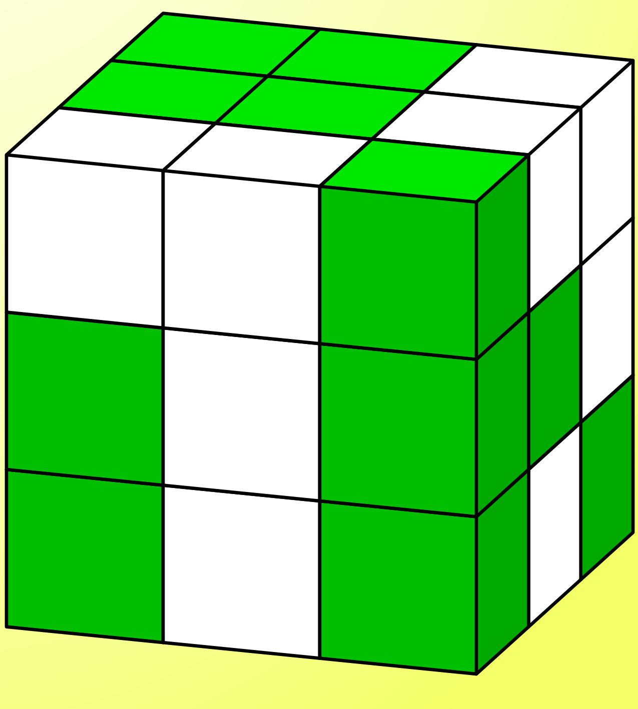
Kengūra

KADETAS



Uždavinių sąlygos ir sprendimai

2016

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2019. KADETAS

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autoriai ir sudarytojai
Paulius Drungilas ir Romualdas Kašuba

Redaktorius
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavimas
Jonas Šiurys

Viršelio autorė
Ugnė Šiurienė

Turinys

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 49000 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2019 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

75 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis besprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai. Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikos draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2019 metų kovo 17 dieną keliavo ir gausiai sprendė 7–8 klasių (*Kadeto* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

Kadetas, 7 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Kadetas, 8 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Tarptautinis matematikos konkursas KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: **Pavardė** P A V A R D E N I S

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras ☐☐☐☐☐☐

Mokyklos pavadinimas

Kalba

Lietuvių	☐
Lenkų	☐
Rusų	☐
Anglų	☐

	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
Klasė	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9(G1)**	**10(G2)**	**11(G3)**	**12(G4)**
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	**7**	☐	☐	☐	☐	☐	**13**	☐	☐	☐	☐	☐	**19**	☐	☐	☐	☐	☐	**25**	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	**8**	☐	☐	☐	☐	☐	**14**	☐	☐	☐	☐	☐	**20**	☐	☐	☐	☐	☐	**26**	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	**9**	☐	☐	☐	☐	☐	**15**	☐	☐	☐	☐	☐	**21**	☐	☐	☐	☐	☐	**27**	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	**10**	☐	☐	☐	☐	☐	**16**	☐	☐	☐	☐	☐	**22**	☐	☐	☐	☐	☐	**28**	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	**11**	☐	☐	☐	☐	☐	**17**	☐	☐	☐	☐	☐	**23**	☐	☐	☐	☐	☐	**29**	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	**12**	☐	☐	☐	☐	☐	**18**	☐	☐	☐	☐	☐	**24**	☐	☐	☐	☐	☐	**30**	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

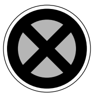
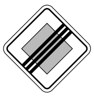
1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

2016 m. *Kadeto* užduočių sąlygos

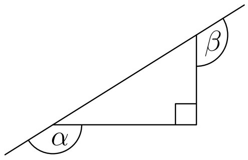
Klausimai po 3 taškus

1. Kiek iš viso yra sveikųjų skaičių tarp skaičių 3,17 ir 20,16?
A) 15 **B)** 16 **C)** 17 **D)** 18 **E)** 19

2. Kuris ženklas turi daugiausiai skirtingų simetrijos ašių?

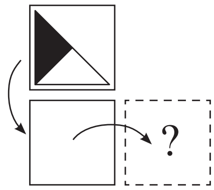
A)  B)  C)  D)  E) 

