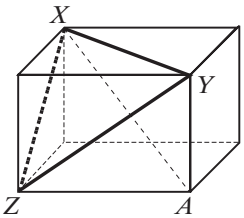
ЗАДАЧИ, ОЦЕНИВАЕМЫЕ В 5 ОЧКОВ

C21. Известно, что числа a и b больше единицы. Какая из следующих дробей наибольшая?

A $\dfrac{a}{b-1}$ **B** $\dfrac{a}{b+1}$ **C** $\dfrac{2a}{2b+1}$ **D** $\dfrac{2a}{2b-1}$ **E** $\dfrac{3a}{3b+1}$

C22. Длины сторон треугольника XYZ на рисунке равны 8, 9 и $\sqrt{55}$. Найдите длину диагонали XA прямоугольного параллелепипеда, для которого стороны треугольника XYZ служат диагоналями граней.

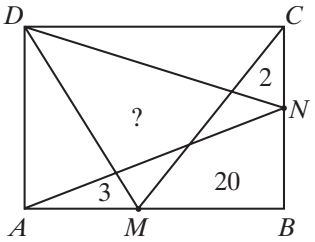
A $\sqrt{90}$ **B** 10 **C** $\sqrt{120}$ **D** 11 **E** $10\sqrt{2}$



C23. Сколько существует значений параметра b, при которых уравнение $x^2 - bx + 80 = 0$ имеет два четных натуральных корня?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Бесконечно много

C24. Сколько всего существует различных подмножеств множества $\{1, 2, 3, \ldots, 12\}$, для которых сумма наименьшего и наибольшего его чисел равна 13?
A 1024 **B** 1175 **C** 1365 **D** 1785 **E** 4095

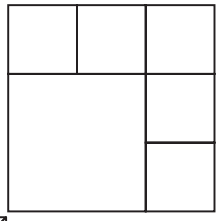
C25. На сторонах AB и BC прямоугольника $ABCD$ произвольно выбраны точки M и N и соединены отрезками с вершинами данного прямоугольника так, как показано на рисунке. В результате прямоугольник оказался разбит на несколько частей. Площади трех из этих частей указаны на рисунке. Найдите площадь четырехугольника, отмеченного вопросительным знаком.
A 20 **B** 21 **C** 25 **D** 26
E Недостаточно данных, чтобы определить



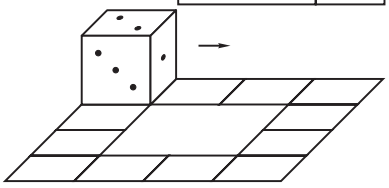
C26. Ваня берет 10 карточек, на пяти из них он пишет букву А, а на остальных пяти – букву Б. Затем перевернув, он кладет их в ряд случайным образом. Зная, что карточек с буквой А и буквой Б поровну, опытная кенгуристка Аня заявила, что она может написать на внешней стороне этих карточек букву А или букву Б таким образом, что гарантировано не менее чем на 4 карточках с обеих сторон будет написана одна и та же буква. Сколькими способами она может это сделать?
A 5^5 **B** 255 **C** 2 **D** 10 **E** 22

C27. Павел вычеркнул одно из десяти последовательных натуральных чисел. Сумма оставшихся чисел оказалась равна 2006. Какое число вычеркнул Павел?
A 218 **B** 219 **C** 220 **D** 225 **E** 227

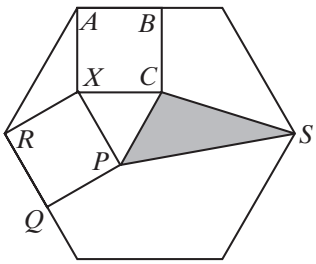
C28. Сколько всего существует различных способов вписать по одному из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6 в клетки таблицы на рисунке (в разные клетки – разные числа) так, чтобы ни в каких соседних по стороне клетках разность чисел не равнялась 3?
A $3 \cdot 2^5$ **B** 3^6 **C** 6^3 **D** $2 \cdot 3^5$ **E** $3 \cdot 5^2$



C29. Игральный кубик на рисунке можно перекатывать по указанному пути. Какое наименьшее число раз его нужно прокатить по этому пути, чтобы он вернулся в исходное положение и все его грани оказались расположенными так же, как и в начале?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** Это сделать невозможно



C30. Если сторона правильного шестиугольника на рисунке равна $\sqrt{3}$ и четырехугольники $XABC$ и $XPQR$ являются квадратами, то площадь закрашенного треугольника PSC равна
A $\frac{5-\sqrt{3}}{4}$ **B** $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ **C** $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **D** $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$ **E** $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

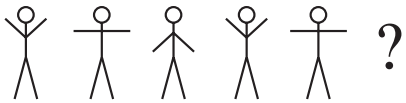


Zadania Kangura 2006

MALUCH (klasy III i IV)

PYTANIA PO 3 PUNKTY

M1. Jaka jest następna pozycja „gimnastyka“?

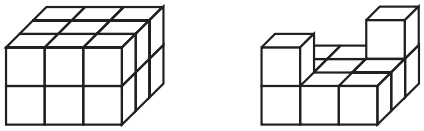


A **B** **C** **D** **E**

M2. Wynikiem działania $2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 6 + 2006$ jest

A 0 **B** 2006 **C** 2014 **D** 2018 **E** 4012

M3. Ile sześcianików usunięto z jednej budowli, aby otrzymać drugą?
A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 9



M4. Wczoraj były urodziny Kasi. Jutro będzie czwartek. W jakim dniu tygodnia Kasia obchodziła urodziny?

A We wtorek **B** W środę **C** W czwartek **D** W sobotę
E W poniedziałek

M5. Jasio rzuca do tarczy lotkami. Użyte lotki dostaje z powrotem, a za każde trafienie w środek tarczy dostaje dodatkowo po 2 lotki. Na początku miał 10 lotek, a gdy skończył, miał ich 20. Ile razy trafił w środek tarczy?

A 6 **B** 8 **C** 10 **D** 5 **E** 4

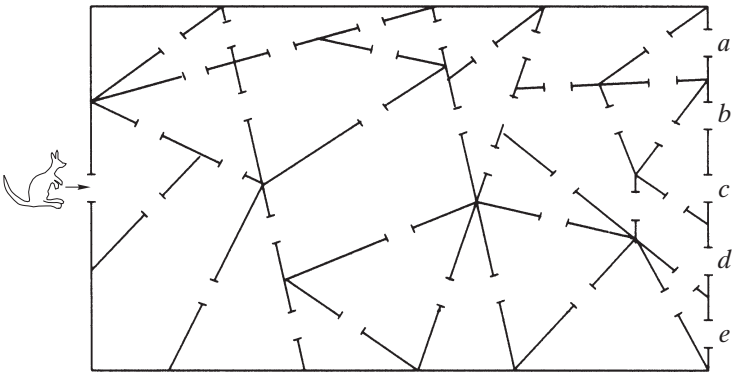
M6. Przy kwadratowym stoliku są miejsca dla 4 osób, po jednym z każdej strony. Uczniowie zestawili 7 takich stolików w jeden długi prostokątny stół. Ile miejsc jest przy tym stole?

A 14 **B** 16 **C** 21 **D** 24 **E** 28

M7. Staszek ma w portmonetce po jednej monecie o nominałach: 5 zł, 2 zł, 1 zł. Której z poniższych kwot nie może zapłacić, nie rozmieniając swoich monet?

A 3 zł **B** 4 zł **C** 6 zł **D** 7 zł **E** 8 zł

M8. Kangurek wchodzi do budynku wskazanym na rysunku wejściem. Może się wewnątrz poruszać wyłącznie po pomieszczeniach w kształcie trójkąta. Przez które wyjście kangurek może opuścić budynek?



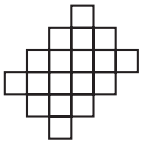
A *a* **B** *b* **C** *c* **D** *d* **E** *e*

PYTANIA PO 4 PUNKTY

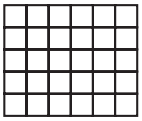
M9. Po jednej stronie ulicy Długiej stoją domy ponumerowane kolejnymi liczbami nieparzystymi od 1 do 19, a po drugiej stronie domy ponumerowane kolejnymi liczbami parzystymi od 2 do 14. Ile domów jest przy ulicy Długiej?

A 8 **B** 16 **C** 17 **D** 18 **E** 33

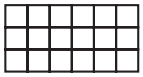
M10. Z którego z poniższych pokratkowanych prostokątów można wyciąć przedstawioną obok figurę, tnąc wzdłuż narysowanych linii?



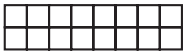
A



B

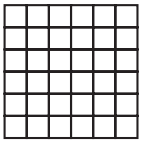


C

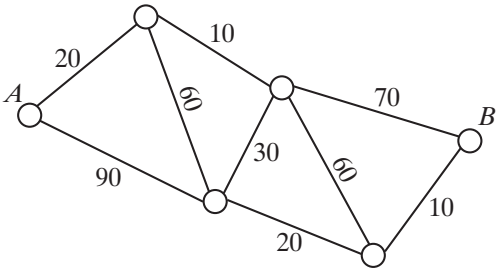


D

E



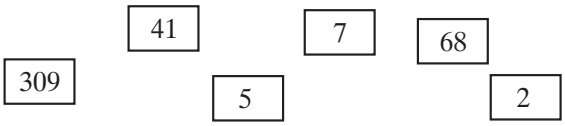
M11. Na rysunku przedstawiony jest schemat połączeń autobusowych pomiędzy sześcioma miastami oraz ceny biletów za przejazd pomiędzy sąsiednimi miastami.



Jaka jest najniższa cena przejazdu z miasta A do miasta B?

A 90 **B** 100 **C** 110 **D** 180 **E** 200

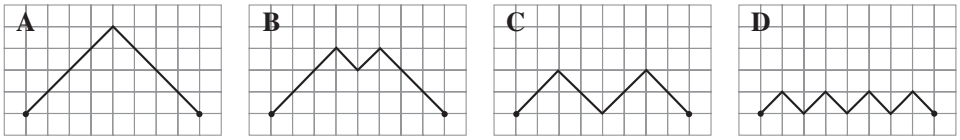
M12. Jaką najmniejszą liczbę możemy otrzymać, ustawiając w jednym rzędzie jedna za drugą sześć danych kartek z wypisanymi na nich liczbami?



A 1234567890 **B** 1023456789 **C** 3097568241 **D** 2309415687 **E** 2309415678

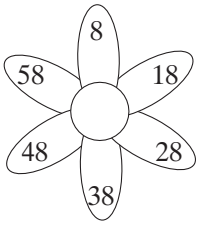
M13. Sześć odważników o wagach 1 g, 2 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g, umieszczono po dwa w trzech szufladach. W pierwszej szufladzie suma wag umieszczonych odważników wynosi 9 g, w drugiej 8 g. Jakie odważniki są w trzeciej szufladzie?
A 5 g i 2 g **B** 6 g i 1 g **C** 3 g i 1 g **D** 4 g i 2 g **E** 4 g i 3 g

M14. Na przedstawionych poniżej diagramach zaznaczono cztery drogi łączące dwa punkty. Która z tych dróg jest krótsza od pozostałych?



E Wszystkie cztery drogi są tej samej długości

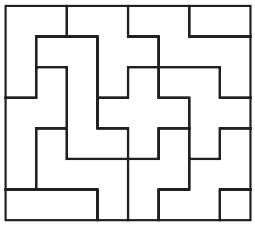
M15. Na płatkach „liczbowego kwiatka" umieszczone są liczby. Marysia wyrwała wszystkie te płatki, na których są liczby dające przy dzieleniu przez 6 resztę 2. Jaka jest suma liczb na płatkach, które Marysia wyrwała?
A 46 **B** 66 **C** 84 **D** 86 **E** 114

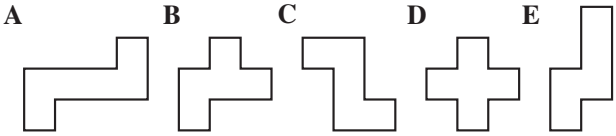


M16. Cztery wrony: Dana, Hana, Lena i Zena siedzą na płocie. Dana siedzi dokładnie w środku pomiędzy Haną i Leną. Odległość pomiędzy Haną i Daną jest taka sama jak pomiędzy Leną i Zeną. Dana siedzi w odległości 4 m od Zeny. Jaka jest odległość pomiędzy Haną i Zeną?
A 5 m **B** 6 m **C** 7 m **D** 8 m **E** 9 m

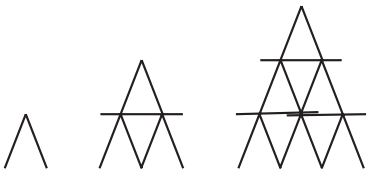
PYTANIA PO 5 PUNKTÓW

M17. „Puzzle" można przesuwać i obracać, ale nie wolno ich odwracać na drugą stronę. Który z poniższych elementów nie występuje w układance przedstawionej na rysunku obok?

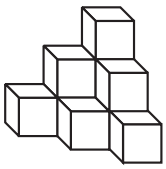




M18. Janek buduje domek z kart. Na poniższym rysunku przedstawiono kolejno domek parterowy, jedno- i dwupiętrowy. Ilu kart Janek musi użyć, aby zbudować tą metodą domek trzypiętrowy?
A 23 **B** 24 **C** 25 **D** 26 **E** 27



M19. Z dziesięciu małych sześcianów zbudowano przedstawioną na rysunku bryłę, zlepiając ze sobą sześciany ścianami. Nie rozmontowując tej konstrukcji, Romek maluje całą bryłę z podstawą włącznie. Ile ścian małych sześcianów zostanie pomalowanych?
A 18 **B** 24 **C** 30 **D** 36 **E** 42



M20. Irena, Ania, Kasia, Olga i Helena mieszkają w tym samym domu. Dwie dziewczynki mieszkają na pierwszym piętrze, trzy pozostałe na drugim piętrze. Olga mieszka na innym piętrze niż Kasia i Helena. Ania mieszka na innym piętrze niż Irena i Kasia. Które dziewczynki mieszkają na pierwszym piętrze?

A Kasia i Helena **B** Irena i Helena **C** Irena i Olga **D** Irena i Kasia **E** Ania i Olga

M21. W wyrażeniu 2006 $*$ 2005 $*$ 2004 $*$ 2003 $*$ 2002 w miejsce gwiazdek wpisujemy znak $+$ lub $-$. Która z poniższych liczb nie może być wynikiem otrzymanego działania?

A 2004 **B** 2005 **C** 2006 **D** 2008 **E** 2010

M22. Pewnego roku w marcu było 5 poniedziałków. Który dzień tygodnia nie mógł w tym miesiącu wystąpić 5 razy?

