KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS

KENGŪRA 2012

MAŽYLIS, NYKŠTUKAS

I–IV KLASĖS

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius-sudarytojas JUOZAS MAČYS

TEV
VILNIUS 2012

UDK 51(079.1)
Ke–108

Autorius-sudarytojas *Juozas Mačys*

Redaktorius *Valdas Vanagas*
Programinė įranga: *Rolandas Jakštys*
Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė*
Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Aldona Žalienė*
Konsultantas *Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė http://www.tev.lt

ISBN 978–609–433–189–3

© Leidykla TEV, Vilnius, 2012
© Juozas Mačys, 2012
© Dail. Sigita Populaigienė, 2012

TURINYS

Pratarmė 4
I–IV kl. geriausiųjų sąrašai 6
Dalyvio kortelės pavyzdys 10
2012 m. konkurso užduočių sąlygos 11
Nykštukas (I ir II klasės) 11
Mažylis (III ir IV klasės) 14
Sprendimai 18
Nykštukas (I ir II klasės) 18
Mažylis (III ir IV klasės) 24
Atsakymai 32

PRATARMĖ

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra pora dešimčių (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka gerą valandą. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių imasi tų kopimų į realius kalnus ir kodėl pasaulyje net per 5 milijonus mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų „gadynėje“.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet kartu ir labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali „užsikabinti“ pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne — tai sužinojo) per 60 000 Lietuvos mokinių, dalyvavusių konkurse 2012 metais. Juk konkursas — it žavus tornadas (o tokių irgi būna) — negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų su juo susidūrusių vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas — žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

Valanda darbo kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos įrodydama, kad ir matematikos užduotis sprendžiant galima patirti spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus, pergalės jausmą.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik konkurso dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti iš duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto pasirinkti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi — priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį — bus blogiau nei išvis jokio atsakymo nežymint. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą skiriama pakankamai taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą — peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip kinta milijonų sprendėjų požiūris į tai, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kai iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali „sukristi“ jos sprendimas — štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetinį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Matematikos ir informatikos institutas bei Vilniaus universitetas, o nenutylint žmonių pirmiausiai reikėtų paminėti — čia būtent tas atvejis, kai nutylėti būtų nepadoru — Lietuvos ŠMM vyriausiąją matematikos specialistę Marytę Skakauskienę, nenuilstamą *Kengūros* judėjimo vadovę.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus — net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek „kengūriniuose“ (sportiškai matematiniuose), tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, dirbant nepastebimai bei nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas — juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku — bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2012 metų kovo 15 dieną keliavo ir gausiai sprendė I–II klasių („Nykštuko“ amžiaus grupė) ir III–IV klasių („Mažylio“ amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdę pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais. Ras jie ir geriausių sprendėjų sąrašus, pasimokys teisingai užpildyti dalyvio kortelę.

Kaip visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš kelių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų „kengūriniai“ sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* — išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mieli skaitytoji, šitiek daug turite! Siūlome pasitreniruoti *Kengūros treniruočių lauke*, į kurį patekti galima per adresus *kengura.lt* ir *ku.vadoveliai.lt*. Uždavinių sąlygas rusų, lenkų ir anglų kalbomis galima rasti interneto puslapyje *kengura.lt*. O pasitikrinti galėsite dalyvaudami konkurse 2013 metų kovo 21 dieną savo mokykloje. Sėkmės!

Leidėjai

Tarptautinis matematikos konkursas
KENGŪRA
Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: Pavardė **P A V A R D E N I S**

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

- Lietuvių ☐
- Lenkų ☐
- Rusų ☐
- Anglų ☐

	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
Klasė	1	2	3	4	5	6	7	8	9(G1)	10(G2)	11(G3)	12(G4)
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐	☐	25	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐	☐	26	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐	☐	21	☐	☐	☐	☐	☐	27	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐	☐	22	☐	☐	☐	☐	☐	28	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐	☐	23	☐	☐	☐	☐	☐	29	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐	☐	24	☐	☐	☐	☐	☐	30	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o už klaidingą atsakymą atimama 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

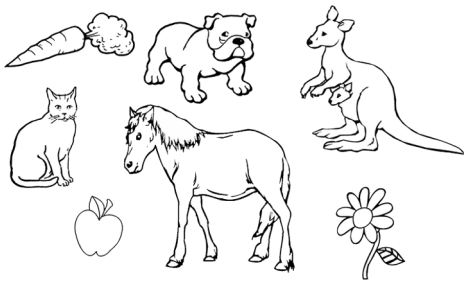
Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2009

2012 m. konkurso užduočių sąlygos

NYKŠTUKAS (I ir II klasės)

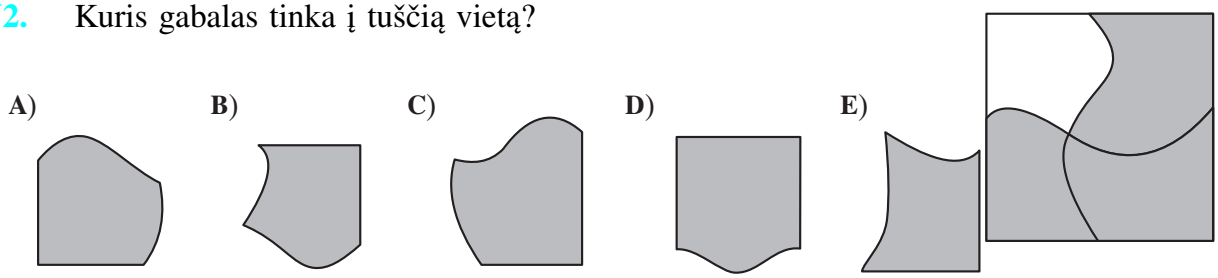
KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

N1. Kiek čia matote gyvūnų?

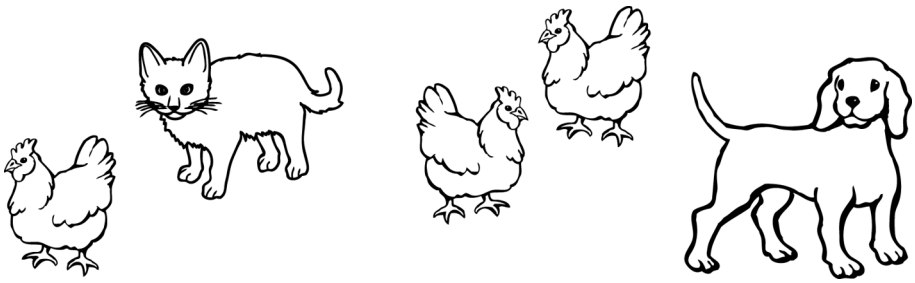


A) 3 **B**) 4 **C**) 5 **D**) 6 **E**) 7

N2. Kuris gabalas tinka į tuščią vietą?



N3. Kiek kojų visi jie turi kartu?

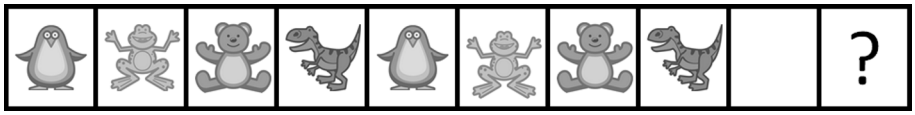


A) 5 **B**) 10 **C**) 12 **D**) 14 **E**) 20

N4. Elena tris kartus parašė žodį MATEMATIKA. Kiek kartų jai teko parašyti raidę A?

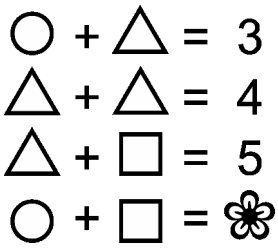
A) 3 **B**) 12 **C**) 6 **D**) 9 **E**) 10

N5. Lukas ant juostelės vis ta pačia tvarka klijuoja keturis skirtingus lipdukus.



Kurį lipduką Lukas priklijuos dešimtą?

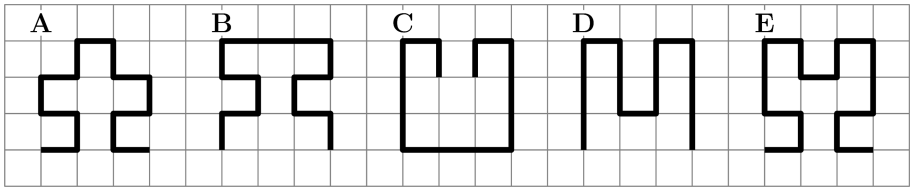
N6. Kokį skaičių dengia gėlytė?



A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 5

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

N7. Kuri iš nubrėžtų linijų ilgiausia?



A) A **B**) B **C**) C **D**) D **E**) E

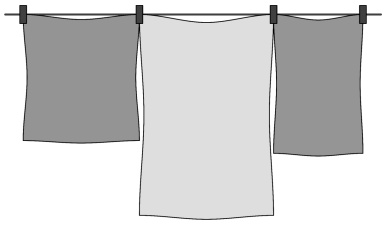
N8. Močiutė iškepė 11 bandelių. Ji prisimena, kad 6 bandeles apibarstė cinamonu, o 7 bandeles — aguonomis. Kiek mažiausiai bandelių galėjo būti apibarstytos ir cinamonu, ir aguonomis?