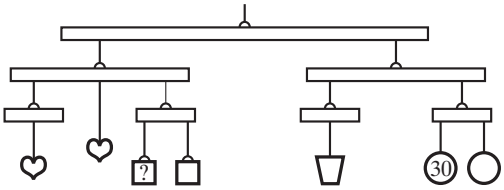
A Sobota **B** Niedziela **C** Wtorek **D** Środa **E** Czwartek

M23. W każdy kwadrat przedstawionego obok diagramu należy wpisać jedną z cyfr: 1, 2 lub 3 w taki sposób, aby w każdym wierszu i w każdej kolumnie wystąpiły wszystkie trzy cyfry. W lewym górnym rogu wpisana jest cyfra 1. Na ile sposobów można uzupełnić ten diagram zgodnie z podanymi warunkami?

1		

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 8

M24. Przedstawione na rysunku wagi są w równowadze. Przedmioty o jednakowym kształcie mają tę samą wagę. Jeden z nich, w kształcie kółka (zaznaczony na rysunku), waży 30 g. Ile waży przedmiot w kształcie kwadratu zaznaczony znakiem zapytania?



A 10 **B** 20 **C** 30 **D** 40 **E** 50

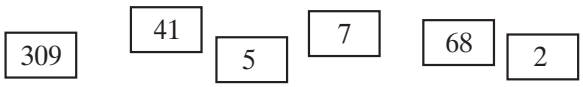
BENIAMIN (klasy V i VI)

PYTANIA PO 3 PUNKTY

B1. Jeżeli $3 \cdot 2006 = 2005 + 2007 + a$, to liczba a jest równa

A 2005 **B** 2006 **C** 2007 **D** 2008 **E** 2009

B2. Jaką największą liczbę możemy otrzymać, ustawiając w jednym rzędzie, jedna za drugą, sześć danych kartek z wypisanymi na nich liczbami?



A 9 876 543 210 **B** 4 130 975 682 **C** 3 097 568 241 **D** 7 903 684 152 **E** 7 685 413 092

B3. Przy kwadratowym stoliku są miejsca dla 4 osób, po jednym z każdej strony. Uczniowie zestawili 10 takich stolików, jeden za drugim, w długi prostokątny stół. Ile miejsc jest przy tym stole?

A 40 **B** 32 **C** 30 **D** 22 **E** 20

B4. W sklepie sportowym piłka i ciężarek kosztuje 90 zł, a 3 piłki i 2 ciężarki — 240 zł. Ile kosztuje piłka?

A 130 zł **B** 60 zł **C** 50 zł **D** 40 zł **E** 30 zł

B5. Na którym z poniższych zegarów wskazówki tworzą kąt 150°?

A

B

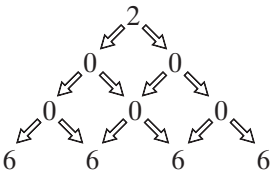
C

D

E

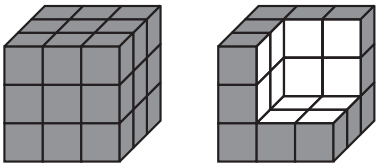
B6. Po jednej stronie ulicy Długiej stoją domy ponumerowane kolejnymi liczbami nieparzystymi od 1 do 39, a po drugiej stronie domy ponumerowane kolejnymi liczbami parzystymi od 2 do 34. Ile domów jest przy ulicy Długiej?
A 37 **B** 38 **C** 28 **D** 36 **E** 73

B7. Na ile różnych sposobów możemy, wędrując po diagramie i poruszając się zgodnie ze strzałkami, utworzyć z napotykanych kolejno cyfr liczbę 2, 0, 0, 6?
A 12 **B** 11 **C** 10 **D** 8 **E** 6

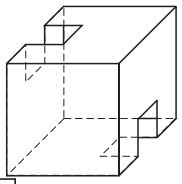


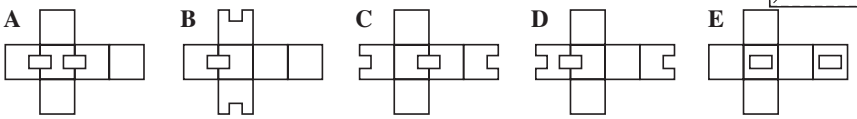
B8. Połową jednej setnej jest
A 0,005 **B** 0,002 **C** 0,05 **D** 0,02 **E** 0,5

B9. Na pomalowanie wszystkich ścian sześciennej kostki zbudowanej z małych sześcianików (rysunek 1) zużyto 9 kg farby. Ile kilogramów farby potrzeba do zamalowania białej powierzchni bryły przedstawionej na rysunku 2, powstałej z pomalowanej kostki poprzez usunięcie kilku małych sześcianików?
A 2 **B** 3 **C** 4,5 **D** 6 **E** 7



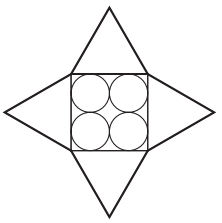
B10. Z którego z poniższych kawałków papieru można skleić pudełko, którego kształt przedstawiono na rysunku obok?





PYTANIA PO 4 PUNKTY

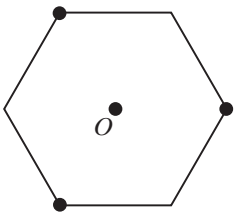
B11. Podstawy czterech trójkątów równobocznych są bokami kwadratu, w który wpisano cztery koła o promieniu 5 cm (rysunek obok). Obwód utworzonej czteroramiennej gwiazdy jest równy
A 40 **B** 80 **C** 120 **D** 160 **E** 240



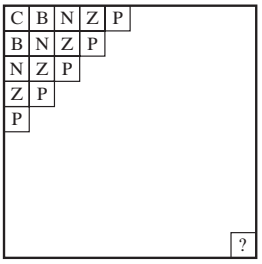
B12. Różnica pomiędzy sumą 1000 początkowych kolejnych parzystych liczb naturalnych różnych od zera, a sumą 1000 początkowych kolejnych nieparzystych liczb naturalnych jest równa

A 1 **B** 1002 **C** 500 **D** 1000 **E** 2000

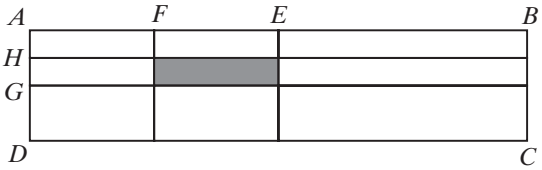
B13. Kawałek papieru w kształcie sześciokąta foremnego (pokazany na rysunku obok) zginamy trzy razy tak (zawsze wzdłuż prostej), aby za każdym razem jeden z wyróżnionych wierzchołków znalazł się w punkcie O będącym środkiem tego sześciokąta. Jaką figurę otrzymamy?
A Gwiazdę sześcioramienną **B** Dziesięciokąt foremny
C Sześciokąt foremny **D** Kwadrat **E** Trójkąt równoboczny



B14. Kwadrat o boku 10 podzielono na małe kwadraciki o boku 1. Kwadraciki te rozpoczęto zamalowywać ukośnie poczynając od kwadratu w lewym górnym rogu po kolei na czerwono, biało, niebiesko, zielono, pomarańczowo i znów na czerwono, biało, niebiesko... Jakim kolorem zamalowany będzie kwadracik w prawym dolnym rogu?
A Czerwonym **B** Białym **C** Niebieskim
D Zielonym **E** Pomarańczowym



B15. W prostokącie $ABCD$, $AB = 4\,\text{m}$, $BC = 1\,\text{m}$. Punkt E jest środkiem odcinka AB, F jest środkiem odcinka AE, G jest środkiem odcinka AD, H jest środkiem odcinka AG. Pole zacieniowanego prostokąta jest równe



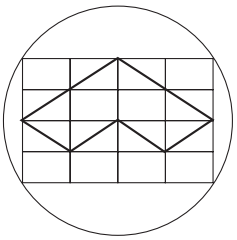
A $\frac{1}{4}\,\text{m}^2$ **B** $1\,\text{m}^2$ **C** $\frac{1}{8}\,\text{m}^2$
D $\frac{1}{2}\,\text{m}^2$ **E** $\frac{1}{16}\,\text{m}^2$

B16. Jaki jest wynik przedstawionego obok działania?
A 111 111 111
B 1 010 101 010
C 100 000 000
D 999 999 999
E 1 000 000 000

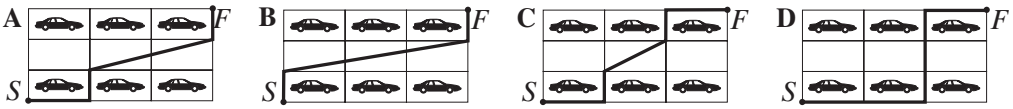
$$
\begin{array}{rrrrrrrrrr}
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & & & & & 1 & 1 & 1 \\
- & & & & & & & & 1 & 1 \\
+ & & & & & & & & & 1 \\
- & & & & & & & & & 1 \\
\hline
\end{array}
$$

B17. Sześcienną kostkę mamy pomalować używając farby czerwonej i zielonej tak, aby miała trzy ściany czerwone i trzy zielone. Na ile sposobów można to wykonać?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

B18. Średnica koła widocznego na rysunku obok ma długość 10 cm, a wszystkie małe prostokąty mają te same wymiary. Ile jest równy obwód figury ograniczonej pogrubioną linią?
A 8 cm **B** 16 cm **C** 20 cm **D** 25 cm **E** 30 cm



B19. Sześć samochodów zaparkowano na parkingu w dwóch rzędach. Która z poniższych dróg od punktu S do punktu F jest najkrótsza?



E Drogi te są tej samej długości

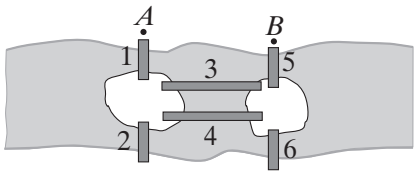
B20. Na odcinku OE o długości 2006 cm zaznaczamy punkty A, B, C tak, że $OA = BE = 1111\,\text{cm}$ i $OC = 70\%\,OE$. W jakiej kolejności, od punktu O do E, znajdują się punkty A, B, C?
A A, B, C **B** A, C, B **C** C, B, A **D** B, C, A **E** B, A, C

PYTANIA PO 5 PUNKTÓW

B21. Sznurek o długości 15 dm został podzielony na możliwie największą liczbę kawałków, z których każdy ma długość wyrażoną inną całkowitą liczbą decymetrów. Ilu cięć sznurka dokonano?

A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 15

B22. Na rzece przepływającej przez miasto znajdują się dwie wyspy. Komunikację zapewnia sześć mostów (ich rozmieszczenie pokazuje ilustracja obok). Chcemy przejść z punktu A do punktu B, rozpoczynając wędrówkę mostem 1 i przechodząc przez każdy most tylko jeden raz. Ile jest tras spełniających powyższe warunki?



A 0 **B** 2 **C** 4 **D** 6 **E** Więcej niż 6

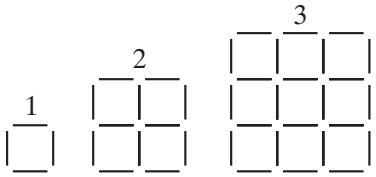
B23. Która z poniższych trójek liczb wyznacza na osi liczbowej trzy punkty, z których jeden jest środkiem odcinka łączącego dwa pozostałe?

A $\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}$ **B** 12; 21; 32 **C** 0,3; 0,7; 1,3 **D** $\frac{1}{10}; \frac{9}{80}; \frac{1}{8}$ **E** 24; 48; 64

B24. Ania do najmniejszej dwucyfrowej liczby naturalnej podzielnej przez 3 dodała największą dwucyfrową liczbę naturalną podzielną przez 3. Z kolei Adam do najmniejszej dwucyfrowej liczby naturalnej niepodzielnej przez 3 dodał największą dwucyfrową liczbę naturalną niepodzielną przez 3. O ile suma otrzymana przez Anię jest większa od sumy otrzymanej przez Adama?

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

B25. Basia buduje z jednakowych patyczków kolejno układanki zgodnie ze schematem widocznym na rysunku obok, na którym zaznaczono układanki o numerach 1, 2, 3. O ile więcej patyczków zużyła do układanki o numerze 31 niż do układanki o numerze 30?

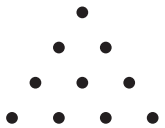


A 148 **B** 61 **C** 254 **D** 120 **E** 124

B26. Na tablicy napisano liczby naturalne od 1 do 2006. Jan podkreślił wszystkie liczby podzielne przez 2, Adam podkreślił wszystkie liczby podzielne przez 3, a Piotr podkreślił wszystkie liczby podzielne przez 4. Ile liczb zostało podkreślonych dokładnie 2 razy?

A 1003 **B** 668 **C** 501 **D** 334 **E** 167

B27. Figura przedstawiona obok składa się z 10 punktów. Jaką najmniejszą liczbę punktów należy usunąć z tej figury, aby żadne trzy punkty z pozostałych punktów nie były wierzchołkami trójkąta równobocznego?

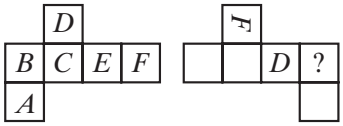


A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

B28. Trzej koledzy: Adam, Tomek i Paweł podczas ferii zimowych byli 15 razy na basenie. Adam 8 razy wykupił bilety dla całej trójki, a Tomek uczynił to 7 razy. Paweł oddał kolegom 30 zł, które, jak obliczył, był im winien za bilety na basen. Jak Adam i Tomek powinni podzielić te 30 zł, aby każdy z chłopców poniósł ten sam koszt?

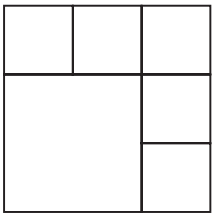
A 22 zł i 8 zł **B** 20 zł i 10 zł **C** 15 zł i 15 zł **D** 16 zł i 14 zł **E** 18 zł i 12 zł

B29. Na każdej ścianie sześcianu napisano jedną literę. Na rysunku obok przedstawiono dwie jego siatki.



Na drugiej z nich tylko na dwóch ścianach pozostawiono litery, z pozostałych ścian je wymazano. Jaką literę wymazano ze ściany oznaczonej znakiem zapytania?
A *A* **B** *B* **C** *C* **D** *E* **E** Nie można tego ustalić

B30. Na ile sposobów można wpisać w pola diagramu przedstawionego na rysunku obok liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6 tak, aby w żadnych dwóch sąsiadujących polach liczby nie różniły się o 3? (Pola diagramu stykające się jedynie wierzchołkami nie są sąsiadujące.)
A $3 \cdot 2^5$ **B** 3^6 **C** 6^3 **D** $2 \cdot 3^5$ **E** $3 \cdot 5^2$



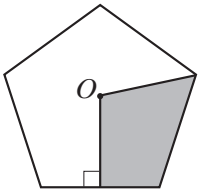
KADET (klasy VII i VIII)

PYTANIA PO 3 PUNKTY

K1. Konkurs *Kangur Matematyczny* odbywa się w Europie każdego roku począwszy od 1991. W roku 2006 odbywa się on po raz
A 15-ty **B** 16-ty **C** 17-ty **D** 13-ty **E** 14-ty

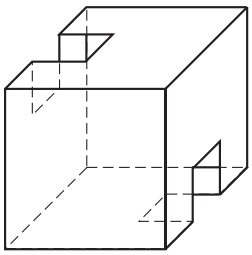
K2. Wynikiem działania $20 \cdot (0 + 6) - (20 \cdot 0) + 6$ jest
A 0 **B** 106 **C** 114 **D** 126 **E** 12

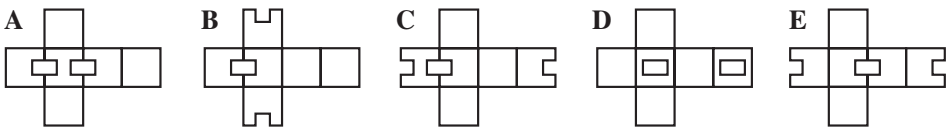
K3. Punkt O jest środkiem pięciokąta foremnego. Jaką częścią pięciokąta jest zacieniowany obszar?
A 10% **B** 20% **C** 25% **D** 30% **E** 40%



K4. Babcia upiekła swoim wnukom paszteciki. Gdyby dała każdemu z nich po 2, to pozostałyby jej 3 paszteciki, a gdyby chciała dać każdemu z nich po 3, to zabrakłoby jej 2 pasztecików. Ilu wnuków ma babcia?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

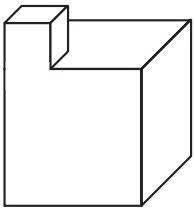
K5. Z którego z poniższych kawałków papieru można skleić pudełko, którego kształt przedstawiono na rysunku obok?





K6. W wyniku ankiety przeprowadzonej z udziałem 2006 uczniów stwierdzono, że 1500 spośród nich uczestniczyło w konkursie *Kangur Matematyczny*, a 1200 w konkursie języka angielskiego. Ilu uczestników ankiety brało udział w obydwu konkursach, jeżeli wiadomo, że 6 ankietowanych nie wzięło udziału w żadnym z tych konkursów?
A 300 **B** 500 **C** 600 **D** 700 **E** 1000

K7. Bryła widoczna na rysunku obok jest zbudowana z dwóch sześcianów o krawędziach długości 1 cm i 3 cm. Jakie jest pole powierzchni tej bryły?
A $56\,\text{cm}^2$ **B** $58\,\text{cm}^2$ **C** $59\,\text{cm}^2$ **D** $60\,\text{cm}^2$ **E** $64\,\text{cm}^2$



K8. Butelka o pojemności $\frac{1}{3}$ litra jest w $\frac{3}{4}$ swojej pojemności wypełniona sokiem. Ile soku pozostanie w butelce po odlaniu $\frac{1}{5}$ litra?
A $\frac{1}{20}$ litra **B** $\frac{3}{40}$ litra **C** 0,13 litra **D** $\frac{1}{8}$ litra **E** Butelka będzie pusta

K9. Spośród trójkątów równoramiennych o ramionach długości 7 i podstawie, której długość wyraża się liczbą całkowitą, wybieramy trójkąt o największym obwodzie. Obwód ten jest równy
A 14 cm **B** 15 cm **C** 21 cm **D** 27 cm **E** 28 cm

K10. Sznurek o długości 21 dm został podzielony na możliwie największą liczbę kawałków, z których każdy ma długość wyrażoną inną całkowitą liczbą decymetrów. Ilu cięć sznurka dokonano?
A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 20

PYTANIA PO 4 PUNKTY

K11. Jeśli „coś“ jest niebieskie, to jest okrągłe.
Jeśli „coś“ jest kwadratowe, to jest czerwone.
„Coś“ jest albo niebieskie, albo żółte.
Jeśli „coś“ jest żółte, to jest kwadratowe.
„Coś“ jest albo kwadratowe, albo okrągłe.
Wynika z tego, że:
A „Coś“ jest czerwone **B** „Coś“ jest czerwone i okrągłe
C „Coś“ jest niebieskie i kwadratowe **D** „Coś“ jest niebieskie i okrągłe
E „Coś“ jest żółte i okrągłe

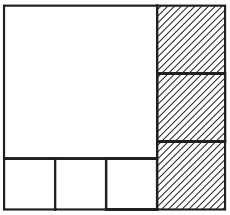
K12. W pewnym miesiącu trzy wtorki wypadły w parzyste dni tego miesiąca. Jakim dniem tygodnia będzie dwudziesty pierwszy dzień tego miesiąca?
A Środa **B** Czwartek **C** Piątek **D** Sobota **E** Niedziela

K13. Mirek, Mietek i Piotr zbierali pieniądze na zakup namiotu. Mirek dał 60% potrzebnej kwoty, Mietek dał 40% pozostałej części. Piotr dołożył brakujące 30 zł. Ile złotych kosztował namiot?
A 50 **B** 60 **C** 125 **D** 150 **E** 200

K14. Rakietą podróżowała grupa kosmitów. Każdy z nich ubrany był w kombinezon w jednym z trzech kolorów: zielonym, pomarańczowym, niebieskim. Każdy ubrany na zielono kosmita miał dwa czółki, każdy ubrany na pomarańczowo miał trzy czółki, a każdy ubrany na niebiesko miał pięć czółków. Wszystkich kosmitów ubranych na zielono było tylu, ilu ubranych na pomarańczowo, a ubranych na niebiesko było o 10 więcej niż ubranych na zielono. Wszyscy razem mieli 250 czółków. Ilu ubranych na niebiesko kosmitów podróżowało rakietą?
A 15 **B** 20 **C** 25 **D** 30 **E** 40

K15. Wiadomo, że jeżeli kangurek Skoczek odbija się lewą nogą, to jego skok ma długość 2 m. Jeżeli odbija się prawą nogą, to skok ma długość 4 m. Gdy Skoczek odbija się obiema nogami, to skacze na odległość 7 m. Jaką najmniejszą liczbę skoków musi wykonać Skoczek, aby przebyć odległość równą dokładnie 1000 m?
A 140 **B** 144 **C** 175 **D** 176 **E** 150

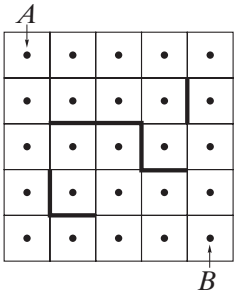
K16. Prostokąt, który widzimy obok na rysunku, podzielono na 7 kwadratów. Bok każdego z zacieniowanych kwadratów ma długość 8. Jaką długość ma bok dużego białego kwadratu?
A 16 **B** 18 **C** 20 **D** 24 **E** 30



K17. Liczbą dodatnią, której kwadrat jest większy od niej o 500%, jest
A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8

K18. Ile trójkątów równoramiennych o polu równym 1 ma bok długości 2?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

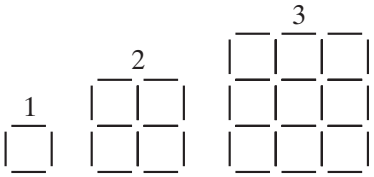
K19. Halina narysowała kwadrat o wymiarach 5×5 i zaznaczyła na rysunku środki kwadracików jednostkowych. Następnie umieściła przeszkody (pogrubione linie – patrz rysunek) i badała, na ile sposobów można przejść od punktu A do punktu B najkrótszą drogą, idąc pionowymi lub poziomymi odcinkami od środka kwadracika do środka kwadracika i omijając przeszkody. Ile jest takich najkrótszych dróg?
A 6 **B** 8 **C** 9 **D** 11 **E** 12



K20. Cyfrą jedności pewnej liczby trzycyfrowej jest 2. Jeżeli cyfrę tę przeniesiemy na początek tej liczby, to otrzymamy liczbę trzycyfrową o 36 mniejszą. Jaka jest suma cyfr tej liczby?
A 4 **B** 10 **C** 7 **D** 9 **E** 5

PYTANIA PO 5 PUNKTÓW

K21. Basia buduje z jednakowych patyczków kolejno układanki zgodnie ze schematem widocznym na rysunku obok, na którym zaznaczono układanki o numerach 1, 2, 3. O ile więcej patyczków zużyła do układanki o numerze 31 niż do układanki o numerze 30?
A 124 **B** 148 **C** 61 **D** 254 **E** 120



K22. Pociąg składa się z lokomotywy i pięciu wagonów oznaczonych numerami: I, II, III, IV i V. Na ile sposobów można zestawić skład tego pociągu tak, aby wagon I był bliżej lokomotywy niż wagon II?
A 120 **B** 60 **C** 48 **D** 30 **E** 10

K23. Jaka jest pierwsza cyfra najmniejszej liczby naturalnej, której suma cyfr jest równa 2006?
A 1 **B** 3 **C** 5 **D** 6 **E** 8

K24. Mama wyprała Jasiowi skarpetki: 5 par czarnych, 10 par brązowych i 15 par szarych i poprosiła go, by poukładał swoje skarpetki w pary. Niestety, Jasio tego nie zrobił i wrzucił przemieszane skarpetki do koszyka. Dziś Jasio wybiera się na 7 odniową wycieczkę. Jaka jest najmniejsza liczba skarpetek, które powinien wyjąć, by mieć pewność, że każdego dnia wycieczki będzie mógł założyć dwie skarpetki w tym samym kolorze?
A 21 **B** 41 **C** 40 **D** 37 **E** 31

K25. Niech $x \geqslant y \geqslant z$ będą dodatnimi liczbami rzeczywistymi takimi, że $x+y+z=20{,}1$. Które z poniższych zdań jest prawdziwe?
A Zawsze $x \cdot y < 99$ **B** Zawsze $x \cdot y > 1$ **C** Zawsze $x \cdot y \neq 75$ **D** Zawsze $x \cdot y \neq 25$
E Żadne z poprzednich zdań nie jest prawdziwe

K26. Piotr pokonuje na rowerze trasę z miasta P do miasta Q ze stałą prędkością. Gdyby zwiększył prędkość o 3 m/s, to przybyłby do Q w czasie 3 razy krótszym. Ile razy krócej będzie jechał z P do Q, jeżeli zwiększy prędkość o 6 m/s?
A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 4,5 **E** 8

K27. Jeżeli iloczyn dwóch liczb całkowitych jest równy $2^5 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^3$, to ich suma
A może być podzielna przez 8 **B** może być podzielna przez 3 **C** może być podzielna przez 5 **D** może być podzielna przez 49
E nie może być podzielna przez żadną z liczb: 8, 3, 5, 49

K28. Figura przedstawiona obok składa się z 10 punktów.Jaką najmniejszą liczbę punktów należy usunąć z tej figury, aby żadne trzy punkty z pozostałych punktów nie były wierzchołkami trójkąta równobocznego?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

K29. Na poniższym rysunku w pierwszym wierszu umieszczono 11 kart i na każdej z nich 2 litery. Drugi wiersz powstał z pierwszego przez zmianę kolejności niektórych kart, przy czym nie ujawniono na nich dolnych liter.

M	I	S	S	I	S	S	I	P	P	I
K	I	L	I	M	A	N	J	A	R	O

P	S	I	S	I	M	I	S	S	P	I

Który z poniższych układów liter może wystąpić w dolnej linii drugiego wiersza?
A A N J A M K I L I O R **B** R L I I M K O J N A A **C** J A N A M K I L I R O
D R A O N J M I L I K A **E** A N M A I K O L I R J

K30. Różnica

$$(1^2+2^2+3^2+\cdots+2005^2)-(1\cdot 3+2\cdot 4+3\cdot 5+\cdots+2004\cdot 2006)?$$

jest równa
A 2000 **B** 2004 **C** 2005 **D** 2006 **E** 0

JUNIOR (klasy IX i X)

PYTANIA PO 3 PUNKTY

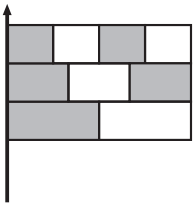
J1. Na osi liczbowej zaznaczono liczby 2006 i 6002. Liczbą jednakowo odległą od nich jest
A 3998 **B** 4000 **C** 4002 **D** 4004 **E** 4006

J2. Ile czterocyfrowych liczb, których wszystkie cztery cyfry są różne, dzieli się przez 2006?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

J3. Jaka jest najmniejsza liczba 10-cyfrowa, którą można utworzyć przez dopisanie do siebie w dowolnej kolejności sześciu liczb: 309, 41, 5, 7, 68 i 2?
A 1 234 567 890 **B** 2 309 241 568 **C** 3 097 568 241 **D** 2 309 415 687 **E** 2 309 416 857

J4. Ile razy od godziny 00:00 do godziny 23:59 zegarek elektroniczny pokaże wszystkie cztery cyfry 2, 0, 0 i 6 (w dowolnej kolejności)?
A 2 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 12

J5. Flagę tworzą trzy pasy jednakowej szerokości podzielone odpowiednio na dwie, trzy i cztery równe części (rysunek obok). Jaką część flagi zacieniowano?



A $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $\frac{3}{5}$ **D** $\frac{4}{7}$ **E** $\frac{5}{9}$

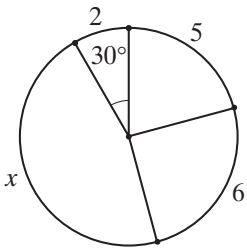
J6. Zegarek babci Jasia spieszy się o jedną minutę w ciągu godziny, a zegarek jego dziadka spóźnia się o jedną minutę w ciągu godziny. Wychodząc po wizycie z domu babci i dziadka, Jasio ustawił na ich zegarkach ten sam czas i powiedział, że odwiedzi ich ponownie, gdy różnica czasu na ich zegarkach będzie wynosiła dokładnie jedną godzinę. Po ilu godzinach Jasio ponownie odwiedzi babcię i dziadka?

A 12 h **B** 14 h 30 min **C** 30 h **D** 60 h **E** 90 h

J7. Jacek powiedział, że 25% jego książek to opowiadania, a $\frac{1}{9}$ to poezje. Wiadomo, że ma on co najmniej 50 książek, ale nie więcej niż 100. Ile książek ma Jacek?

A 50 **B** 56 **C** 64 **D** 72 **E** 93

J8. Okrąg podzielono na cztery łuki o długościach 2, 5, 6 i x. Kąt środkowy oparty na łuku długości 2 ma miarę 30°. Jaką wartość ma x?