A) 2 **B**) 3 **C**) 5 **D**) 7 **E**) 11

N9. Trylika vaikų žaidžia slėpynes. Vienas iš jų ieško. Po penkių minučių jis rado 9 vaikus. Keli vaikai liko dar pasislėpę?

A) 3 **B**) 4 **C**) 5 **D**) 9 **E**) 22

N10. Tėtė kieme kabina ant virvės rankšluosčius. Jis nori išsiversti kuo mažesniu skaičiumi spaustukų. Kaip pavaizduota, trims rankšluosčiams jam reikia 4 spaustukų.



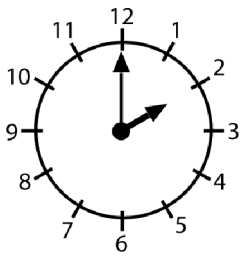
Kiek spaustukų jam reikia 9 rankšluosčiams?

A) 9 **B**) 10 **C**) 12 **D**) 8 **E**) 18

N11. Šiandien Birutė sudėjo savo amžių ir sesers amžių ir gavo sumą 10. Kokią sumą ji gaus, jei sudės savo ir sesers amžius po vienerių metų?

A) 5 **B**) 10 **C**) 11 **D**) 12 **E**) 20

N12. Laikrodis rodo laiką, kada Stepas išeina iš mokyklos namo. Mokykloje pietūs prasideda 3 valandomis anksčiau. Kurią valandą prasideda pietūs?



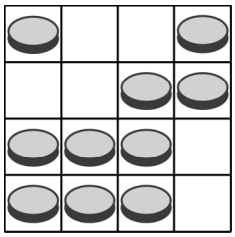
A) 17 **B**) 16 **C**) 12 **D**) 11 **E**) 10

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

N13. Pasakų darželyje augo 3 stebuklingos gėlės. Kiekvieną kartą, kai nuskinama gėlė, vietoje jos iš karto išauga trys naujos. Gėlininkas nuskynė vieną gėlę, po kurio laiko kitą. Kiek tada gėlių buvo darželyje?

A) 4 **B**) 5 **C**) 6 **D**) 7 **E**) 8

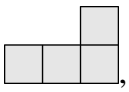
N14. Ant žaidimų lentos padėta 10 monetų. Kiek monetų reikia nuimti, kad kiekviename stulpelyje ir kiekvienoje eilutėje liktų 2 monetos?

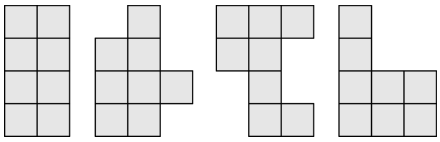


A) 0 **B**) 1 **C**) 2 **D**) 3 **E**) 4

N15. Didžiulėje dėžėje yra trys dėžės, kurių kiekvienoje yra trys mažos dėžės. Kiek dėžių yra iš viso?

A) 9 **B**) 10 **C**) 12 **D**) 13 **E**) 15

N16. Jūs turite daug L raidės formos kauliukų  , kurių kiekvienas susideda iš 4 kvadratų. Kelias iš žemiau pavaizduotų figūrų jūs galite gauti suklijavę du kauliukus?

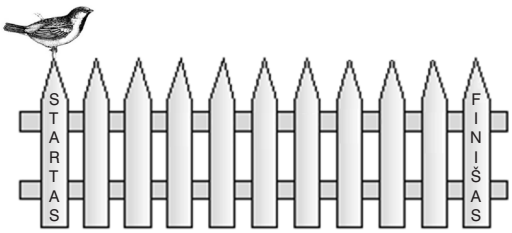


A) 0 **B**) 1 **C**) 2 **D**) 3 **E**) 4

N17. Aldona pirko 4 pyragaičius, o Rimantė pirko 6 keksus. Jos išleido po tiek pat, o iš viso užmokėjo 24 eurus. Kiek eurų kainuoja 1 keksas?

A) 2 **B**) 4 **C**) 6 **D**) 10 **E**) 12

N18. Žvirblis Virgis šokinėja ant tvoros nuo vieno mieto ant kito. Kiekvienas šuolis jam užima 1 sekundę. Jis padaro 4 šuolius pirmyn, tada 1 šuolį atgal, tada vėl 4 šuolius pirmyn ir 1 šuolį atgal ir t. t. Po kiek sekundžių Virgis nusigaus nuo STARTO iki FINIŠO?



A) 10 **B**) 11 **C**) 12 **D**) 13 **E**) 14

MAŽYLIS (III ir IV klasės)

KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

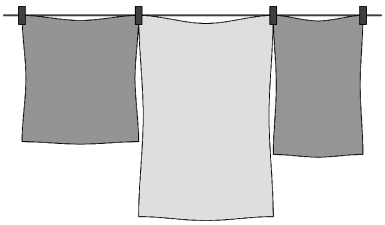
M1. Bartas rengiasi popieriaus lakšte parašyti žodį MATEMATIKA. Jis nori, kad skirtingų raidžių spalva skirtųsi, o vienodų raidžių spalva būtų ta pati. Kiek mažiausiai spalvų jam prireiks?

A) 9 **B**) 8 **C**) 7 **D**) 6 **E**) 5

M2. Keturiuose iš penkių paveikslėlių šviesusis plotas yra lygus tamsiajam plotui. Kuriame paveikslėlyje šviesusis plotas ir tamsusis plotas nelygūs?

A) **B)** **C)** **D)** **E)**

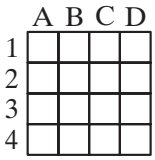
M3. Tėtė kieme kabina ant virvės rankšluosčius. Jis nori išsiversti kuo mažesniu skaičiumi spaustukų. Kaip pavaizduota, trims rankšluosčiams jam reikia 4 spaustukų.

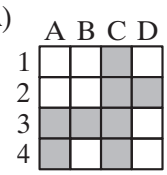


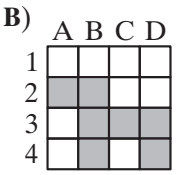
Kiek spaustukų jam reikia 9 rankšluosčiams?

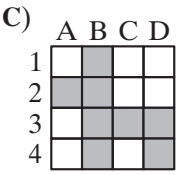
A) 9 **B**) 10 **C**) 12 **D**) 8 **E**) 18

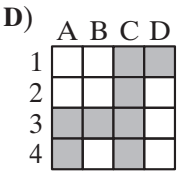
M4. Dešinėje pavaizduotoje lentelėje Ignas užtušavo kvadratėlius A2, B1, B2, B3, B4, C3, D3 ir D4. Kurį iš apatinių paveikslėlių jis gavo?

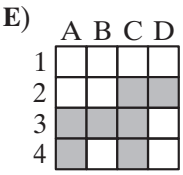


A) 

B) 

C) 

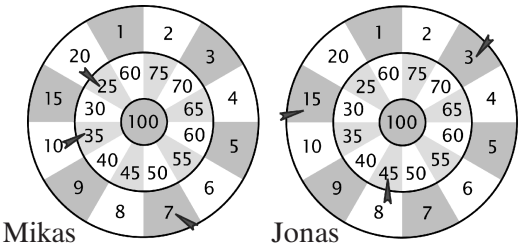
D) 

E) 

M5. Trylika vaikų žaidžia slėpynes. Vienas iš jų ieško. Po penkių minučių jis rado 9 vaikus. Keli vaikai liko dar pasislėpę?

A) 3 **B**) 4 **C**) 5 **D**) 9 **E**) 22

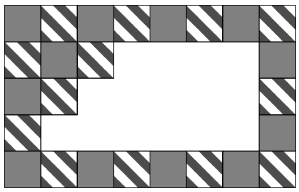
M6. Mikas ir Jonas žaidė smiginį. Kiekvienas metė po tris strėlytes (žr. pav.).



Kas laimėjo ir keliais taškais?

A) Mikas 3 taškais
B) Jonas 4 taškais
C) Mikas 2 taškais
D) Jonas 2 taškais
E) Mikas 4 taškais

M7. Stačiakampė siena šachmatine tvarka buvo išklijuota dviejų rūšių plytelėmis: tamsiomis ir dryžuotomis. Dalis plytelių nukrito nuo sienos (žr. pav.).



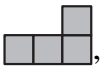
Kiek nukrito tamsiųjų plytelių?

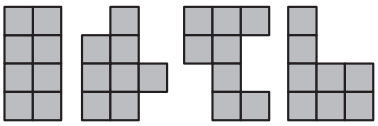
A) 9 **B**) 8 **C**) 7 **D**) 6 **E**) 5

M8. Keliamaisiais metais, taigi ir 2012 metais, vasaris turi 29 dienas. Šiandien, 2012 metų kovo 15 dieną, aš sužinojau, kad mano senelio ančiukai išsirito prieš 20 dienų. Kada jie išsirito iš kiaušinių?

A) Vasario 19 **B**) Vasario 21 **C**) Vasario 23 **D**) Vasario 24 **E**) Vasario 26

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

M9. Jūs turite daug L raidės formos kauliukų  , kurių kiekvienas susideda iš 4 kvadratų. Kelias iš pavaizduotų figūrų jūs galite gauti suklijavę du kauliukus?



A) 0 **B**) 1 **C**) 2 **D**) 3 **E**) 4

M10. Trys balionai kainuoja 12 centų brangiau negu vienas balionas. Kiek centų kainuoja vienas balionas?

A) 4 **B**) 6 **C**) 8 **D**) 10 **E**) 12

M11. Močiutė savo vaikaičiams iškepė 20 keksų. Razinų močiutė dėjo į 15 keksų, migdolų — taip pat į 15 keksų. Kiek mažiausiai keksų galėjo būti ir su razinomis, ir su migdolais?