A 7 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 11

J9. Pudełko czekoladek kosztuje 10 zł. W każdym pudełku znajduje się kupon. Za każde trzy kupony możemy otrzymać dodatkowe pudełko czekoladek gratis. Jaka jest największa liczba pudełek czekoladek, które możemy otrzymać za 150 zł?

A 15 **B** 17 **C** 20 **D** 21 **E** 22

J10. Liczby dodatnie a, b, c i d są takie, że

$$ab = 2, \quad bc = 3, \quad cd = 4, \quad de = 5.$$

Jaką wartość ma $\frac{e}{a}$?

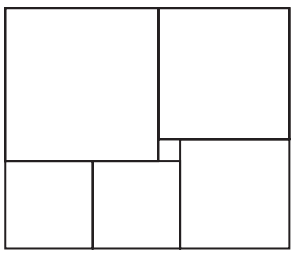
A $\frac{15}{8}$ **B** $\frac{5}{6}$ **C** $\frac{3}{2}$ **D** $\frac{4}{5}$ **E** Wartości tej nie można wyznaczyć

PYTANIA PO 4 PUNKTY

J11. Nietaktowny mężczyzna zapytał swoją sąsiadkę, ile ma lat. Sąsiadka odpowiedziała mu: „Jeśli będę żyła równo sto lat, to mój obecny wiek stanowi dwie trzecie czasu, jaki mi pozostał do przeżycia.“ Ile lat ma sąsiadka?

A 20 **B** 40 **C** 50 **D** 60 **E** 80

J12. Prostokąt na rysunku tworzy sześć kwadratów. Długość boku najmniejszego kwadratu jest równa 1. Jaką długość ma bok największego kwadratu?



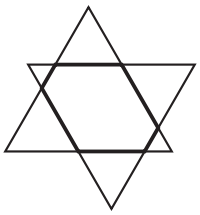
A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 8

J13. W diagramie obok każda litera oznacza cyfrę, przy czym różne litery oznaczają różne cyfry. Jaka cyfra może kryć się pod literą G?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

$$\begin{array}{r} K\,A\,N \\ +\,K\,A\,G \\ K\,N\,G \\ \hline 2\,0\,0\,6 \end{array}$$

J14. Podczas rozwiązywania jednego z zadań kangurowych, Basia zauważyła, że prawdziwe są następujące zdania:
1) Jeśli odpowiedź A jest prawdziwa, to odpowiedź B także jest prawdziwa.
2) Jeśli odpowiedź C nie jest prawdziwa, to odpowiedź B także nie jest prawdziwa.
3) Jeśli odpowiedź B nie jest prawdziwa, to ani odpowiedź D, ani E nie jest prawdziwa.
Którą odpowiedź powinna wybrać Basia?
A A **B** B **C** C **D** D **E** E

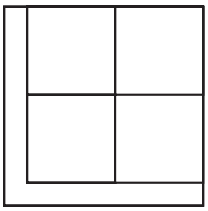
J15. Dwa trójkąty równoboczne o obwodach po 18 cm nałożono na siebie tak, że odpowiednie pary ich boków są do siebie równoległe. Jaki jest obwód sześciokąta oznaczonego pogrubioną linią?
A 11 **B** 12 **C** 13 **D** 14 **E** 15



J16. Napisano liczbę o możliwie największej liczbie cyfr, w której każde dwie sąsiednie cyfry tworzą dwucyfrową liczbę będącą kwadratem pewnej liczby naturalnej. Ile cyfr ma ta liczba?
A 5 **B** 4 **C** 3 **D** 6 **E** 10

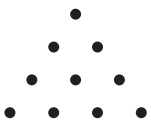
J17. W kartonie znajdują się dwukolorowe piłeczki: 15 czerwono-niebieskich, 12 niebiesko-zielonych i 9 zielono-czerwonych. Przy jakiej najmniejszej liczbie piłeczek wybranych losowo z kartonu mamy gwarancję, że na co najmniej siedmiu z nich widnieje ten sam kolor?
A 7 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 11

J18. Kwadrat o polu $125\,\text{cm}^2$ podzielono na pięć części o równych polach. Cztery z nich to kwadraty, a piąta to sześciokąt w kształcie litery L. Jaka jest długość najkrótszego boku tego sześciokąta?
A 1 **B** 1,2 **C** $2(\sqrt{5}-2)$ **D** $3(\sqrt{5}-1)$ **E** $5(\sqrt{5}-2)$



J19. Niech $x \geqslant y \geqslant z$ będą dodatnimi liczbami rzeczywistymi takimi, że $x + y + z = 20$. Które z poniższych zdań jest prawdziwe?
A Zawsze $x \cdot y < 99$ **B** Zawsze $x \cdot y > 1$ **C** Zawsze $x \cdot y \neq 25$ **D** Zawsze $x \cdot y \neq 75$
E Żadne z poprzednich zdań nie jest prawdziwe

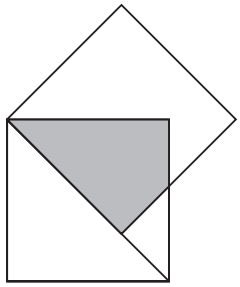
J20. Figura przedstawiona obok składa się z 10 punktów. Jaką najmniejszą liczbę punktów należy usunąć z tej figury, aby żadne trzy punkty z pozostałych punktów nie były wierzchołkami trójkąta równobocznego?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6



PYTANIA PO 5 PUNKTÓW

J21. Pociąg składa się z lokomotywy i pięciu wagonów oznaczonych numerami: I, II, III, IV i V. Na ile sposobów można zestawić skład tego pociągu tak, aby wagon I był bliżej lokomotywy niż wagon II?
A 120 **B** 60 **C** 48 **D** 30 **E** 10

J22. Kwadraty przedstawione na rysunku mają boki równe 1. Pole zacieniowanego czworokąta jest równe

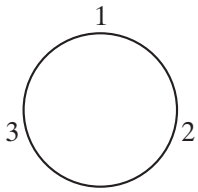


A $\sqrt{2}-1$ **B** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C** $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$
D $\sqrt{2}+1$ **E** $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

J23. Państwo Kowalscy mają kilkoro dzieci. Średnia wieku rodziny Kowalskich wynosi 18 lat. Natomiast średnia wieku wszystkich członków rodziny bez ojca, który ma 38 lat, jest równa 14 lat. Ile dzieci jest w rodzinie Kowalskich?

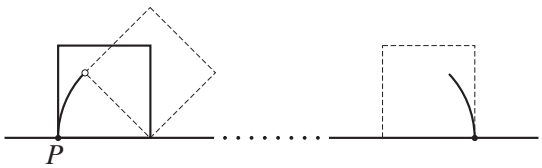
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

J24. Na okręgu rozmieszczono liczby: $1, 2, 3$. Pomiędzy każde dwie sąsiednie liczby wpisano ich sumy, otrzymując na okręgu sześć liczb: 1, 3, 2, 5, 3, 4. Operację wpisywania sum liczb sąsiednich powtórzono jeszcze trzy razy. W rezultacie otrzymano na okręgu 48 liczb. Ile wynosi ich suma?



A 162 **B** 1458 **C** 486 **D** 144 **E** 210

J25. Kwadrat o boku długości 10 „toczymy“ bez poślizgu wzdłuż prostej (patrz rysunek) tak długo, aż punkt P ponownie znajdzie się na tej prostej. Jaka jest długość drogi, którą zakreślił punkt P?



A 10π **B** $5\pi+5\pi\sqrt{2}$ **C** $10\pi+5\pi\sqrt{2}$ **D** $5\pi+10\pi\sqrt{2}$ **E** $10\pi+10\pi\sqrt{2}$

J26. Każdą ścianę sześcianu pomalowano jednym z sześciu ustalonych różnych kolorów. Na ile sposobów można to zrobić?

A 24 **B** 30 **C** 36 **D** 42 **E** 48

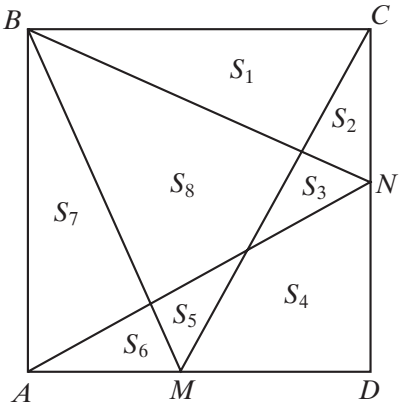
J27. Każda z liczb 257, 338 ma tę własność, że jeśli jej cyfry zapiszemy w odwrotnej kolejności, to otrzymamy liczbę od niej większą. Ile jest wszystkich liczb trzycyfrowych o tej własności?

A 124 **B** 252 **C** 280 **D** 288 **E** 360

J28. Liczba y jest sumą cyfr liczby x, a liczba z jest sumą cyfr liczby y. Ile liczb naturalnych x spełnia równość $x+y+z=60$?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Więcej niż 3

J29. Dany jest kwadrat $ABCD$. Odcinki, łączące punkty M i N z wierzchołkami kwadratu, dzielą go na osiem części, których pola są równe $S_1, S_2, \ldots, S_8$ (patrz rysunek). Które z poniższych wyrażeń zawsze jest równe S_8?
A $S_2 + S_4 + S_6$
B $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$
C $S_1 + S_4 + S_7$
D $S_2 + S_5 + S_7$
E $S_3 + S_4 + S_5$



J30. W spotkaniu piłkarskim drużyna gospodarzy objęła prowadzenie i nie straciła go do końca meczu. Mecz zakończył się zwycięstwem gospodarzy w stosunku 5 : 4. Na ile sposobów mogły padać bramki w tym meczu?
A 17 **B** 13 **C** 20 **D** 14 **E** 9

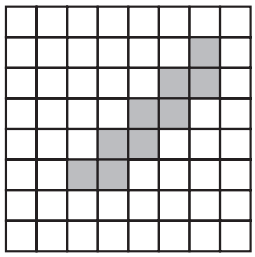
STUDENT (klasy XI i XII)

PYTANIA PO 3 PUNKTY

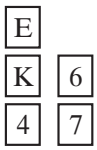
S1. Który z poniższych iloczynów jest największy?
A $2006 \cdot 2006$ **B** $2005 \cdot 2007$ **C** $2004 \cdot 2008$ **D** $2003 \cdot 2009$ **E** $2002 \cdot 2010$

S2. Iloma zerami kończy się dziesiętny zapis iloczynu kolejnych 2006 początkowych liczb pierwszych?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 9 **E** 26

S3. Przedstawiona na rysunku zacieniowana figura, zbudowana z 9 kwadracików jednostkowych, ma obwód równy 20. Ile co najwyżej kwadracików można do niej dołączyć, aby obwód nowo utworzonej figury był nadal równy 20?
A 0 **B** 7 **C** 18 **D** 12 **E** 16

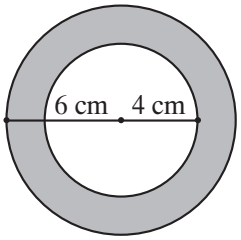


S4. Na stole leży pięć kart (patrz rysunek obok). Na jednej stronie każdej z nich jest napisana litera, na drugiej liczba. Kuba powiedział, że każda z tych kart ma tę własność, że jeżeli zapisana na niej litera jest samogłoską, to zapisana po drugiej stronie liczba jest parzysta. Alina chce sprawdzić, czy Kuba powiedział prawdę. Jaką najmniejszą liczbę kart musi w tym celu odwrócić?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5



S5. Dwa pociągi równej długości przejeżdżają obok siebie w przeciwnych kierunkach. Pierwszy z nich jedzie z prędkością 100 km/h, drugi z prędkością 120 km/h. Pasażer drugiego pociągu stwierdził, że pierwszy pociąg mijał go przez 6 sekund. Ile sekund mijał drugi pociąg stojącego przy oknie pasażera pierwszego pociągu?
A 5 s **B** 6 s **C** Tarp 6 s ir 7 s **D** 7 s **E** Nie można tego ustalić

S6. Marta ma dwa wisiorki wykonane z tego samego materiału, oba mają tę samą grubość i ważą tyle samo. Jeden z nich ma kształt pierścienia o promieniu wewnętrznym 4 cm i promieniu zewnętrznym 6 cm (patrz rysunek obok). Drugi wisiorek ma kształt koła. Ile centymetrów ma promień tego koła?
A 4 cm **B** $2\sqrt{6}$ cm **C** 5 cm **D** $2\sqrt{5}$ cm **E** $\sqrt{10}$ cm

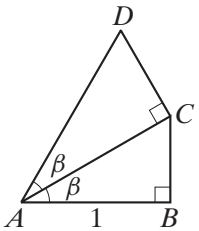


S7. Liczby a, b, c, d, e tworzą ciąg arytmetyczny. Wiadomo, że $b = 5{,}5$, $e = 10$. Jaką wartość ma a?
A 0,5 **B** 3 **C** 4 **D** 4,5 **E** 5

S8. Jeżeli $4^x = 9$ i $9^y = 256$, to ile jest równe $x \cdot y$?
A 2006 **B** 48 **C** 36 **D** 10 **E** 4

S9. Rozważamy wszystkie te 9-cyfrowe liczby naturalne, które utworzone są ze wszystkich cyfr od 1 do 9. Każdą z tych liczb zapisujemy na oddzielnej kartce, kartki te wkładamy do pudełka. Jaką najmniejszą liczbę kartek powinniśmy wyjąć z pudełka, aby mieć pewność, że na nich będą dwie liczby zaczynające się tą samą cyfrą?
A 9! **B** 8! **C** 72 **D** 10 **E** 9

S10. W figurze przedstawionej na rysunku obok zachodzą równości: $AB = 1$, $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$, $\angle CAB = \angle DAC = \beta$. Jaka jest długość odcinka AD?
A $\cos\beta + \operatorname{tg}\beta$ **B** $\dfrac{1}{\cos(2\beta)}$ **C** $\cos^2\beta$ **D** $\cos(2\beta)$ **E** $\dfrac{1}{\cos^2\beta}$



PYTANIA PO 4 PUNKTY

S11. Która z poniższych funkcji ma wykres symetryczny względem osi Oy?
A $y = x^2 + x$ **B** $y = x^2 \sin x$ **C** $y = x\cos x$ **D** $y = x\sin x$ **E** $y = x^3$

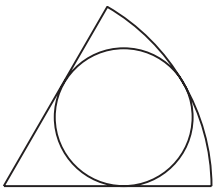
S12. Koło ruletki (uczciwej) jest podzielone na 37 jednakowych wycinków oznaczonych liczbami od 0 do 36. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kulka tej ruletki zatrzyma się na liczbie pierwszej?
A $\dfrac{5}{18}$ **B** $\dfrac{11}{37}$ **C** $\dfrac{11}{36}$ **D** $\dfrac{12}{37}$ **E** $\dfrac{1}{3}$

S13. Reszta z dzielenia liczby 1001 przez pewną liczbę jednocyfrową jest równa 5. Ile wynosi reszta z dzielenia 2006 przez tę samą liczbę jednocyfrową?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