A) 4 **B**) 5 **C**) 6 **D**) 8 **E**) 10

M12. Petras atlieka veiksmus, nurodytus pirmoje lentelėje. Gautus rezultatus jis įrašo į tuos pačius antros lentelės langelius, o tada baigia pildyti ją taip, kad kiekvienas iš skaičių 1, 2, 3 ir 4 būtų parašytas tik vieną kartą kiekviename stulpelyje ir tik vieną kartą kiekvienoje eilutėje.

$1 \cdot 1$		$1 \cdot 3$	
	$6-3$		$6-5$
$4-1$	$1+3$		
$9-7$			

Kokį skaičių Petras įrašys į pilkąjį langelį?

A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 1 arba 2

M13. Miko bendraklasių mergaičių yra dukart daugiau negu bendraklasių berniukų. Kuris iš nurodytų skaičių gali reikšti Miko klasės mokinių skaičių?

A) 30 **B**) 20 **C**) 24 **D**) 25 **E**) 29

M14. Miško mokykloje mokosi 3 kačiukai, 4 ančiukai, 2 žąsiukai ir keletas ėriukų. Mokytoja pelėda suskaičiavo, kad visi tos mokiniai kartu turi 44 kojas. Kiek ėriukų mokosi mokykloje?

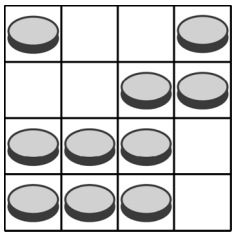
A) 6 **B**) 5 **C**) 4 **D**) 3 **E**) 2

M15. Mokyklos šventės vaišėse buvo kriaušių, obuolių, mandarinų ir slyvų, iš viso 496 vaisiai. Kriaušių buvo triskart mažiau nei obuolių, obuolių buvo penkiskart mažiau nei mandarinų, o mandarinų — septyniskart mažiau nei slyvų. Kiek buvo slyvų?

A) 350 **B**) 315 **C**) 455 **D**) 385 **E**) 420

M16. Ant žaidimų lentos padėta 10 monetų. Kiek monetų reikia nuimti, kad kiekviename stulpelyje ir kiekvienoje eilutėje liktų 2 monetos?

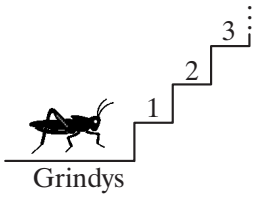
A) 0 **B**) 1 **C**) 2 **D**) 3 **E**) 4



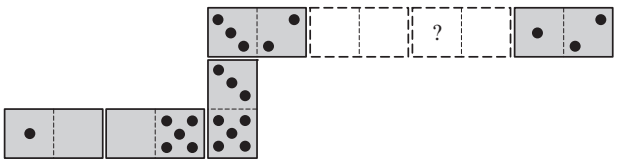
KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

M17. Žiogas ruošiasi įveikti laiptus. Jis moka padaryti tik du skirtingus šuolius: 3 laiptelius aukštyn arba 4 laiptelius žemyn. Žiogas pradeda nuo grindų ir nori atsikvėpti ant 22 laiptelio. Kiek mažiausiai šuolių tam prireiks?

A) 7 **B**) 9 **C**) 10 **D**) 12 **E**) 15



M18. Pranas sudėjo domino „gyvatę“ iš septynių kauliukų. Kauliukai buvo dedami taip, kad turinčių bendrą kraštinę kvadratėliai turėtų vienodą akučių skaičių. Iš pradžių gyvatėje buvo 33 akutės. Bet Prano broliukas Jurgis išėmė iš gyvatės 2 kauliukus (žr. paveikslėlį). Kiek akučių buvo klaustuku pažymėtoje vietoje?



A) 2 **B**) 3 **C**) 4 **D**) 5 **E**) 6

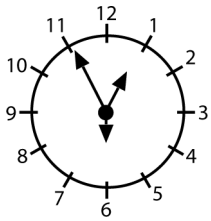
M19. Grigas iš skaitmenų 1, 2, 3, 4, 5 ir 6 sudarė du triženklius skaičius, ir kiekvienas skaitmuo buvo pavartotas tik vieną kartą. Grigas sudeda tuos du skaičius. Kokią didžiausią sumą jis gali gauti?

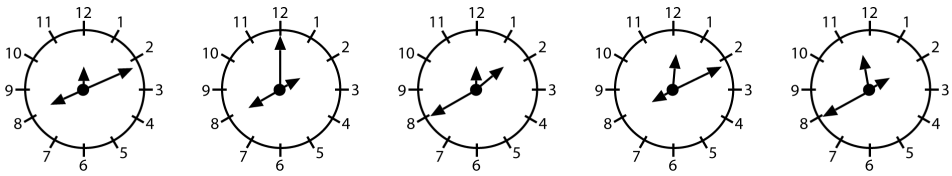
A) 975 **B**) 999 **C**) 1083 **D**) 1173 **E**) 1221

M20. Laura, Inga, Valė ir Katrė fotografuojasi kartu. Katrė ir Laura nori stovėti greta, o Inga nori stovėti šalia Lauros. Keliais būdais jos gali išsirikiuoti nuotraukoje?

A) 3 **B**) 4 **C**) 5 **D**) 6 **E**) 7

M21. Neįprastas laikrodis turi 3 nevienodo ilgio rodykles (valandų, minučių ir sekundžių). Laikrodis eina teisingai, bet nepasakyta, kuri rodyklė yra kokia. Dešiniajame paveikslėlyje pavaizduota rodyklių padėtis, kai buvo 12:55:30. Kokia bus rodyklių padėtis, kai bus 8:11:00?





A) **B)** **C)** **D)** **E)**

M22. Mykolas pasirinko natūralųjį skaičių, padaugino jį iš savęs, pridėjo 1, rezultatą padaugino iš 10, pridėjo 3, o tada rezultatą padaugino iš 4. Taip jis gavo 2012. Koks buvo Mykolo pasirinktasis skaičius?

A) 11 **B)** 9 **C)** 8 **D)** 7 **E)** 5

M23. Stačiakampio popieriaus lapo matmenys yra 192 mm × 84 mm. Viena tiesia linija jūs perkerpate lapą į dvi dalis, kurių viena yra kvadratas. Tada tą patį darote su nekvadratine lapo dalimi, ir t. t. Koks yra mažiausio kvadrato, kurį jūs taip gausite, kraštinės ilgis?

A) 1 mm **B)** 4 mm **C)** 6 mm **D)** 10 mm **E)** 12 mm

M24. Futbolo rungtynes laimėjusi komanda gauna 3 taškus, o pralaimėjusi gauna 0 taškų. Jeigu rungtynės baigiasi lygiosiomis, tai abi komandos gauna po 1 tašką. Vilniaus komanda sužaidė 38 rungtynes ir surinko 80 taškų. Kiek daugiausiai rungtynių ji galėjo pralaimėti?

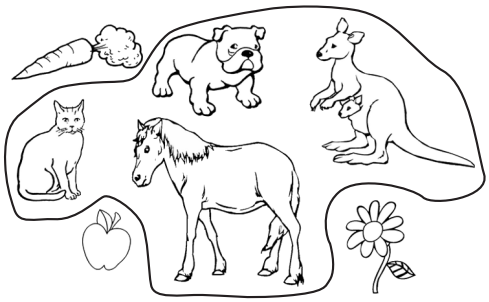
A) 12 **B)** 11 **C)** 10 **D)** 9 **E)** 8

SPRENDIMAI

NYKŠTUKAS (I ir II klasės)

N1. Ⓒ 5

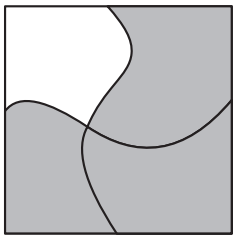
! Morka yra daržovė, obuolys — vaisius, o gėlė — augalas, taigi tai nėra gyvūnai. O štai šuo, katė, arklys ir kengūra su kengūrėle — tai gyvūnai. Katė ir šuo — naminiai gyvūnėliai, arklys — naminis gyvulys, o kengūra ir kengūrėlė — laukiniai gyvūnai. (Žinoma, svarbiausia šitame uždavinyje nepražiopsoti kengūrėlės.)

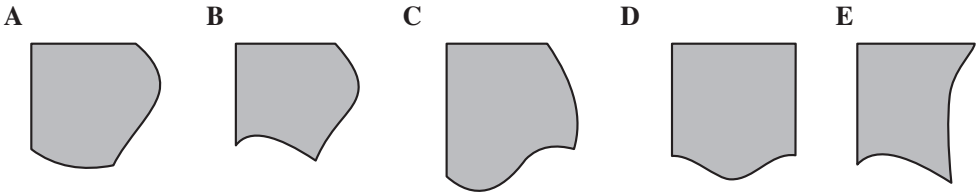


Teisingas atsakymas **C**.