S14. Promień przedstawionej na rysunku obok tarczy jest równy 20 cm. Łączna powierzchnia ciemniejszych obszarów jest równa polu powierzchni obszaru jaśniejszego. Ciemniejsze pola są ćwiartkami pewnego koła. Ile centymetrów ma promień tego koła?
A $10\sqrt{2}$ **B** $4\sqrt{5}$ **C** $\dfrac{20}{3}$ **D** 12,5 **E** 10

S15. Niech $a > b > c$ będą liczbami pierwszymi. Wiadomo, że $a+b+c = 78$ oraz $a-b-c = 40$. Ile jest równe abc?
A 438 **B** 590 **C** 1062 **D** 1239 **E** 2006

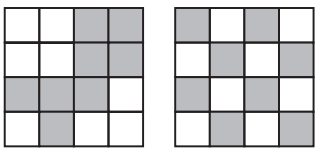
S16. W figurze przedstawionej na rysunku obok stosunek promienia wycinka koła do promienia wpisanego w niego koła jest równy 3 : 1. Stosunek pól tych figur jest równy
A 3 : 2 **B** 4 : 3 **C** $\sqrt{3}$: 1 **D** 2 : 1 **E** 9 : 1



S17. W rozgrywkach ligi kangurowej uczestniczyło 16 drużyn. Każda z nich rozegrała po jednym meczu z każdą inną. Zwycięzca meczu otrzymywał 1 punkt, pokonany 0 punktów, remisy nie były możliwe. Po zakończeniu rozgrywek okazało się, że liczby punktów zdobytych przez te 16 drużyn tworzą ciąg arytmetyczny. Ile punktów zdobyła drużyna, która zajęła w rozgrywkach ostatnie miejsce?
A 3 **B** 2 **C** 1 **D** Opisana sytuacja jest niemożliwa **E** Inna liczba

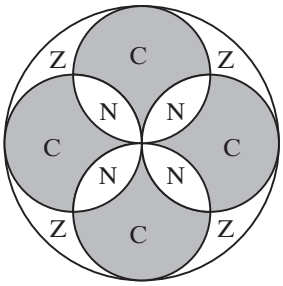
S18. W ubiegłym roku liczba chłopców śpiewających w szkolnym chórze była o 30 większa niż liczba dziewcząt. W roku bieżącym liczebność chóru wzrosła o 10%, przy czym liczba dziewcząt w tym chórze wzrosła o 20%, a liczba chłopców wzrosła o 5%. Ilu uczniów śpiewa w chórze w tym roku?
A 88 **B** 99 **C** 110 **D** 121 **E** 132

S19. Tabliczka o wymiarach 4×4 jest pokryta 16 kwadratowymi płytkami o wymiarach 1×1 w kolorach czarnym i białym (patrz rysunek 1). Przekształcamy tę tabliczkę według następującej reguły: w jednym ruchu zamieniamy miejscami dwie dowolne płytki leżące albo w tym samym wierszu, albo w tej samej kolumnie.



Jaka jest najmniejsza liczba ruchów, które należy wykonać, aby uzyskać układ przedstawiony na rysunku 2?
A Jest to niemożliwe **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

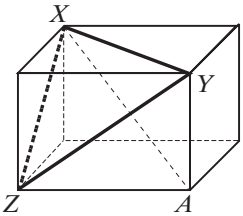
S20. Rysunek obok przedstawia kościelny witraż. Literami C, N, Z oznaczono odpowiednio szkło koloru czerwonego, niebieskiego i zielonego. Wiadomo, że powierzchnia szkła zielonego w tym witrażu jest równa $400\,\text{cm}^2$. Powierzchnia szkła niebieskiego w tym witrażu, wyrażona w centymetrach kwadratowych, jest równa
A 120π **B** $90\sqrt{2}\pi$ **C** 382 **D** 396 **E** 400



PYTANIA PO 5 PUNKTÓW

S21. Niech a, b będą liczbami rzeczywistymi większymi niż 1. Które z poniższych wyrażeń ma największą wartość?
A $\dfrac{a}{b-1}$ **B** $\dfrac{a}{b+1}$ **C** $\dfrac{2a}{2b+1}$ **D** $\dfrac{2a}{2b-1}$ **E** $\dfrac{3a}{3b+1}$

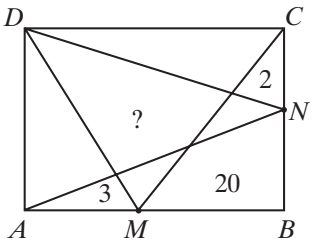
S22. Rysunek obok przedstawia prostopadłościan. Długości przekątnych ścian wynoszą: $XZ = \sqrt{55}$, $XY = 8$, $YZ = 9$. Jaka jest długość przekątnej AX tego prostopadłościanu?
A $\sqrt{90}$ **B** 10 **C** $\sqrt{120}$ **D** 11 **E** $10\sqrt{2}$



S23. Dla ilu wartości rzeczywistych parametru b równanie $x^2 - bx + 80 = 0$ ma dwa różne rozwiązania będące dodatnimi parzystymi liczbami całkowitymi?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Dla nieskończenie wielu

S24. W ilu niepustych podzbiorach zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, 12\}$ suma elementu najmniejszego i elementu największego jest równa 13?
A 1024 **B** 1175 **C** 1365 **D** 1785 **E** 4095

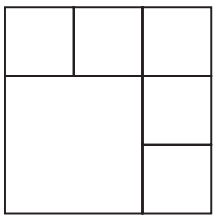
S25. Dany jest prostokąt $ABCD$. Odcinki poprowadzone z punktów M i N do wierzchołków prostokąta dzielą ten prostokąt na osiem części. Na rysunku zaznaczono pola trzech z nich. Jakie jest pole części oznaczonej pytajnikiem?
A 20 **B** 21 **C** 25 **D** 26
E Nie można tego jednoznacznie stwierdzić



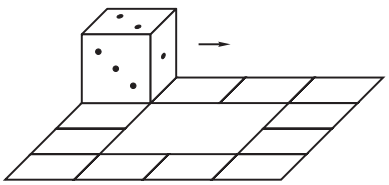
S26. Janek ma 10 kartek, na pięciu kartkach zapisuje literę A, a na pięciu pozostałych — literę B. Kartki odwraca i kładzie losowo na stole jedną obok drugiej. Wiedząc, że liter A i B jest po równo, doświadczona kangurystka Anka oznajmiła, że potrafi zapisać na widocznej stronie każdej kartki albo literę A, albo literę B tak, że na obu stronach najmniej 4 kartek będzie zapisana ta sama litera. Na ile sposobów może to wykonać?
A 5^5 **B** 255 **C** 2 **D** 10 **E** 22

S27. Paweł wybrał jedną liczbę z pewnego ciągu dziesięciu kolejnych liczb naturalnych. Suma pozostałych dziewięciu liczb tego ciągu jest równa 2006. Jaką liczbę wybrał Paweł?
A 218 **B** 219 **C** 220 **D** 225 **E** 227

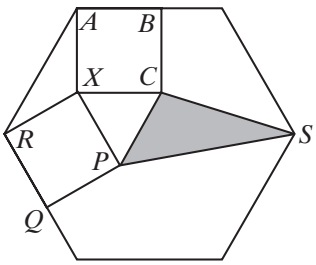
S28. Na ile sposobów można wpisać w pola diagramu przedstawionego na rysunku obok liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6 tak, aby w żadnych dwóch sąsiadujących polach liczby nie różniły się o 3? (Pola diagramu stykające się jedynie wierzchołkami nie są sąsiadujące).
A $3 \cdot 2^5$ **B** 3^6 **C** 6^3 **D** $2 \cdot 3^5$ **E** $3 \cdot 5^2$



S29. Prawidłowa kostka do gry jest umieszczona na planszy w sposób pokazany na rysunku obok. Kostka ta może być toczona wzdłuż trasy zbudowanej z 12 kwadracików w zaznaczonym na rysunku kierunku. Ile razy powinna pokonać całą trasę, by po raz pierwszy powrócić do pozycji wyjściowej z oczkami rozmieszczonymi tak jak na początku?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4
E Powtórzenie pozycji jest niemożliwe



S30. Na rysunku obok przedstawiony jest sześciokąt foremny o boku $\sqrt{3}$. Czworokąty $XABC$ i $QPXR$ są kwadratami. Jakie jest pole zacieniowanego trójkąta CPS?
A $\frac{5-\sqrt{3}}{4}$ **B** $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ **C** $\frac{\sqrt{3}}{4}$
D $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$ **E** $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

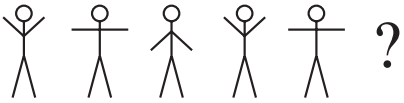


Questions of Kangaroo 2006

MINOR (grades 3 and 4)

3-POINT QUESTIONS

M1. Betty keeps drawing three different figures in the same order. Which figure should be the next?

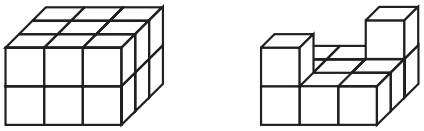


A **B** **C** **D** **E**

M2. What is the value of $2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 6 + 2006$?

A 0 **B** 2006 **C** 2014 **D** 2018 **E** 4012

M3. How many cubes have been taken from the block?
A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 9



M4. Kate's birthday was yesterday. Tomorrow is Thursday. What day was Kate's birthday?

A Tuesday **B** Wednesday **C** Thursday **D** Saturday **E** Monday

M5. Ivo was playing "Darts". He had 10 arrows. For each throw at the centre he gained two additional arrows. Ivo made 20 throws. How many times did he hit the centre?

A 6 **B** 8 **C** 10 **D** 5 **E** 4

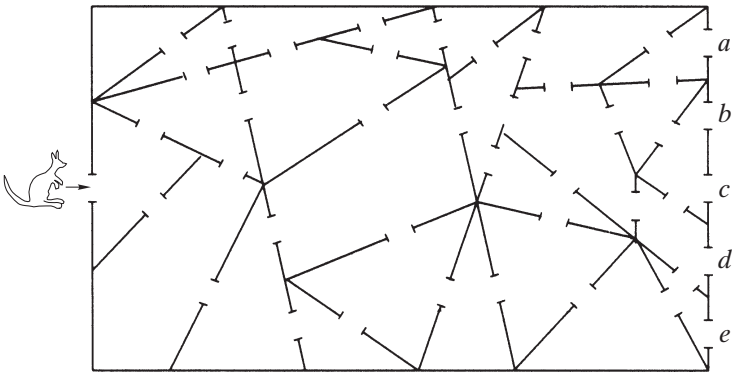
M6. Four people can sit at a square table. For the school party the students put together 7 square tables in order to make one long rectangular table. How many people could sit at this long table?

A 14 **B** 16 **C** 21 **D** 24 **E** 28

M7. In his purse Stan has a note of 5 euros, a coin of 1 euro and one coin of 2 euros. Which of the following amounts Stan can not pay without change?

A 3 euros **B** 4 euros **C** 6 euros **D** 7 euros **E** 8 euros

M8. A kangaroo enters a building. He only passes through triangular rooms. Where does he leave the building?



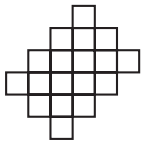
A *a* **B** *b* **C** *c* **D** *d* **E** *e*

4-POINT QUESTIONS

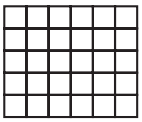
M9. On the left side of Main Street one will find the housenumbers 1, 3, 5,..., 19. On the right side the housenumbers are 2, 4, 6,...., 14. How many houses are there on Main Street?

A 8 **B** 16 **C** 17 **D** 18 **E** 33

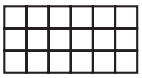
M10. From which rectangular can you cut the figure shown on the right side out?



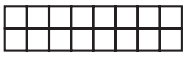
A



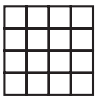
B



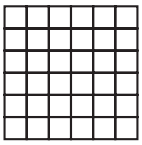
C



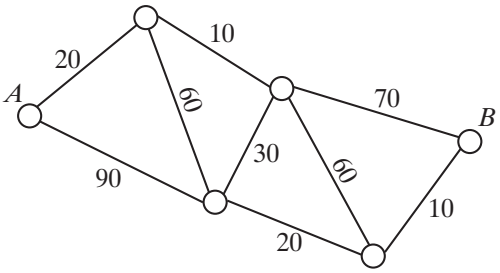
D



E

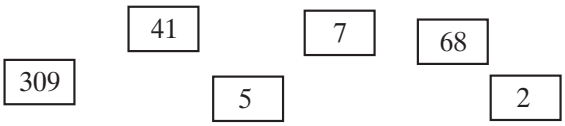


M11. Numbers in the picture are ticket prices between neighbouring towns. Peter wants to go from *A* to *B* as cheaply as possible. What is the lowest price he has to pay?



A 90 **B** 100 **C** 110 **D** 180 **E** 200

M12. Six numbers are written on the following cards, as shown.



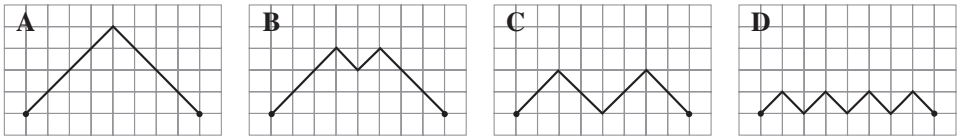
What is the smallest number you can form with the given cards?

A 1234567890 **B** 1023456789 **C** 3097568241 **D** 2309415687
E 2309415678

M13. Six weights – 1g, 2g, 3g, 4g, 5g and 6g – were sorted into three boxes, two weights in every box. The weights in the first box weigh 9 grams together and those in the second box weigh 8 grams. What weights are in the third box?

A 5g and 2g **B** 6g and 1g **C** 3g and 1g **D** 4g and 2g **E** 4g and 3g

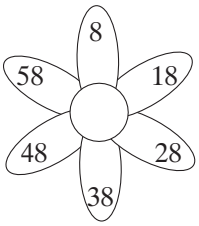
M14. Between two points four routes are drawn. Which route is the shortest?



E All routes are equal

M15. In the picture you can see a number flower. Mary pulled out all the leaves with numbers which give remainder 2 when divided by 6. What is the sum of the numbers on the leaves that Mary pulled out?