N2. Ⓑ

! Reikia į paveikslėlio dešinėje tuščią vietą įdėti tinkamą iš gabalų **A**, **B**, **C**, **D** ir **E**. Pasukime gabalus **A**, **B**, **C**, **D** ir **E** taip, kad jų statusis kampas būtų viršuje kairėje (gabalo **D** nesukame). Gausime tokius paveikslėlius:





Dabar jau visai gerai matyti, kad į tuščią vietą tinka gabalas **B**.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Žinoma, užtenka ir pasukioti sąlygos lapelį, kad gabalai atrodytų užėmę reikiamą padėtį. Spręsti galima ir nieko nesukiojant, o atsižvelgiant į trūkstamo gabalo formą. Matome, kad jo apatinis kraštas lenktas į vidų (įgaubtas), o dešinysis — į išorę (išgaubtas — bent jau didžioji krašto dalis). Bet juk gabalai **A**, **C** ir **D** įgaubto krašto neturi, o gabalo **E** net du kraštai įgaubti. Lieka gabalas **B**, vadinasi, jis turi tikti. Ir iš tikrųjų, jo vienas kraštas įgaubtas, o kitas išgaubtas.

N3. Ⓓ 14

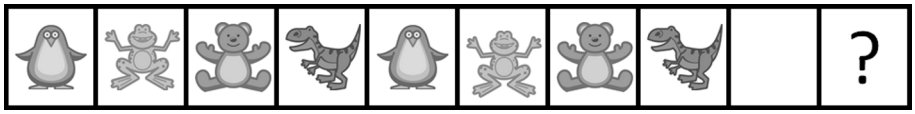
! Višta turi 2 kojas, todėl 3 vištos turi 6 kojas. Katė ir šuo turi po 4 kojas, taigi jiedu turi 8 kojas. Vadinasi, visi pavaizduoti sutvėrimai turi $6 + 8 = 14$ kojų.
Teisingas atsakymas **D**.

N4. Ⓓ 9

! Žodyje MATEMATIKA yra trys raidės A. Vadinasi, tris kartus rašant tą žodį, raidę A reikės parašyti $3 + 3 + 3 = 9$ kartus.
Teisingas atsakymas **D**.

N5. Ⓑ

! Matome, kad lipdukai kartojasi tokia tvarka: pingvinas, varlė, meškiukas, dinozauriukas. Vadinasi, devintoje vietoje ateis eilė pingvinui, o dešimtoje bus varlė.

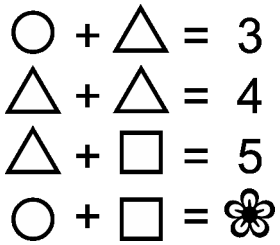


Teisingas atsakymas **B**.

!! Kadangi lipdukai kartojasi kas 4, tai dešimtoje vietoje bus toks pat lipdukas, kaip ir šeštoje ($10 - 4 = 6$), taigi ir kaip antroje ($6 - 4 = 2$). Taip nesunku apskaičiuoti, koks lipdukas bus bet kurioje konkrečioje (pavyzdžiui, 27-toje) vietoje.

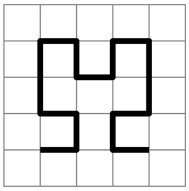
N6. Ⓓ 4

? Galima net nenustatinėti, kuri figūra reiškia kokį skaičių. „Sudedame“ pirmą ir trečią eilutes:

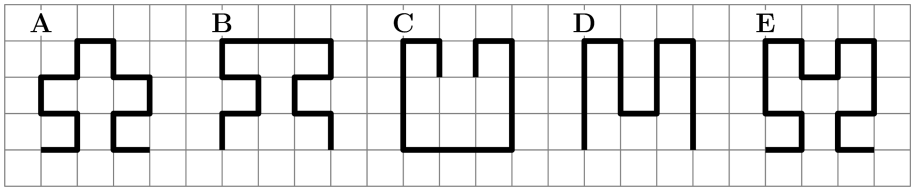


Kadangi $\Delta + \Delta = 4$, tai ir $\bigcirc + \square = 4$. Pažvelgus į ketvirtą eilutę, tai reiškia, kad gėlytė yra 4.
Renkamės atsakymą **D**.

! Ko gi trūksta tokiam sprendimui, kodėl jis pažymėtas klaustuku? Dalykas tas, kad tokių užšifruotų skaičių gali tiesiog nebūti, o mes apie juos samprotaujame. Vadinasi, tokius skaičius tiesiog reikia rasti, o tada juos patikrinti. Lengviausia pradėti nuo antros eilutės. Dviejų vienodų skaičių suma 4, todėl trikampiukas dengia 2. Tada iš pirmos eilutės $\bigcirc + 2 = 3$, todėl skrituliukas dengia 1. Iš trečios eilutės $2 + \square = 5$, todėl kvadratėlis dengia 3. Vadinasi, gėlytė dengia $1 + 3 = 4$. Akivaizdu, kad gautas rinkinys $\bigcirc = 1$, $\Delta = 2$, $\square = 3$, ❀ $= 4$ tenkina visas keturias duotąsias lygybes (faktiškai tai jau patikrinome spręsdami).
Teisingas atsakymas **D**.

N7. Ⓔ 

! Linijų grandis matuosime langeliais (tiksliau — langelio kraštine). Linijos A ilgis yra 13, linijos B — 13, linijos C — 13, linijos D — 13, linijos E — 15. Vadinasi, ilgiausia yra linija E.



Teisingas atsakymas **E**.

N8. Ⓐ 2

? Galime sakyti, kad močiutė kuo nors barstė bandeles $6 + 7 = 13$ kartų. Kadangi bandelių buvo 11, tai aišku, kad dvi bandelės buvo apibarstytos ir cinamonu, ir aguonomis.
Renkamės atsakymą **A**.

?? Trumpiausias būtų toks „kengūriškas“ sprendimas.
Apibarstykime 2 bandeles ir cinamonu, ir aguonomis, 4 bandeles tik cinamonu ir 5 bandeles tik aguonomis. Kadangi tarp pateiktų atsakymų mažiausias ir yra 2, tai toks bus ir atsakymas į uždavinio klausimą.
Renkamės atsakymą **A**.

! Dabar pereisime prie išsamesnio sprendimo: įsitikinsime, kad negali būti dvejopai apibarstyta 1 bandelė ar 0 bandelių.
Visai netikėta, kad klaustuku **?** pažymėtas sprendimas klaidingas. Sprendime yra žodelis „aišku“, o tokie žodžiai ir skirti paslėpti abejonėms.
Sprendime **?** tarsi nustatėme, kad ir cinamonu, ir aguonomis buvo apibarstytos 2 bandelės. Vis dėlto sąlygoje yra svarbus žodis „mažiausiai“, taigi ko gero dukart apibarstytos galėjo būti nebūtinai 2 bandelės. Ir iš tikrųjų: kas draudžia močiutei, pavyzdžiui, dukart apibarstyti 6 bandeles, o kai lieka iš viso neapibarstytos 5 bandelės, tai vieną iš jų apibarstyti aguonomis. Turėsime 11 bandelių, iš jų 4 neapibarstytos, o 6 apibarstytos dvejopai — ir cinamonu, ir aguonomis.
Taigi klaustuku pažymėtą sprendimą reikia taisyti.
Iš pradžių apibarstykime 6 bandeles cinamonu ir 7 — aguonomis, lieka 5 neapibarstytos bandelės. Dabar:
galima dar neapibarstytas visas 5 bandeles apibarstyti aguonomis — tada liks 2 porcijos aguonų, kuriomis teks apibarstyti jau cinamonu apibarstytas 2 bandeles;
galima tik aguonomis apibarstyti 4 bandeles — tada liks 3 porcijos aguonų, taigi dvejopai apibarstytos bus 3 bandelės;
galima tik aguonomis apibarstyti 3 bandeles — tada liks 4 porcijos aguonų, taigi dvejopai apibarstytos bus 4 bandelės;
galima tik aguonomis apibarstyti 2 bandeles — tada liks 5 porcijos aguonų, taigi dvejopai apibarstytos bus 5 bandelės;
galima tik aguonomis apibarstyti 1 bandelę — tada liks 6 porcijos aguonų, taigi dvejopai apibarstytos bus 6 bandelės;
bet negalima iš viso nebarstyti aguonų ant tų 5 dar neapibarstytų bandelių — tada liktų 7 porcijos aguonų, ir jos nebetilptų ant 6 cinamonu apibarstytų bandelių.

Taigi galima dvejopai apibarstyti 2, 3, 4, 5 arba 6 bandeles, ir mažiausias įmanomas dvejopai apibarstytų bandelių skaičius yra 2.
Teisingas atsakymas **A**.

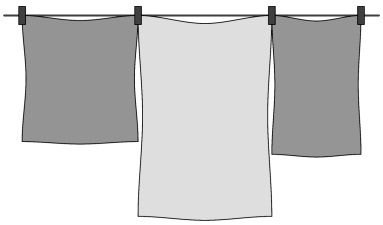
!! O štai kaip galėtų atrodyti išsamus glaustas sprendimas (nesijaudinkite, visos tos detalės skirtos mokytojui).
Kadangi bandelių yra 11, o barstyta buvo 13 kartų, tai *ne mažiau* kaip 2 kartus buvo barstoma ant apibarstytų bandelių. Lieka įsitikinti, kad dukart apibarstytos galėjo būti lygiai 2 bandelės. Tai įrodo pavyzdys — 4 bandeles apibarstome cinamonu, 5 bandeles — aguonomis, o likusias 2 — dvejopai.
Žinoma, uždavinį galima spręsti ir kitaip (pavyzdžiui, žr. Mažylio 11 uždavinio sprendimą).

N9. Ⓐ 3

! Visa uždavinio gudrybė tokia: nors žaidžia 13 vaikų, bet slepiasi tik 12 — juk 1 ieško. Jeigu buvo surasti 9 vaikai, tai liko pasislėpę dar $12 - 9 = 3$ vaikai.
Teisingas atsakymas **A**.

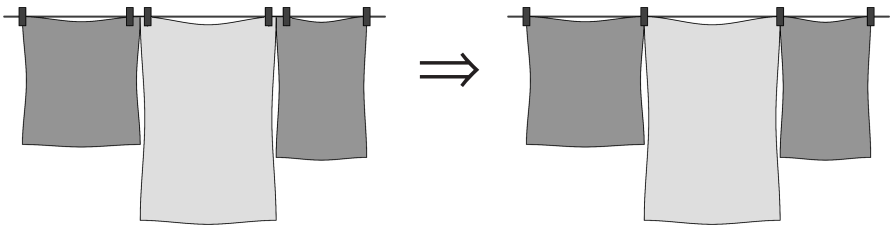
N10. Ⓑ 10

! Pakabinti ketvirtą rankšluostį reikia tik vieno spaustuko. Lygiai taip pat kiekvienam naujam rankšluosčiui reiks vieno spaustuko. Taigi be paveikslėlio keturių spaustukų reikės spaustukų dar $9 - 3 = 6$ rankšluosčiams, t. y. iš viso $4 + 6 = 10$ spaustukų.
Teisingas atsakymas **B**.



!! Kiekvienas rankšluostis turi spaustuką iš kairės — 9 spaustukai. Bet paskutinis rankšluostis turi dar 1 spaustuką iš dešinės — iš viso $9 + 1 = 10$ spaustukų.

!!! Pakabinkime rankšluosčius greta vienas kito, ir kiekvieną jų prisekime 2 spaustukais — iš viso 18 spaustukų.



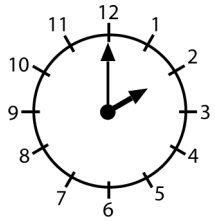
Tarp 9 rankšluosčių yra 8 tarpeliai, ir kiekvieną spaustukų porą prie tarpelio galima pakeisti vienu spaustuku — sutaupome 8 spaustukus. Taigi užtenka $18 - 8 = 10$ spaustukų.

N11. Ⓓ 12

! Po vienerių metų tiek Birutės, tiek jos sesers amžius padidės vienetu, o jų amžių suma — dviem. Taigi po metų seserų amžių suma bus $10 + 2 = 12$.
Teisingas atsakymas **D**.

N12. Ⓓ 11

! Kaip rodo laikrodis, Stepas iš mokyklos namo išeina 14 valandą.
Pietūs mokykloje prasideda 3 valandomis anksčiau, taigi $14 - 3 = 11$ valandą.
Teisingas atsakymas **D**.

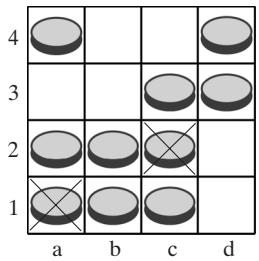


N13. Ⓓ 7

! Kai nuskinama 1 gėlė, jos vietoje išauga 3 naujos, taigi bendras gėlių skaičius padidėja $3 - 1 = 2$ vienetais. Kadangi buvo nuskintos 2 gėlės, tai gėlių skaičius padidėjo $2 + 2 = 4$. Todėl dabar darželyje auga $3 + 4 = 7$ gėlės.
Teisingas atsakymas **D**.

N14. Ⓒ 2

? Nuimkime pirmos (nuo apačios) eilės kairiąją monetą ir antros eilės dešiniąją monetą (paveikslėlyje jos perbrauktos). Matome, kad kiekviename stulpelyje liks 2 monetos.
Renkamės atsakymą **C**.



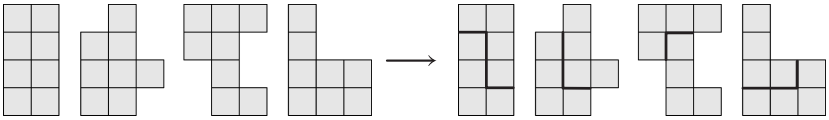
! Išspręskime uždavinį išsamiai (t. y. įsitikinkime, kad nuimti galima tik 2 monetas, ir negalima nuimti nei mažiau, nei daugiau monetų). Sunumeruokime lentos langelius šachmatiškai (žr. pav.). Aišku, kad negalima nuimti monetos a4 — tada ketvirtoje eilėje liks tik viena moneta. Panašiai negalima nuimti monetų b1, b2 (tada sugadintume stulpelį b), c3 (sugadintume 3 eilę), d3, d4 (sugadintume stulpelį d). Taigi nuiminėti galime tik a1, a2, c1, c2.
Nuimkime a1, tada galima nuimti tik c2.
Nuimkime a2, tada galima nuimti tik c1.
Nuimkime c1, tada galima nuimti tik a2.
Nuimkime c2, tada galima nuimti tik a1.
Įsitikinome, kad yra tik 2 galimybės — nuimti a1 ir c2 arba nuimti a2 ir c1. Abiem atvejais nuimamos 2 monetos.
Teisingas atsakymas **C**.

N15. Ⓓ 13

! Didžioji dėžė yra viena (1). Vidutinių dėžių yra 3. Mažųjų dėžių yra $3 \cdot 3 = 9$. Iš viso yra $1 + 3 + 9 = 13$ dėžių.
Teisingas atsakymas **D**.

N16. Ⓔ 4

! Nesunku įsitikinti, kad kiekvieną iš 4 pavaizduotų figūrų galima suklijuoti iš dviejų kauliukų. Kaip tai daroma, parodyta paveikslėliuose.



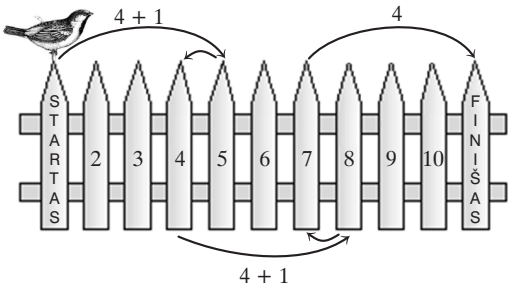
Taigi galima suklijuoti visas 4 figūras.
Teisingas atsakymas **E**.

N17. Ⓐ 2

! Kadangi mergaitės išleido tiek pat, tai kiekviena išleido $24 : 2 = 12$ eurų. Vadinasi, 6 keksai kainuoja 12 eurų, taigi vienas keksas kainuoja $12 : 6 = 2$ eurus.
Teisingas atsakymas **A**.

N18. Ⓔ

! Sunumeruokime tvoros skersinius skaičiais nuo 1 iki 11, tada startas bus pirmas skersinis, finišas — 11-tas skersinis. Surašykime, kaip šokinėja žvirblis ir kiek sekundžių praeina. Po pirmų 4 šuolių (4 sekundės) jis atsiduria ant 5-to skersinio, po to šoka atgal ant 4-to skersinio (dar 1 sekundė; iš viso 5 sekundės). Po antrų 4 šuolių jis atsiduria ant 8-to skersinio (iš viso $5 + 4 = 9$ sekundės), tada daro šuoliuką atgal ant 7-to skersinio ($9 + 1 = 10$ sekundžių). Dabar žvirblis daro trečius 4 šuolius pirmyn ir finišuoja ant 11-to skersinio ($10 + 4 = 14$ sekundžių).



Teisingas atsakymas **E**.

!! Sprendžiant šį uždavinį „greičiau“, mūsų laukia spąstai. Po pirmų 5 sekundžių žvirblis atsiduria ant 4-to skersinio (t. y. 3 skersiniais dešiniau). Todėl galima pamanyti, kad po 10 sekundžių jis atsidurs ant 7-to skersinio, o po 15 sekundžių ant 10 skersinio. Dabar jam finišuojant reikia 1 šuolio pirmyn, taigi iš viso žvirblis sugaiš $15 + 1 = 16$ sekundžių. Šiuo atveju gelbsti tai, kad tokio atsakymo nėra, taigi reikia pagalvoti ir surasti klaidą savo skaičiavimuose.
Paaiškinsime, kodėl čia taip atsitinka. Kadangi žvirblis šokinėja pirmyn ir atgal, tai ant kai kurių skersinių jis atsiduria 2 kartus — tai skersiniai 4, 5, 7, 8, 10, 11. Taigi jei jis pražiopsotų, kad jau finišavo ant 11 skersinio (po 14 sekundžių), tai jis šoktelėtų atgal (15 sekundžių) ant 10-to skersinio, o tada vėl pirmyn ant 11-to skersinio (16 sekundžių).
Žodžiu, jeigu tarp atsakymų būtų ir 16, tai nemaža dalis dalyvių pakliūtų į bėdą.

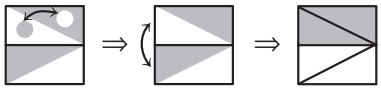
MAŽYLIS (III ir IV klasės)

M1. Ⓓ 6

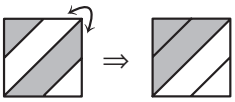
! Žodyje MATEMATIKA vartojamos tokios skirtingos raidės: M, A, T, E, I, K. Jų yra 6, taigi Bartui prireiks 6 spalvų. Teisingas atsakymas **D**.