A 46 **B** 66 **C** 84 **D** 86 **E** 114

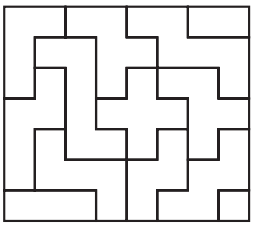


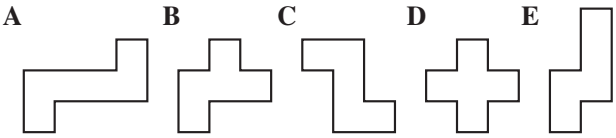
M16. Four crows sit on the fence. Their names are Dana, Hana, Lena and Zdena. Dana sits exactly in the middle between Hana and Lena. The distance between Hana and Dana is the same as the distance between Lena and Zdena. Dana sits 4 metres from Zdena. How far does Hana sit from Zdena?

A 5 m **B** 6 m **C** 7 m **D** 8 m **E** 9 m

5-POINT QUESTIONS

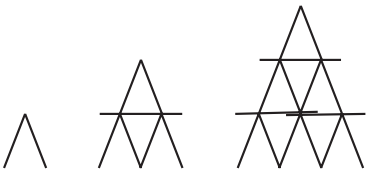
M17. You can move or rotate each shape as you like, but you are not allowed to flip them over. What shape is not used in the puzzle?





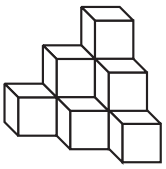
M18. John is building houses of cards. On the picture there are houses of one, two, and three layers that John built. How many cards does he need to build a 4-layer house?

A 23 **B** 24 **C** 25 **D** 26 **E** 27



M19. The structure shown in the picture is glued together from 10 cubes. Roman painted the entire structure, including the bottom. How many faces of the cubes are painted?

A 18 **B** 24 **C** 30 **D** 36 **E** 42



M20. Irena, Ann, Kate, Olga and Elena live in the same house: two of the girls live on the first floor, three of them on the second floor. Olga lives on a different floor from Kate and Elena. Ann lives on a different floor from Irena and Kate. Who is living on the first floor?

A Kate and Elena **B** Irena and Elena **C** Irena and Olga
D Irena and Kate **E** Ann and Olga

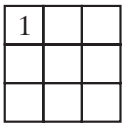
M21. In the expression $2006 * 2005 * 2004 * 2003 * 2002$ instead of each asterisk $+$ or $-$ can be written. Which result is impossible?

A 2004 **B** 2005 **C** 2006 **D** 2008 **E** 2010

M22. During some month, 5 Mondays occurred. Then this month could not have

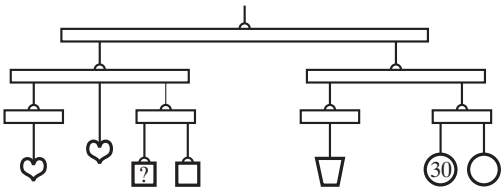
A 5 Saturdays **B** 5 Sundays **C** 5 Tuesdays **D** 5 Wednesdays
E 5 Thursdays

M23. In each of the nine cells of the square we will write down one of the digits 1, 2 or 3. We will do this in such a way that in each horizontal row and vertical column each of the digits 1, 2 and 3 will be written. In the upper left cell we will start with 1. How many different squares can we then make?



A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 8

M24. A child's toy hangs from the ceiling and it is in balance at all places. The same shapes have the same weight. The weight of a circle is 30 grams. What is the weight of a square?



A 10 **B** 20 **C** 30 **D** 40 **E** 50

BENJAMIN (grades 5 and 6)

3-POINT QUESTIONS

B1. $3 \cdot 2006 = 2005 + 2007 + x$. Find x.
A 2005 **B** 2006 **C** 2007 **D** 2008 **E** 2009

B2. Six numbers are written on the following cards, as shown:

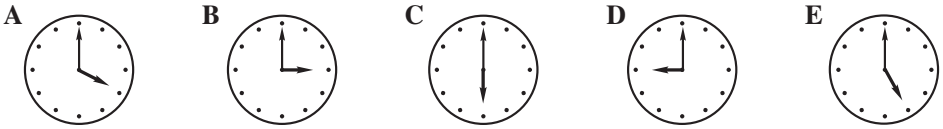
What is the largest number you can form with the given cards?

A 9 876 543 210 **B** 4 130 975 682 **C** 3 097 568 241 **D** 7 903 684 152 **E** 7 685 413 092

B3. Four people can sit at a square table. For the school party the students put together 10 square tables in order to make one long table. How many people could sit at this long table?
A 40 **B** 32 **C** 30 **D** 22 **E** 20

B4. A ball and a dumb-bell cost 90 Lt, and 3 balls and 2 dumb-bells cost 240 Lt. How much does one ball cost?
A 130 Lt **B** 60 Lt **C** 50 Lt **D** 40 Lt **E** 30 Lt

B5. Choose the picture where the angle between the hands of a watch is 150°.

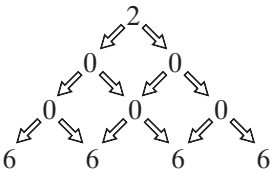


B6. On the left side of Main Street one will find all odd housenumbers from 1 to 39. On the right side the housenumbers are all the even numbers from 2 to 34. How many houses are there on Main Street?

A 37 **B** 38 **C** 28 **D** 36 **E** 73

B7. With how many ways one can get a number 2006 while following the arrows on the figure?

A 12 **B** 11 **C** 10 **D** 8 **E** 6

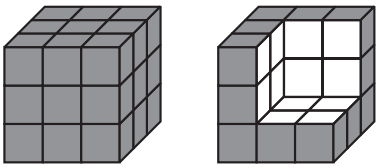


B8. One half of one hundredth is

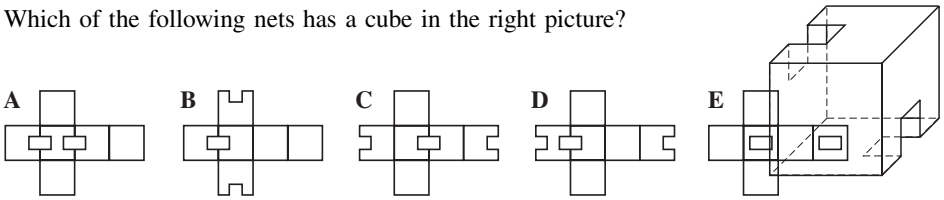
A 0.005 **B** 0.002 **C** 0.05 **D** 0.02 **E** 0.5

B9. We need 9 kg of ink (in kilograms) to paint the whole cube. How much ink do you need to paint the white surface?

A 2 **B** 3 **C** 4.5 **D** 6 **E** 7



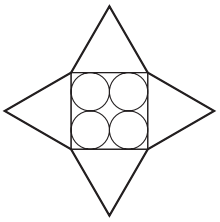
B10. Which of the following nets has a cube in the right picture?



4-POINT QUESTIONS

B11. What is the perimeter of the star (in centimetres) if you know that the star on the picture is formed by four equal circles with radius 5 cm, one square and four equilateral triangles?

A 40 **B** 80 **C** 120 **D** 160 **E** 240

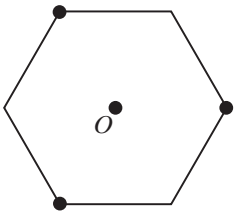


B12. What is the difference between the sum of the first 1000 strictly positive even numbers and the sum of the first 1000 positive odd numbers?

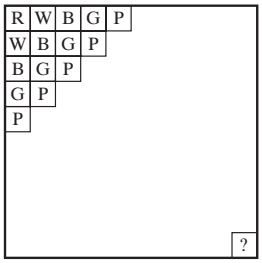
A 1 **B** 1002 **C** 500 **D** 1000 **E** 2000

B13. A paper in the shape of a regular hexagon, as the one shown, is folded in such a way that the three marked corners touch each other at the centre of the hexagon. What is the obtained figure?

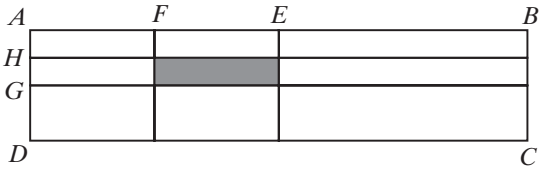
A Six corner star **B** Dodecagon **C** Hexagon
D Square **E** Triangle



B14. A square consists of 10 by 10 little squares. Those little squares are coloured in diagonals: red, white, blue, green, purple, red, white, blue,...What will be the colour of the square in the right corner below?
A Red **B** White **C** Blue **D** Green **E** Purple



B15. $|AB| = 4\,\text{m}$, $|BC| = 1\,\text{m}$. E is a midpoint of AB, F is a midpoint of AE, G is a midpoint of AD and H is a midpoint of AG. The area of the black rectangle is equal to:



A $\frac{1}{4}\,\text{m}^2$ **B** $1\,\text{m}^2$ **C** $\frac{1}{8}\,\text{m}^2$
D $\frac{1}{2}\,\text{m}^2$ **E** $\frac{1}{16}\,\text{m}^2$

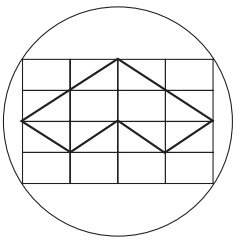
B16. Which will be the result?

$$
\begin{array}{rrrrrrrrrrr}
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & & & & & & & & 1 & 1 & 1 \\
+ & & & & & & & & & 1 & 1 \\
- & & & & & & & & & & 1 \\
\hline
\end{array}
$$

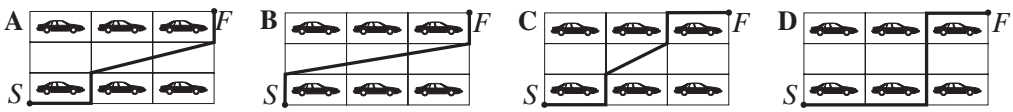
A 111 111 111
B 1 010 101 010
C 100 000 000
D 999 999 999
E 1 000 000 000

B17. How many different cubes exists if 3 sides are blue and 3 sides are red?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

B18. The diameter of the circle from the picture is 10 cm. What is the perimeter of the figure which is marked with double line, if the rectangles in the picture are coincident?
A 8 cm **B** 16 cm **C** 20 cm **D** 25 cm **E** 30 cm



B19. Six cars are parked on a parking. Someone wants to move from S to F. His route must be as short as possible. Which of the following routes is the shortest?



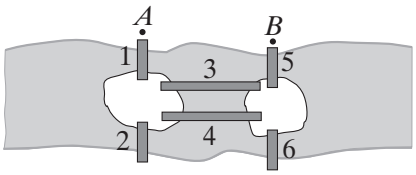
E All routes are equal

B20. In a segment OE with $OE = 2006$, we put points A, B, C such that $OA = BE = 1111$ and $OC = 70\,\%$ of OE. Which is the order in which we will see the points, from O until E?
A A, B, C **B** A, C, B **C** C, B, A **D** B, C, A **E** B, A, C

5-POINT QUESTIONS

B21. A rod of length 15 dm was divided into the greatest possible number of pieces of different integer lengths in dm. The number of cuts is:
A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 15

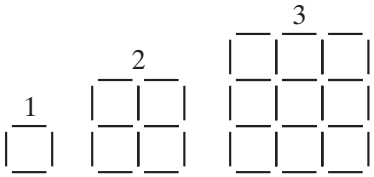
B22. A river goes through a city and there are two islands. There are also six bridges how it is shown in the attached image. How many paths there are going out of a shore of the river (point A) and come back (to point B) after having spent one and only one time for each bridge?
A 0 **B** 2 **C** 4 **D** 6 **E** More than 6



B23. Which set of three numbers represents three dots with the same space in between, if you plot them on a number line?
A $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$ **B** 12; 21; 32 **C** 0.3; 0.7; 1.3 **D** $\frac{1}{10}$; $\frac{9}{80}$; $\frac{1}{8}$ **E** 24; 48; 64

B24. Ann calculated the sum of the greatest and the least two-digit multiples of three. Bob calculated the sum of the greatest and the least two-digit numbers that are not multiples of three. The number of Ann is greater than the number of Bob by how much?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

B25. Belinda is building squares with matches adding small squares that it already has built according to the schema of the figure. How many matches does she have to add to the 30th square to build the 31st?
A 148 **B** 61 **C** 254 **D** 120 **E** 124

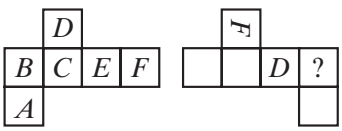


B26. The natural numbers from 1 to 2006 are written down on the blackboard. Peter underlined all numbers divisible by 2, then all numbers divisible by 3, and then all numbers divisible by 4. How many numbers are underlined precisely twice?
A 1003 **B** 668 **C** 501 **D** 334 **E** 167

B27. What is the smallest number of dots that need to be removed from the pattern shown, so that no three of the remaining dots are at the vertices of an equilateral triangle?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

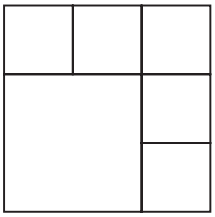
B28. Three friends, Alex, Ben and Charlie, were together 15 times in the swimming pool. Alex bought the tickets for all of them 8 times, and Ben — 7 times. Charlie pays his share by using 30 coins, all of the same value. The right way to distribute the coins is
A 22 to Alex and 8 to Ben **B** 20 to Alex and 10 to Ben
C 15 to Alex and 15 to Ben **D** 16 to Alex and 14 to Ben
E 18 to Alex and 12 to Ben

B29. On the faces of a cube are written letters. First figure represents one possibility of its net. What letter should be written instead of the question mark in the other version of its net?



A A **B** B **C** C **D** E **E** Impossible to determine

B30. In how many ways can all the numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6 be written on the squares of the picture (one on each square) so that there are no adjacent squares in which the difference of the numbers written is 3? (Squares that share only a corner are not considered adjacent.)
A $3 \cdot 2^5$ **B** 3^6 **C** 6^3 **D** $2 \cdot 3^5$ **E** $3 \cdot 5^2$



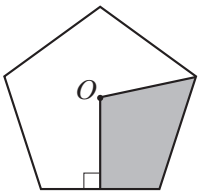
CADET (grades 7 and 8)

3-POINT QUESTIONS

C1. The contest Kangaroo in Europe has taken place every year since 1991. So, the contest Kangaroo in 2006 is the
A 15th **B** 16th **C** 17th **D** 13th **E** 14th

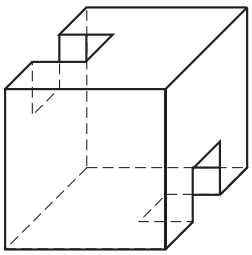
C2. $20 \cdot (0 + 6) - (20 \cdot 0) + 6 =$
A 0 **B** 106 **C** 114 **D** 126 **E** 12

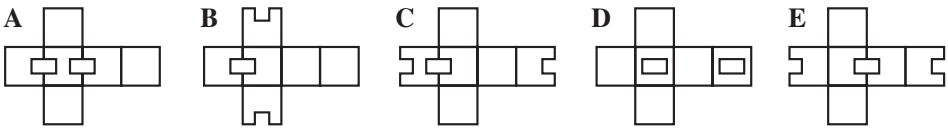
C3. The point O is the centre of a regular pentagon. How much of the pentagon is shaded?
A 10% **B** 20% **C** 25% **D** 30% **E** 40%



C4. Granny told her grandchildren: "If I bake 2 pies for each of you, I'll have enough pastry left for 3 more pies. But I won't be able to bake 3 pies for each of you, as I'll have no pastry left for the last 2 pies." How many grandchildren does Granny have?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

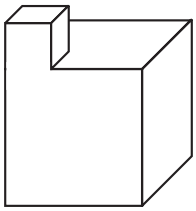
C5. Which of the following nets has a cube in the right picture?





C6. An interview of 2006 schoolchildren revealed that 1500 of them participated in the *Kangaroo* contest, 1200 – in the *Beaver* contest. How many from the interviewed children participated in both competitions, if 6 of them did not participate in either of the competitions?
A 300 **B** 500 **C** 600 **D** 700 **E** 1000

C7. The solid in the picture is created from two cubes. The small cube with edges 1 cm long is placed on the top of a bigger cube with edges 3 cm long. What is the surface area of this solid?



A $56\,\text{cm}^2$ **B** $58\,\text{cm}^2$ **C** $59\,\text{cm}^2$ **D** $60\,\text{cm}^2$ **E** $64\,\text{cm}^2$

C8. A bottle that can hold $\frac{1}{3}$ litre is $\frac{3}{4}$ full. How much will it contain after $\frac{1}{5}\,\ell$ has been poured out of it?

A $\frac{1}{20}\,\ell$ **B** $\frac{3}{40}\,\ell$ **C** $0.13\,\ell$ **D** $\frac{1}{8}\,\ell$ **E** It will be empty

C9. Two sides of a triangle are each 7 cm long. The length of the third side is an integer number of centimeters. At most how many centimeters does the perimeter of the triangle measure?

A 14 cm **B** 15 cm **C** 21 cm **D** 27 cm **E** 28 cm

C10. A rod of length 21 dm was divided into the greatest possible number of pieces of different integer lengths in dm. The number of cuts is:

A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 20

4-POINT QUESTIONS

C11. If it's blue, it's round.
If it's square, it's red.
It's either blue or yellow.
If it's yellow, it's square.
It's either square or round.
That means:

A It's red **B** It's red and round **C** It's a blue and square
D It's blue and round **E** It's yellow and round

C12. Three Tuesdays of a month fall on even dates. What day of a week was the 21st day of this month?

A Wednesday **B** Thursday **C** Friday **D** Saturday **E** Sunday

C13. Alex, Hans and Stan saved money to buy a tent for a camping trip. Stan saved 60 % of the price. Alex saved 40 % of what was left of the price. This way Hans' share of the price was 30 euros. What was the price of the tent in euros?

A 50 **B** 60 **C** 125 **D** 150 **E** 200

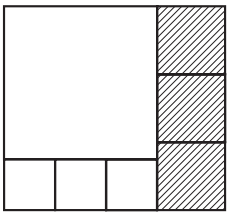
C14. Several aliens are travelling through the space in their rocket STAR 1. They are of three colours: green, orange or blue. Green aliens have two tentacles, orange aliens have three tentacles and blue aliens have five tentacles. In the spaceship there are as many green aliens as orange ones and 10 more blue ones than green ones. Altogether they have 250 tentacles. How many blue aliens are travelling in the rocket?

A 15 **B** 20 **C** 25 **D** 30 **E** 40

C15. If kangaroo Jumpy pushes himself with his left leg, he will jump on 2 m, if he pushes with the right leg, he will jump on 4 m, and if he pushes with both legs, he will jump on 7 m. What the least number of jumps should Jumpy make to cover a distance of exactly 1000 m?

A 140 **B** 144 **C** 175 **D** 176 **E** 150

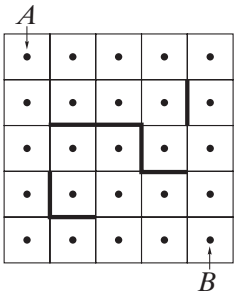
C16. A rectangle on the right is divided into 7 squares. The sides of the grey squares are all 8. What is the side of the great white square?
A 16 **B** 18 **C** 20 **D** 24 **E** 30



C17. Which number when squared is increased by 500%?
A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 10

C18. How many isosceles triangles with area 1 have a side of length 2?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

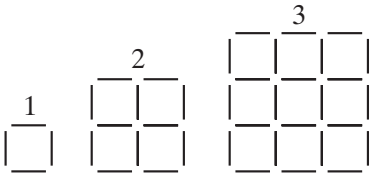
C19. Max and Moritz have drawn a square 5×5 and marked the centres of the small squares. Afterwards, they draw obstacles and then find out in how many ways it is possible to go from A to B using the shortest way avoiding the obstacles and going from centre to centre only vertically and horizontally. How many shortest paths are there from A to B under these conditions?
A 6 **B** 8 **C** 9 **D** 11 **E** 12



C20. The last digit of a three-digit number is 2. If we move the last digit to the front, the number is reduced by 36. What is the sum of digits of the original number?
A 4 **B** 10 **C** 7 **D** 9 **E** 5

5-POINT QUESTIONS

C21. Belinda is making patterns with toothpicks according to the schema of the figure. How many toothpicks does Belinda add to the 30th pattern to make the 31st?
A 124 **B** 148 **C** 61 **D** 254 **E** 120



C22. A train is composed of five wagons, I, II, III, IV and V, pulled by a locomotive. In how many ways can the train be composed so that the wagon I is nearer the locomotive than the wagon II?
A 120 **B** 60 **C** 48 **D** 30 **E** 10

C23. What is the first digit of the smallest positive integer that has the sum of its digits equal to 2006?
A 1 **B** 3 **C** 5 **D** 6 **E** 8

C24. Mother asks her sun little John to make pairs from his socks after washing, but he didn't do that. He put his socks – 5 pairs of black, 10 pairs of brown and 15 pairs of grey socks – mixed in a box. John want to go to a 7-day trip. What is the smallest number of socks has he to take out to guarantee that he will have at least 7 pairs of socks, all of the same colour?
A 21 **B** 41 **C** 40 **D** 37 **E** 31

C25. The three positive numbers x, y, z satisfy the conditions $x \geqslant y \geqslant z$, $x + y + z = 20.1$. Which of the answers is true?
A Always $x \cdot y < 99$ **B** Always $x \cdot y > 1$ **C** Always $x \cdot y \neq 75$ **D** Always $x \cdot y \neq 25$
E None of the above

C26. Peter rides a bicycle from point P to point Q with a constant speed. If he increases his speed by 3 m/s, he will arrive to Q 3 times faster. How many times faster will Peter arrive to Q, if he increases his speed by 6 m/s?
A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 4.5 **E** 8

C27. If the product of two integers equals

$$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^3,$$

then their sum
A can be divisible by 8 **B** can be divisible by 3 **C** can be divisible by 5
D can be divisible by 49 **E** cannot be divisible by 8, 3, 5, 49

C28. What is the smallest number of dots that need be removed from the pattern shown, so that no three of the remaining dots are at the vertices of an equilateral triangle?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

C29. The first row shows 11 cards, each with two letters. The second row shows rearangement of the cards.

M/K	I/I	S/L	S/I	I/M	S/A	S/N	I/J	P/A	P/R	I/O

P	S	I	S	I	M	I	S	S	P	I

Which of the following could appear on the bottom line of the second row?
A ANJAMKILIOR **B** RLIIMKOJNAA **C** JANAMKILIRO
D RAONJMILIKA **E** ANMAIKOLIRJ

C30. Find the value $x-y$, if $x = 1^2+2^2+3^2+\ldots+2005^2$ and $y = 1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+\ldots+2004\cdot2006$.
A 2000 **B** 2004 **C** 2005 **D** 2006 **E** 0

JUNIOR (grades 9 and 10)

3-POINT QUESTIONS

J1. What is halfway between 2006 and 6002?
A 3998 **B** 4000 **C** 4002 **D** 4004 **E** 4006

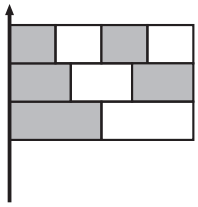
J2. How many four-digit numbers whose four digits are distinct are divisible by 2006?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

J3. What is the least 10-digit number that can be obtained by putting together the following six numbers one after another: 309, 41, 5, 7, 68, and 2?
A 1 234 567 890 **B** 2 309 241 568 **C** 3 097 568 241 **D** 2 309 415 687 **E** 2 309 416 857

J4. How many times between 00:00 and 23:59 does an electronic watch show all the four digits 2, 0, 0 and 6 in any order?
A 2 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 12

J5. A flag consists of three stripes of equal width, which are divided into two, three and four equal parts, respectively. What fraction of the area of the flag is coloured grey?

A $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $\frac{3}{5}$ **D** $\frac{4}{7}$ **E** $\frac{5}{9}$



J6. My Grandma's watch gains one minute every hour. My Grandpa's watch loses one minute every hour. When I left their house I synchronised their watches and told them I would return when the difference between the times on their watches is exactly one hour. How long will it be before I return?

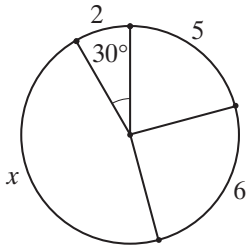
A 12 h **B** 14 h 30 min **C** 30 h **D** 60 h **E** 90 h

J7. Peter says that 25% of his books are novels, and $\frac{1}{9}$ of them are poetry. Given that he has between 50 and 100 books, how many books does he have?

A 50 **B** 56 **C** 64 **D** 72 **E** 93

J8. A circle is divided into four arcs of length 2, 5, 6, x. Find the value of x, if the arc of length 2 subtends an angle of 30° at the centre.

A 7 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 11



J9. One packet of Chocofruit candies costs 10 crowns. There is a coupon inside every packet. For three coupons you get another packet of Chocofruit candies. How many packets of Chocofruit candies can you get for 150 crowns?

A 15 **B** 17 **C** 20 **D** 21 **E** 22

J10. The numbers a, b, c, d and e are positive, such that $ab = 2$, $bc = 3$, $cd = 4$, $de = 5$. What is the value of $\frac{e}{a}$?

A $\frac{15}{8}$ **B** $\frac{5}{6}$ **C** $\frac{3}{2}$ **D** $\frac{4}{5}$ **E** Impossible to determine

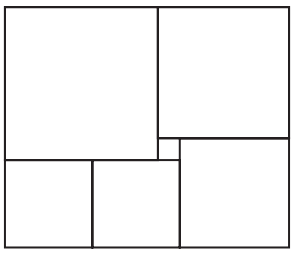
4-POINT QUESTIONS

J11. A tactless person asked Lady Agnes how old she is. Lady Agnes replied: "If I live to be one hundred, then my age is two thirds of my remaining time." How old is Lady Agnes?

A 20 **B** 40 **C** 50 **D** 60 **E** 80

J12. The rectangle in the picture is divided into six squares. The length of the sides of the smallest square is 1. What is the length of the sides of the largest square?

A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 8



J13. Each letter represents a different digit, and each digit a different letter. What digit could G represent?

$$\begin{array}{r} K\ A\ N \\ +\ K\ A\ G \\ K\ N\ G \\ \hline 2\ 0\ 0\ 6 \end{array}$$

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

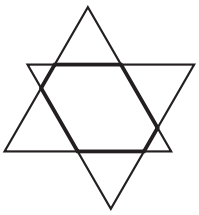
J14. While Nick is solving one of the *Kangaroo* problems he makes the following correct conclusions:

1) If answer A is true, then answer B is also true.
2) If answer C is not true, then answer B is also not true.
3) If answer B is not true, then neither D nor E is true.

Which of the answers to the problem is true? (Recall that for any Kangaroo problem exactly one answer is true.)

A A **B** B **C** C **D** D **E** E

J15. Two identical equilateral triangles with perimeters 18 are overlapped with their respective sides parallel. What is the perimeter of the resulting hexagon?



A 11 **B** 12 **C** 13 **D** 14 **E** 15

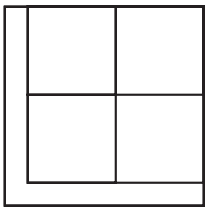
J16. What is the maximum number of digits that a number could have if every pair of consecutive digits is a perfect square?

A 5 **B** 4 **C** 3 **D** 6 **E** 10

J17. A box contains 36 balls: 15 balls are coloured red-blue (half red, half blue), 12 balls are coloured blue-green and 9 balls are coloured green-red. What is the smallest number of balls that must be selected to guarantee that you have at least seven balls that share a colour?

A 7 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 11

J18. A square of area 125 cm^2 was divided into five parts of equal area – four squares and one L-shaped figure as shown in the picture. Find the length of the shortest side of the L-shaped figure.



A 1 **B** 1.2 **C** $2(\sqrt{5}-2)$ **D** $3(\sqrt{5}-1)$ **E** $5(\sqrt{5}-2)$

J19. The three positive numbers x, y, z satisfy the conditions $x \geqslant y \geqslant z$, $x+y+z=20$. Which of the answers is true?

A Always $x \cdot y < 99$ **B** Always $x \cdot y > 1$ **C** Always $x \cdot y \neq 25$ **D** Always $x \cdot y \neq 75$
E None of the above

J20. What is the smallest number of dots that need be removed from the pattern shown, so that no three of the remaining dots are at the vertices of an equilateral triangle?

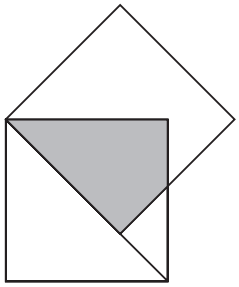
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

5-POINT QUESTIONS

J21. A train consists of five wagons: I, II, III, IV and V. How many ways can the wagons be arranged so that wagon I is nearer to the locomotive than wagon II is?

A 120 **B** 60 **C** 48 **D** 30 **E** 10

J22. Two squares have side 1. What is the area of the black quadrangle?

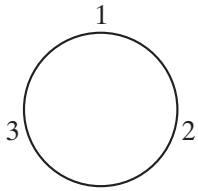


A $\sqrt{2}-1$ **B** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C** $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ **D** $\sqrt{2}+1$ **E** $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

J23. The Dobson family consists of the father, the mother, and some children. The mean age of the Dobson family is 18 years. Without the 38-year-old father the mean age of the family decreases to only 14 years. How many children are there in the Dobson family?