M2. Ⓓ

! Pasižiūrėkime į paveikslėlį **A**. Jeigu nebūtų skrituliukų, tai šviesusis ir tamsusis plotai būtų lygūs: du vienodi šviesūs trikampiai ir du tokie pat tamsūs trikampiai. Jeigu sukeisime vietomis tamsųjį ir šviesųjį skrituliuką, tai tamsusis ir šviesusis plotai nepakis, bet taps akivaizdžiai vienodais.

A 

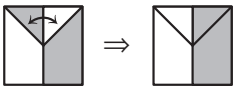
Dabar žiūrėkime į paveikslėlį **B**: šviesusis trikampis lygus tamsiajam, šviesusis keturkampis lygus tamsiajam. Vadinasi, ir visas šviesusis plotas lygus visam tamsiajam. Beje, galima keturkampius apversti ir sukeisti vietomis — tada šviesusis ir tamsusis plotai bus vienodi trikampiai.

B 

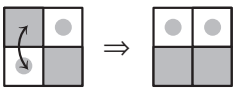
Paveikslėlyje **C** taip pat patogu sukeisti skrituliukus — tada šviesųjį ir tamsųjį plotą sudarys vienodos dalys.

C

Paveikslėlyje **E** plotai taip pat sudaryti iš vienodų dalių (o norint galima trikampius apversti ir sukeisti vietomis, tada kiekvienas iš plotų bus lygus pusei kvadrato).

E 

Liko atsakymas **D** — vadinasi, pagal konkurso taisykles jis ir yra teisingas. Bet nesunku ir paaiškinti, kodėl paveikslėlyje **D** tamsusis plotas didesnis: jeigu skrituliukus perspalvintume ir padarytume šviesiais, tai tik tada šviesusis ir tamsusis plotas pasidarytų vienodi.

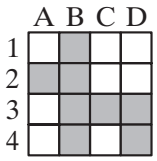
D 

Teisingas atsakymas **D**.

M3. Ⓑ 10

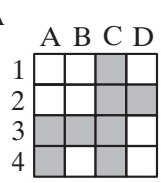
Žr. Nykštuko 10 uždavinio sprendimą.

M4. Ⓒ

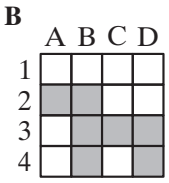


? Galima užtušuoti nurodytus kvadratėlius, ir nustatysime teisingą atsakymą. Bet galima to ir nedaryti. Iš tikrųjų, Ignas užtušavo langelį B1, o jis užtušuotas tik paveikslėlyje **C**. Renkamės atsakymą **C**.

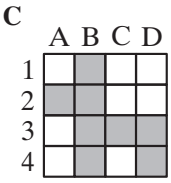
! **A**



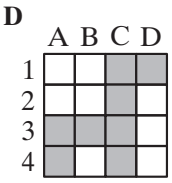
B



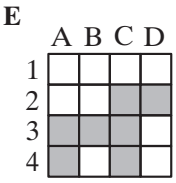
C



D



E



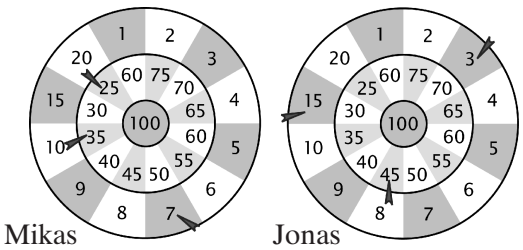
Kad sprendimas būtų išsamus, reikia įsitikinti, kad paveikslėlyje **C** užtušuoti visi nurodyti langeliai ir tik jie. Patikriname — tikrai taip.
Teisingas atsakymas **C**.

M5. Ⓐ 3

Žr. Nykštuko 9 uždavinio sprendimą.

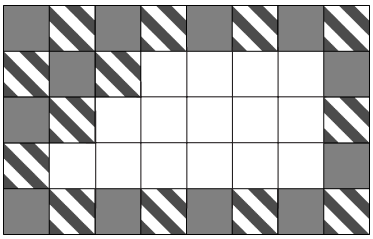
M6. Ⓔ Mikas 4 taškais

! Mikas surinko $35 + 25 + 7 = 67$ taškus, Jonas $45 + 15 + 3 = 63$ taškus. Taigi laimėjo Mikas, surinkęs $67 - 63 = 4$ taškais daugiau.
Teisingas atsakymas **E**.



M7. Ⓑ 8

! Verta sudalyti baltąjį plotą į kvadratėlius, nors galima apsieiti ir be to.



Dabar skaičiuoti lengva: pirmame stulpelyje nukritusių plytelių nėra, antrame — nukrito 1 tamsi plytelė, trečiame — nukrito 1 tamsi plytelė, ketvirtame — 2, penktame — 1, šeštame — 2, septintame — 1, aštuntame nukritusių plytelių nėra. Iš viso nukrito $1+1+2+1+2+1 = 8$ tamsios plytelės.
Teisingas atsakymas **B**.

M8. Ⓓ Vasario 24

! Galima skaičiuoti taip.
Šiandien kovo 15. Kovo 14 buvo prieš 1 dieną, o kovo 1 — prieš 14 dienų. Vasario 29 buvo prieš 15 dienų, o dar prieš 5 dienas buvo vasario $29 - 5 = 24$-toji.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Galima skaičiuoti ir į priekį. Nuo vasario 19 (tai patogiausia, mažiausia diena iš atsakymų) 10 dienų bus praėję vasario 29 dieną, 11 dienų — kovo 1, dar po 9 dienų bus kovo 10 diena. Iki kovo 15 lieka 5 dienos, taigi skaičiuoti dienas reikia pradėti nuo vasario $19 + 5 = 24$-tos dienos.

M9. Ⓔ 4

Žr. Nykštuko 16 uždavinio sprendimą.

M10. Ⓑ 6

! Trys balionai už vieną balioną yra daugiau $3 - 1 = 2$ balionais, ir tie 2 balionai kainuoja 12 centų. Vadinasi, vienas balionas kainuoja $12 : 2 = 6$ centus.
Teisingas atsakymas **B**.

M11. Ⓔ 10

? (Palygink su Nykštuko 8 uždavinio sprendimu.)
Uždavinys palyginti sunkus, sugalvoti paprastą sprendimą nėra lengva. Tad galima imtis atsakymų tikrinimo.
Lengva įsitikinti, kad gali būti 10 keksų su razinomis, ir su migdolais: užtenka prie jų prijungti 5 keksus vien su razinomis ir 5 — vien su migdolais.
Reikia įsitikinti, kad kiti atsakymai netinka. Peržiūrėkime likusius atsakymus: 4, 5, 6, 8.
Jeigu būtų 4 keksai ir su razinomis ir su migdolais, tai tik su razinomis būtų $15-4 = 11$ keksų, tik su migdolais būtų taip pat 11 keksų. Iš viso vien su priedais būtų jau $4 + 11 + 11 = 26$ keksai, o jų gali būti ne daugiau kaip 20. Nieko neišeina, taigi atsakymas 4 netinka.
Jeigu būtų 5 keksai su abiem priedais, tai tik su vienu iš jų būtų po $15 - 5 = 10$ keksų. Iš viso vien su priedais būtų $5 + 10 + 10 = 25$ keksai, — nieko neišeina.
Negali būti 6 keksai su abiem priedais, nes tada su vienu priedu būtų po 9 keksus, iš viso su priedais būtų $6 + 9 + 9 = 24$ keksai, — neišeina.
Negali būti 8 keksai su abiem priedais, nes tada keksų su priedais iš viso būtų $7+8+8 = 22$.
Kadangi konkurso teisyklės garantuoja, kad vienas iš atsakymų teisingas, tai toks gali būti tik atsakymas 10 keksų.
Renkamės atsakymą **E**.

! Iš tikrųjų padaryti tokį sprendimą išsamų nesudėtinga: dar reikia įsitikinti, kad netinka ir likusios ieškomų keksų reikšmės 9, 7, 3, 2, 1, 0.
Jeigu būtų 9 dviejų priedų keksai, tai iš viso keksų būtų $9 + 6 + 6 = 21$ — per daug.
Jeigu būtų mažiau kaip 5 dviejų priedų keksų, tai su kiekvienu priedu keksų būtų daugiau kaip 10, taigi iš viso keksų būtų daugiau kaip 20.
Kadangi mažiau kaip 10 dviejų priedų keksų būti negali, o 10 gali, tai mažiausias galimas dviejų priedų keksų kiekis yra 10.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Dabar jau aišku, kad uždavinį būtų spręsti lengviau, dviejų priedų keksų skaičių pasižymėjus x. Tada keksų su kiekvienu priedu būtų po $15 - x$. Iš viso keksų su priedais būtų $x + 15 - x + 15 - x = 30 - x$ (dar gali būti ir $20 - (30 - x) = x - 10$ keksų be prieskonių). Kadangi $30 - x$ turi būti ne daugiau už 20, tai x turi būti ne mažesnis už 10. Vadinasi, x galėtų būti 10, o pavyzdys įrodo, kad $x = 10$ įmanomas. Pagal sąlygą x ne didesnis už 15, taigi gali būti $x = 10, 11, 12, 13, 14, 15$.
Beje, sužinojome, kokie gali būti močiutės keksų kepimo rezultatai. Juos suvedame į lentelę:

Keksai su razinomis ir migdolais (x)	Keksai su razinomis ($15 - x$)	Keksai su migdolais ($15 - x$)	Keksai be priedų ($x - 10$)	Iš viso
10	5	5	0	20
11	4	4	1	20
12	3	3	2	20
13	2	2	3	20
14	1	1	4	20
15	0	0	5	20

M12. Ⓒ 3

? Atlikęs veiksmus, Petras gaus dešinėje pavaizduotą lentelę. Joje įvesti šachmatų žymėjimai — eilutės iš apačios į viršų sužymėtos skaičiais 1, 2, 3, 4, o stulpeliai iš kairės į dešinę — raidėmis a, b, c, d. Dabar kiekvienas langelis turi savo žymenį — pavyzdžiui, užtušuotasis langelis yra d1.

	a	b	c	d
4	1		3	
3		3		1
2	3	4		
1	2			

Langelyje b1 gali būti tik 1, nes skaičius 2 užimtas pirmoje eilutėje, o 3 ir 4 — antrame (b) stulpelyje. Todėl langelyje c1 stovės 4 (nes skaičiai 1, 2, 3 jau užimti). Vadinasi, langeliui d1 lieka skaičius 3:

	a	b	c	d
4	1		3	
3		3		1
2	3	4		
1	2			

⇒

	a	b	c	d
4	1		3	
3		3		1
2	3	4		
1	2	1		

⇒

	a	b	c	d
4	1		3	
3		3		1
2	3	4		
1	2	1	4	

⇒

	a	b	c	d
4	1		3	
3		3		1
2	3	4		
1	2	1	4	3

Renkamės atsakymą **C**.

! Ko trūksta tokiam sprendimui? Įsivaizduokite, kad toliau pildydami gautume lentelę, kuri netenkina sąlygos. Tada visai nebeaišku, kokį atsakymą reikėtų pasirinkti. Šiaip jau tokiu atveju, jeigu nėra pasirenkamųjų atsakymų, atsakymą reikėtų rašyti maždaug tokį: tokios lentelės nėra. Bet šiame uždavinyje viskas gerai — užpildę visus langelius, gauname sąlygą tenkinančią lentelę.
Nuosekliai pildome „vienareikšmiškus“ langelius: į a3 tinka tik 4, į b4 — tik 2, todėl į d4 — tik 4, o į c3 — tik 2.

	a	b	c	d
4	1		3	
3		3		1
2	3	4		
1	2	1	4	3

⇒

	a	b	c	d
4	1	2	3	
3	4	3		1
2	3	4		
1	2	1	4	3

⇒

	a	b	c	d
4	1	2	3	4
3	4	3	2	1
2	3	4		
1	2	1	4	3

⇒

	a	b	c	d
4	1	2	3	4
3	4	3	2	1
2	3	4	1	2
1	2	1	4	3

Dabar į langelį c2 tinka tik 1, o į langelį d2 — tik 1. Gavome lentelę, tenkinančią uždavinio sąlygą, ir užtušuotame langelyje stovi 3.
Teisingas atsakymas **C**.

M13. Ⓓ 25

? Neįsiskaičius į sąlygą, gali atrodyti, kad klasėje mergaičių yra dukart daugiau nei berniukų. Tada klasės mokinių skaičius būtų lygus trigubam mergaičių skaičiui, t. y. dalytusi iš 3. Atsakymuose yra du skaičiai, dalūs iš 3 — 30 (**A**) ir 24 (**C**). Abu jie tarsi turėtų tikti. Kadangi 30 — „ankstesnis“ atsakymas, tai imame atsakymą 30.
Renkamės atsakymą **A**.

! Vis dėlto du teisingi atsakymai — tai tam tikras perspėjimas: juk teisingas visada tik vienas jų. Dar kartą perskaitome sąlygą, ir suvokiame, kad Miko bendraklasių berniukų skaičius vienetu mažesnis už klasės berniukų skaičių (palyginkite: mes trise geri draugai, bet aš turiu du gerus draugus). Vadinasi, atmetus vienetą (t. y. Miką), likusių klasės mokinių skaičius turi dalytis iš 3. Toks skaičius atsakymuose tik vienas — tai 25.
Teisingas atsakymas **D**.

M14. Ⓑ 5

! Kadangi 3 kačiukai turi $3 \cdot 4 = 12$ kojų, 4 ančiukai $4 \cdot 2 = 8$ kojas, o 2 žąsiukai $2 \cdot 2 = 4$ kojas, tai jie kartu turi $12 + 8 + 4 = 24$ kojas. Vadinasi, ėriukai turi $44 - 24 = 20$ kojų, o tai reiškia, kad jų yra $20 : 4 = 5$.
Teisingas atsakymas **B**.

M15. Ⓔ 420

? Nesugalvojus nieko geriau, galima tikrinti atsakymus. Jei slyvų būtų 350, tai mandarinų $350 : 7 = 50$, obuolių $50 : 5 = 10$, kriaušių $10 : 3 = 3\frac{1}{3}$. Iš sąlygos aišku, kad kriaušių buvo sveikasis skaičius, vadinasi, atsakymas **A** netinka.
Jeigu slyvų būtų 315, tai mandarinų $315 : 7 = 45$, obuolių $45 : 5 = 9$, kriaušių $9 : 3 = 3$, taigi iš viso vaisių būtų $315 + 45 + 9 + 3 = 372$ (o ne 496). Atsakymas **B** netinka.
Jei slyvų būtų 455, tai mandarinų $455 : 7 = 65$, obuolių $65 : 5 = 13$, kriaušių $13 : 3 = 4\frac{1}{3}$. Atsakymas **C** netinka.
Jei slyvų būtų 385, tai mandarinų $385 : 7 = 55$, obuolių $55 : 5 = 11$, kriaušių $11 : 3 = 3\frac{2}{3}$. Atsakymas **D** netinka.
Lieka 420 — jį galima ir rinktis.
Renkamės atsakymą **E**.

! Vis dėlto geriau pasitikrinti, ar atsakymas **E** tinka — jau vien todėl, kad skaičiuodami galėjome apsirikti. Taigi jei slyvų buvo 420, tai mandarinų $420 : 7 = 60$, obuolių $60 : 5 = 12$, kriaušių buvo $12 : 3 = 4$. Iš viso buvo $420 + 60 + 12 + 4 = 496$ vaisiai.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Patogu pradėti nuo mažiausio skaičiaus — kriaušių. Obuolių buvo triskart daugiau nei kriaušių. Mandarinų buvo penkiskart daugiau nei obuolių, taigi mandarinų buvo $3 \cdot 5 = 15$ kartų daugiau nei kriaušių. Vadinasi, slyvų buvo $7 \cdot 15 = 105$ kartų daugiau nei kriaušių. Taigi iš viso vaisių buvo $1 + 5 + 15 + 105 = 124$ kartus daugiau nei kriaušių. Todėl kriaušių buvo $496 : 124 = 4$, o slyvų buvo $4 \cdot 105 = 420$.
Teisingas atsakymas **E**.

!!! Galimi ir kiti sprendimo variantai. Paprasčiausia būtų kriaušių skaičių pasižymėti x. Tada obuolių būtų $3x$, mandarinų $15x$, slyvų $105x$, iš viso vaisių $x+3x+15x+105x = 124x$. Pagal sąlygą $124x = 496$, todėl $x = 496 : 124 = 4$. Vadinasi, slyvų buvo $105x = 105 \cdot 4 = 420$.
Nenorint įsivesti ikso, galima kalbėti apie krūveles. Jeigu kriaušių buvo krūvelė, tai obuolių — trys krūvelės, ..., iš viso vaisių 124 krūvelės, taigi krūvelėje buvo $496 : 124 = 4$ vaisiai. Bet slyvų buvo $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$ kartus daugiau, t. y. buvo $4 \cdot 105 = 420$ slyvų.

M16. Ⓒ 2

Žr. Nykštuko 14 uždavinio sprendimą.

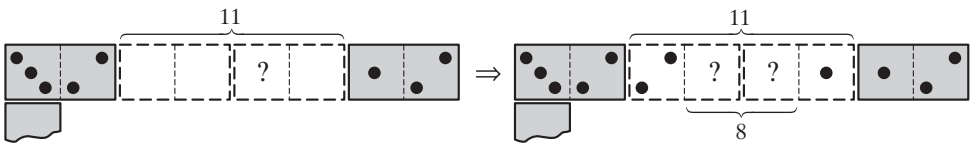
M17. Ⓓ 12

? Iš pradžių lipkime kuo aukščiau (neperžengdami 22 laiptelio), o paskui žiūrėkime (tai vadinamoji gobšo strategija: kol gali — imk, po to — galvok). Po 7 šuolių aukštyn atsiduriame 21 laiptelyje. Trūksta 1 laiptelio — jį sudaryti nesudėtinga: 2 šuoliai žemyn, 3 aukštyn ($2 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$). Padarėme 10 šuolių aukštyn ir 2 žemyn — iš viso $10 + 2 = 12$ šuolių. Renkamės atsakymą **D**.