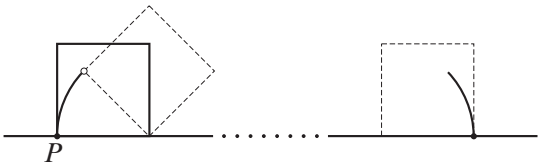
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

J24. The numbers 1, 2, 3 are written on the circumference of a circle. Then the sum of each pair of neighbouring numbers is written between them, so 6 numbers are obtained (1, 3, 2, 5, 3 and 4). This operation is repeated 4 more times, resulting in 96 numbers on the circle. What is the sum of these numbers?



A 162 **B** 1458 **C** 486 **D** 144 **E** 210

J25. A square with sides of length 10 is rolled without slipping along a line.



The rolling stops when P first returns to the line. What is the length of the curve that P has travelled?

A 10π **B** $5\pi+5\pi\sqrt{2}$ **C** $10\pi+5\pi\sqrt{2}$ **D** $5\pi+10\pi\sqrt{2}$ **E** $10\pi+10\pi\sqrt{2}$

J26. Each face of a cube is coloured with a different colour from a selection of six colours. How many different cubes can be made in this way?

A 24 **B** 30 **C** 36 **D** 42 **E** 48

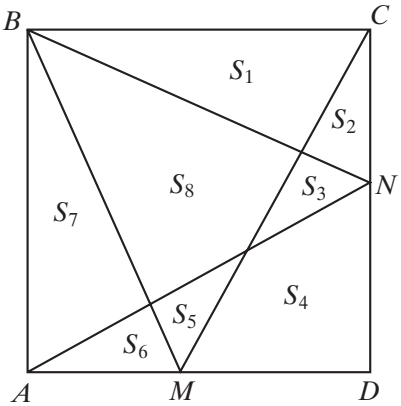
J27. Both the number 257 and number 338 each have 3 digits, which create a larger number when put in reverse order. How many 3-digit numbers have this property?

A 124 **B** 252 **C** 280 **D** 288 **E** 360

J28. y is defined to be the sum of the digits of x, and z is the sum of the digits of y. How many natural numbers x satisfy $x+y+z=60$?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** More than 3

J29. Points M and N are arbitrarily chosen on the sides AD and DC, respectively, of a square $ABCD$. Then the square is divided into eight parts of areas $S_1, S_2, \ldots, S_8$ as shown in the diagram. Which of the following expressions is always equal to S_8?
A $S_2 + S_4 + S_6$
B $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$
C $S_1 + S_4 + S_7$
D $S_2 + S_5 + S_7$
E $S_3 + S_4 + S_5$



J30. Suppose the final result of a football match is 5:4 to the home team. If the home team scored first and kept the lead until the end, in how many different orders could the goals have been scored?
A 17 **B** 13 **C** 20 **D** 14 **E** 9

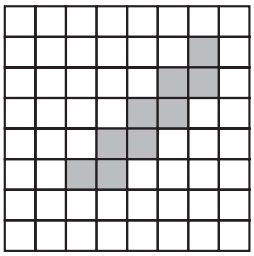
STUDENT (grades 11 and 12)

3-POINT QUESTIONS

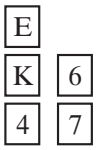
S1. Which of the following numbers is greatest?
A $2006 \cdot 2006$ **B** $2005 \cdot 2007$ **C** $2004 \cdot 2008$ **D** $2003 \cdot 2009$ **E** $2002 \cdot 2010$

S2. How many zeroes does the product of the first 2006 prime numbers end with?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 9 **E** 26

S3. We consider the perimeter and the area of the region corresponding to the grey squares. How many more squares can we colour grey for the grey area to increase without increasing its perimeter?
A 0 **B** 7 **C** 18 **D** 12 **E** 16

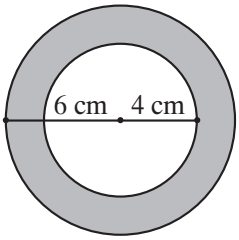


S4. There are four cards on the table as in the picture. Every card has a letter on one side and a number on the other side. Peter said: "For every card on the table it is true that if there is a vowel on one side, there is an even number on the other side." What is the smallest number of cards Alice must turn in order to check whether Peter said the truth?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5



S5. Two trains with the same length are travelling in opposite directions. The first is travelling at 100 km/h and the second at 120 km/h. A passenger on the second train observes that it takes the first train exactly 6 sec to pass completely in front of him. How long does it take for a passenger on the first train to see the second train pass completely?
A 5 s **B** 6 s **C** Between 6 s and 7 s **D** 7 s **E** Impossible to determine

S6. Susan has two pendants made of the same material. They are equally thick and weigh the same. One of them has the shape of an annulus created from two concentric circles with the radii 6 cm and 4 cm (see the diagram). The second has the shape of a solid circle. What is the radius of the second pendant?
A 4 cm **B** $2\sqrt{6}$ cm **C** 5 cm **D** $2\sqrt{5}$ cm **E** $\sqrt{10}$ cm

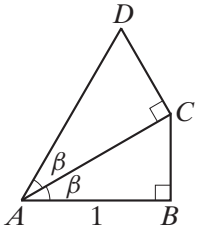


S7. The difference between any two consecutive numbers on the list a, b, c, d, e is the same. If $b = 5.5$ and $e = 10$, what is the value of a?
A 0.5 **B** 3 **C** 4 **D** 4.5 **E** 5

S8. If $4^x = 9$ and $9^y = 256$, then xy equals
A 2006 **B** 48 **C** 36 **D** 10 **E** 4

S9. Consider all 9-digit integers made by using all the digits 1, 2, . . ., 9. Write each such number on a separate sheet and put all the resulting sheets in a box. What is the minimum number of sheets that you must extract from the box if you want to be certain that there are at least two numbers with the same digit in the first place among the chosen numbers?
A 9! **B** 8! **C** 72 **D** 10 **E** 9

S10. In the diagram, AB has length 1; $\angle ABC = \angle ACD = 90°$; $\angle CAB = \angle DAC = \theta$. What is the length of AD?
A $\cos\beta + \operatorname{tg}\beta$ **B** $\dfrac{1}{\cos(2\beta)}$ **C** $\cos^2\beta$
D $\cos(2\beta)$ **E** $\dfrac{1}{\cos^2\beta}$



4-POINT QUESTIONS

S11. Which of the following gives the formula of a function whose graph has the y-axis as an axis of symmetry?
A $y = x^2 + x$ **B** $y = x^2 \sin x$ **C** $y = x\cos x$ **D** $y = x\sin x$ **E** $y = x^3$

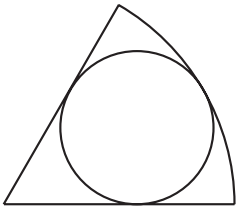
S12. On a fair roulette wheel there are 37 numbers: 0 and the positive integers from 1 to 36. What is the probability that the ball lands on a prime number?
A $\dfrac{5}{18}$ **B** $\dfrac{11}{37}$ **C** $\dfrac{11}{36}$ **D** $\dfrac{12}{37}$ **E** $\dfrac{1}{3}$

S13. The remainder of the division of the number 1001 by some one-digit number is equal to 5. What is the remainder of the division of the number 2006 by the same one-digit number?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

S14. The radius of the traffic sign is 20 cm. Each of the dark pieces is a quarter of a circle. The area of all 4 quarters equals that of the light part of the sign. What is the radius of this circle in centimetres?
A $10\sqrt{2}$ **B** $4\sqrt{5}$ **C** $\dfrac{20}{3}$ **D** 12.5 **E** 10

S15. You are given three prime numbers a, b, c with $a > b > c$. If $a+b+c = 78$ and $a-b-c = 40$ then $abc =$
A 438 **B** 590 **C** 1062 **D** 1239 **E** 2006

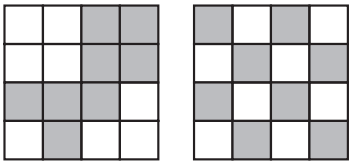
S16. The ratio of the radii of the sector and the incircle in the picture is 3 : 1. Than the ratio of their areas is:
A 3 : 2 **B** 4 : 3 **C** $\sqrt{3}$: 1 **D** 2 : 1 **E** 9 : 1



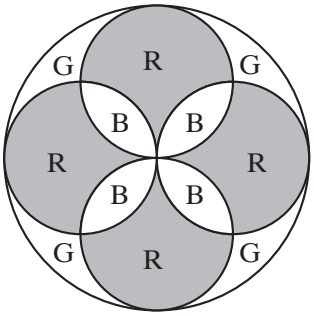
S17. Sixteen teams play in a volleyball league. Each team plays one game against each other team. For each game the winning team gets 1 point, and the losing team 0 points. There are no draws. After all games have been played the team scores form an arithmetic sequence. How many points has the team in last place received?
A 3 **B** 2 **C** 1 **D** The situation described is not possible
E The answer is some other number

S18. Last year there were 30 more boys than girls in the school choir. This year the number of choir-members has increased by 10%: the number of girls has increased by 20% and the number of boys by 5%. How many members has the choir this year?
A 88 **B** 99 **C** 110 **D** 121 **E** 132

S19. The cells of a 4×4 table are coloured black and white as shown in the left figure. One move allows us to exchange any two cells positioned in the same row or in the same column. What is the least number of moves necessary to obtain in the right figure?
A This is not possible **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5



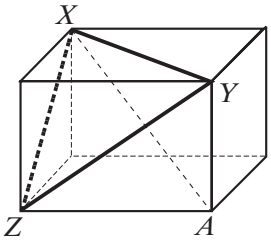
S20. In a church there is a rose window as in the figure, where the letters R, G and B represent glass of red colour, green colour and blue colour, respectively. Knowing that 400 cm^2 of green glass have been used, how many cm^2 of blue glass are necessary?
A 120π **B** $90\sqrt{2}\pi$ **C** 382 **D** 396 **E** 400



5-POINT QUESTIONS

S21. Given that numbers a and b are both greater than 1, which of the following fractions has the greatest value?
A $\dfrac{a}{b-1}$ **B** $\dfrac{a}{b+1}$ **C** $\dfrac{2a}{2b+1}$ **D** $\dfrac{2a}{2b-1}$ **E** $\dfrac{3a}{3b+1}$

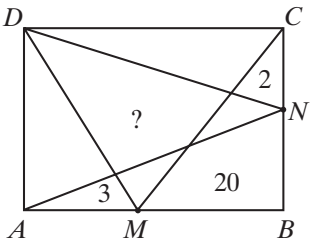
S22. The lengths of the sides of triangle XYZ are $XZ = \sqrt{55}$, $XY = 8$, $YZ = 9$. Find the length of the diagonal XA of the rectangular parallelepiped in the figure.
A $\sqrt{90}$ **B** 10 **C** $\sqrt{120}$ **D** 11 **E** $10\sqrt{2}$



S23. For how many values of the real number b does the equation $x^2 - bx + 80 = 0$ have two different positive even integer solutions?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Infinitely many

S24. How many nonempty subsets of $\{1, 2, 3, \ldots, 12\}$ exist in which the sum of the largest element and the smallest element is 13?
A 1024 **B** 1175 **C** 1365 **D** 1785 **E** 4095

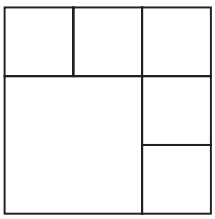
S25. Points M and N are given on the sides AB and BC of a rectangle $ABCD$. Then the rectangle is divided into several parts as shown in the picture. The areas of 3 parts are also given in the picture. Find the area of the quadrilateral marked with "?".
A 20 **B** 21 **C** 25 **D** 26
E Not enough information is given



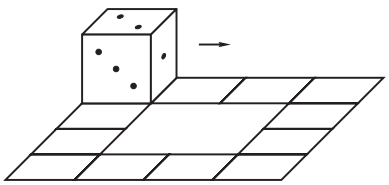
S26. John takes 10 cards, on 5 of them he writes letter A and on the other five – letter B. Then he turns them upside-down and aligns them on the table in random order. In view of the fact that there is an equal amount of letter A and B, an experienced participant of *Kangaroo* Ann claims that she can write either letter A or B on the face side of each card so that on both sides of at least 4 cards the same letter will be written. In how many ways can she do that?
A 5^5 **B** 255 **C** 2 **D** 10 **E** 22

S27. Paul removed one number from ten consecutive natural numbers. The sum of the remaining ones is 2006. The removed number is
A 218 **B** 219 **C** 220 **D** 225 **E** 227

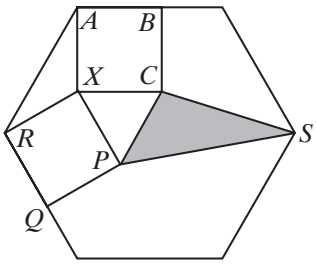
S28. In how many ways can all the numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6 be written in the squares of the figure (one in each square) so that there are no adjacent squares in which the difference of the numbers written is equal to 3? (Squares that share only a corner are not considered adjacent.)
A $3 \cdot 2^5$ **B** 3^6 **C** 6^3 **D** $2 \cdot 3^5$ **E** $3 \cdot 5^2$



S29. A die is in the position shown in the picture. It can be rolled along the path of 12 squares as shown. How many times must the die go around the path in order for it to return to its initial position with all faces in the initial positions?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4
E It is impossible to do so



S30. If each side of the regular hexagon has length $\sqrt{3}$ and $XABC$ and $XPQR$ are squares, what is the area of the shaded region?
A $\dfrac{5-\sqrt{3}}{4}$ **B** $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$
D $\dfrac{2-\sqrt{3}}{4}$ **E** $\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$



Atsakymai • Ответы • Odpowiedzi • Answers

Klausimo Nr. Nr. pytania No. of question		Grupė Grupa Group			
	M	**B**	**K (C)**	**J**	**S**
1	D	B	B	D	A
2	B	E	D	D	B
3	D	D	D	D	E
4	A	B	D	C	B
5	D	E	E	E	B
6	B	A	D	C	D
7	B	D	B	D	C
8	E	A	A	E	E
9	C	A	D	E	D
10	E	C	C	A	E
11	A	D	D	B	D
12	D	D	E	D	B
13	C	E	C	A	A
14	E	D	D	C	A
15	A	A	B	B	E
16	B	B	B	A	A
17	C	B	B	D	E
18	D	C	D	E	B
19	D	B	E	E	D
20	E	E	B	C	E
21	B	B	A	B	A
22	E	D	B	A	B
23	C	D	E	C	D
24	B	B	D	C	C
25		E	E	C	C
26		C	B	B	E
27		C	C	E	B
28		E	C	D	A
29		D	E	A	C
30		A	C	D	A
	М	**Б**	**К**	**Ю**	**С**
№ вопроса		Группа			

KENGŪRA 2006
Tarptautinio matematikos konkurso užduotys ir sprendimai
Sudarė Juozas Mačys

2006 11 22. 8,5 sp. l. Užs. Nr. 2300
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius
Spausdino AB „Spauda“
Laisvės pr. 60, LT-05120 Vilnius