! Uždavinys atrodo visai nesunkus, kol nesusimąstome — o gal galima atlikti mažiau šuolių? Paaiškinsime, kodėl mažiau šuolių neužtenka. Nėra jokio skirtumo, kada šoksime aukštyn, kada žemyn — rezultatas priklauso tik nuo to, kiek šuolių bus aukštyn ir kiek — žemyn. Todėl iš pradžių galime atlikti (bent jau mintyse) visus šuolius aukštyn, tada žemyn (ir turime atsidurti ant 22 laiptelio). Virš 22 laiptelio atsidursime po 8 šuolių: $8 \cdot 3 = 24$. Bet šuoliuodami žemyn po 4 laiptelius po pirmo šuolio pateksime ant 20 laiptelio. Bandome 9 šuolius aukštyn $9 \cdot 3 = 27$. Šokinėdami žemyn, vėl prašoksime 22 laiptelį: būsime ant 23, po to ant 19 laiptelio. Bandome 10 šuolių, $10 \cdot 3 = 30$. Dabar ant 22 laiptelio jau pataikome: $30 - 4 = 26$, $26 - 4 = 22$. Vadinasi, iš viso reikia bent 12 šuolių. Jeigu aukštyn atliktume daugiau šuolių, tai daugiau reikėtų šuolių ir žemyn. Vadinasi, mažiausias šuolių skaičius yra būtent 12.
Teisingas atsakymas **D**.

M18. Ⓒ 4

! Išėmus du kauliukus, likusių kauliukų akučių suma yra $1+5+8+5+3 = 22$. Vadinasi, išimtų dviejų kauliukų akučių suma yra $33 - 22 = 11$. Tų kauliukų vienas kvadratėlis glaudėsi su 2 akučių kvadratėliu, kitas — su 1 akutės kvadratėliu. Bet kvadratėlis su klaustuku glaudžiasi su tokiu pat kvadratėliu, jų akučių suma yra $11 - 3 = 8$. Vadinasi, klaustuku pažymėtame kvadratėlyje buvo 4 akutės.



Teisingas atsakymas **C**.

M19. Ⓓ 1173

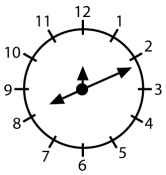
! Kad dviženkliai skaičiai būtų kuo didesni, pirmieji (šimtų) skaitmenys turi būti kuo didesni, taigi 6 ir 5. Dabar imame kuo didesnius antruosius skaitmenis — tai 4 ir 3. Tretiesiems skaitmenims lieka 2 ir 1. Todėl tokių skaičių sumos paskutinis skaitmuo bus $2 + 1 = 3$, priešpaskutinis $4 + 3 = 7$, o suma prasidės skaitmenimis 1 ir 1 (nes $6 + 5 = 11$). Vadinasi, didžiausia suma yra 1173.
Teisingas atsakymas **C**.

M20. Ⓑ 4

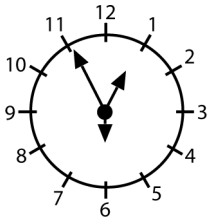
! Pradėkime nuo Katrės ir Lauros — jos gali stovėti taip: KL arba LK. Atsistojus Ingai šalia Lauros, pirmu atveju jos stovės KLI, antru atveju ILK. Ir vienu, ir kitu atveju Valė gali stotis kairėje arba dešinėje — iš viso $2 + 2 = 4$ būdai:

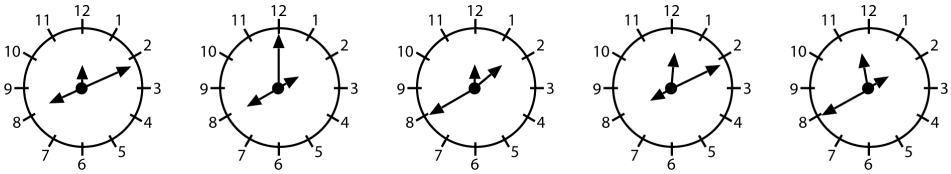
VILK, ILKV, VKLI, KLIV.

Teisingas atsakymas **B**.

M21. Ⓐ 

Dabar yra 12:55:30, todėl valandinė rodyklė yra tarp 12 ir 1. Vadinasi, valandinė rodyklė yra vidurinioji (pagal ilgį). 55 minutes rodanti rodyklė yra ties 11, taigi minutinė — tai ilgiausioji rodyklė. Lieka sekundinė rodyklė — trumpoji, ir ji iš tikrųjų rodo 30 sekundžių: yra ties 6. Kai bus 8:11:00, valandinė (vidurinioji) rodyklė bus tarp 8 ir 9, minutinė (ilgoji) tarp 2 ir 3, o tokia padėtis pavaizduota paveikslėlyje **A** (beje ir sekundinė (trumpoji) rodyklė stovi teisingai — ties 12).





A **B** **C** **D** **E**

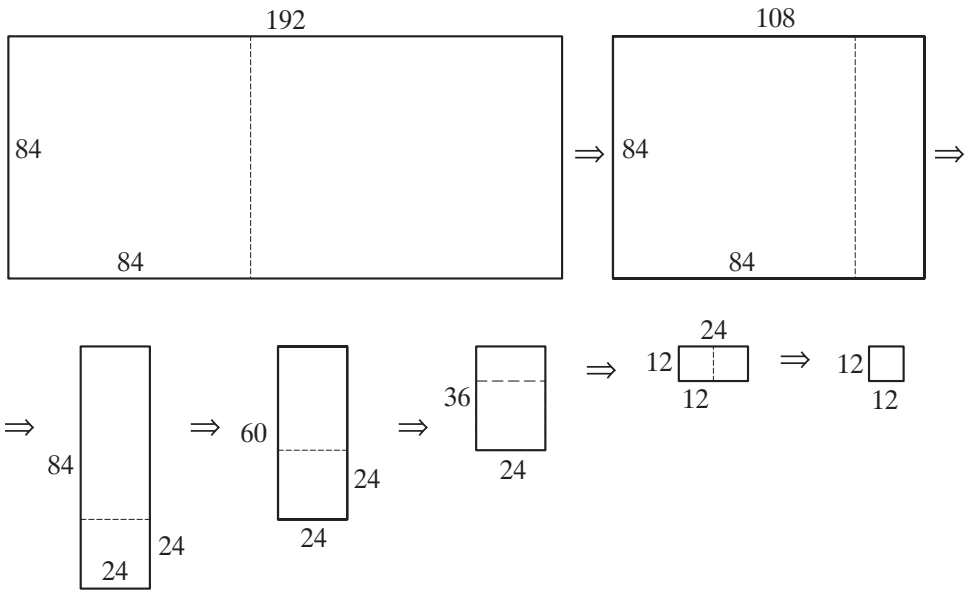
Teisingas atsakymas **A**.

M22. Ⓓ 7

Labai dažnai uždavinį patogu „apsukti“. Tada pasirinktąjį skaičių, padaugintą iš savęs, gausime galutinį rezultatą padaliję iš 4, tada atėmę 3, tada padaliję iš 10, o tada atėmę 1. Taigi $2012 : 4 = 503$, $503 - 3 = 500$, $500 : 10 = 50$, $50 - 1 = 49$. Iš daugybos lentelės žinome, kad 49 — tai 7×7. Vadinasi, Mykolas pasirinko skaičių 7.
Teisingas atsakymas **D**.

M23. Ⓔ 12 mm

Atkerpame 84 mm stačiakampio ilgio (toliau milimetrų santrumpos mm nerašysime — ji mums tik kliudo). Lieka $192 - 84 = 108$. Turime stačiakampį 108×84. Vėl nukerpame kvadratą 84×84, lieka stačiakampis 24×84. Nukerpame kvadratą 24×24, lieka stačiakampis 24×60. Vėl nukerpame kvadratą 24×24, lieka stačiakampis 24×36. Nukerpame kvadratą 24×24, lieka stačiakampis 24×12. Dabar nukirpus kvadratą 12×12, lieka toks pat kvadratas 12×12. Daugiau kirpti nėra ką. Vadinasi, mažiausio kvadrato kraštinės ilgis yra 12 milimetrų. Teisingas atsakymas **E**.



!! Žinoma, viską galima užrašyti trumpiau. Atkirpus du kvadratus 84×84, lieka stačiakampis 24×84 (nes $192 - 2 \cdot 84 = 24$). Iš jo atkirpus tris kvadratus 24×24, lieka stačiakampis 24×12. Dabar nukirpus kvadratą 12×12, lieka toks pat kvadratas.

M24. Ⓒ 10

! Pralaimėjusi komanda gauna 0 taškų, taigi praranda 3 taškus (kuriuos būtų gavusi laimėjusi). Sužaidusi lygiosiomis komanda gauna 1 tašką, taigi praranda 2 taškus. Komanda po 38 rungtynių surinko 80 taškų, taigi prarado $38 \cdot 3 - 80 = 34$ taškus. Vadinasi, ji galėjo pralaimėti ne daugiau kaip 11 kartų. Bet pralaimėjus 11 kartų, prarandami 33 taškai, ir likusį 1 tašką prarasti nebeišeina. Jeigu ji pralaimėtų 10 kartų, tai liktų 4 prarasti taškai, o tai reiškia, kad 2 rungtynės sužaistos lygiosiomis. Taigi Vilniaus komanda daugiausia galėjo pralaimėti 10 rungtynių.
Teisingas atsakymas **C**.

ATSAKYMAI

Klausimo Nr.	Grupė	
	N	**M**
1	C	D
2	B	D
3	D	B
4	D	C
5	B	A
6	D	E
7	E	B
8	A	D
9	A	E
10	B	B
11	D	E
12	D	C
13	D	D
14	C	B
15	D	E
16	E	C
17	A	D
18	E	C
19		D
20		B
21		A
22		D
23		E
24		C

KENGŪRA 2012. I–IV klasės
Tarptautinio matematikos konkurso užduotys ir sprendimai
Juozas Mačys

2012 12 05. 4 sp. l.
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius
Spausdino AB „Spauda“
Laisvės pr. 60, LT-05120 Vilnius