3. Kam lygi paveikslėlyje pažymėtų kampų α ir β suma?
A) 150° **B)** 180° **C)** 270° **D)** 320° **E)** 360°



4. Raminta prie mėgstamiausio jos skaičiaus turėjo pridėti 26. Tačiau vietoje to ji iš mėgstamiausio savo skaičiaus atėmė 26 ir gavo −14. Kam lygi Ramintos mėgstamiausio skaičiaus ir 26 suma?
A) 28 **B)** 32 **C)** 36 **D)** 38 **E)** 42

5. Ant stalo gulintį kvadratinį popieriaus lapą Evelina apverčia per apatinę jo kraštinę. Tada ji dar kartą lapą apverčia per dešiniąją jo kraštinę (žr. pav.). Kurį lapą mato Evelina?

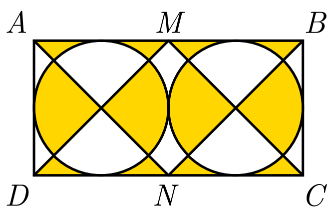


A)  B)  C)  D)  E) 

6. Kengūra turi 555 krūveles akmenukų. Kiekvienoje krūvelėje yra lygiai 9 akmenys. Visus šiuos akmenis ji paskirstė į krūveles po 5 akmenis. Kiek krūvelių gavo Kengūra?
A) 999 **B)** 900 **C)** 555 **D)** 111 **E)** 45

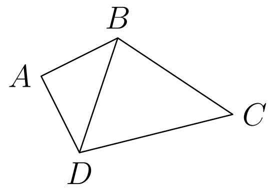
7. Mokykloje 45 mokytojai į darbą važinėja dviračiais. Šie mokytojai sudaro 60% visų mokytojų. Lygiai 12% mokytojų į darbą važinėja automobiliais. Kiek mokytojų į darbą važinėja automobiliais?
A) 4 **B)** 6 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 12

8. Paveikslėlyje pavaizduotas stačiakampis $ABCD$, kurio kraštinių AB ir CD vidurio taškai yra atitinkamai M ir N. Du apskritimai liečia vienas kitą ir šio stačiakampio kraštines (žr. pav.). Kam lygus nuspalvintos srities plotas, jei žinoma, kad $AB = 10$?
A) 12,5 **B)** 20 **C)** 25 **D)** 30 **E)** 37,5



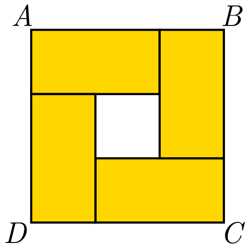
9. Gerda turi dvi virves, kurių ilgiai yra 1 m ir 2 m. Šias virves ji sukarpė į vienodo ilgio virves. Kuris iš skaičių negali būti lygus gautų virvių skaičiui?
A) 6 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 12 **E)** 15

10. Keturi miestai A, B, C ir D sujungti 5 keliais, kaip pavaizduota paveikslėlyje. Lenktynės prasideda mieste B, baigiasi mieste D ir kiekvienas paveikslėlyje pavaizduotas kelias pravažiuojamas lygiai vieną kartą. Kiek iš viso yra tokių lenktynių maršrutų?
A) 10 **B)** 8 **C)** 6 **D)** 4 **E)** 2



Klausimai po 4 taškus

11. Paveikslėlyje pavaizduoti keturi vienodi stačiakampiai, sudėti į kvadratą $ABCD$. Kiekvieno stačiakampio perimetras lygus 16. Kam lygus kvadrato $ABCD$ perimetras?
A) 16 **B)** 20 **C)** 24 **D)** 28 **E)** 32

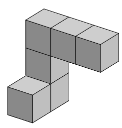


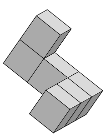
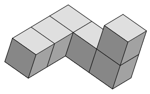
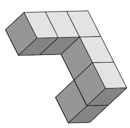
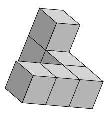
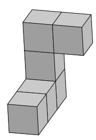
12. Elena turi 49 mėlynus karoliukus ir vieną raudoną. Dalį karoliukų ji pametė. Dabar mėlynieji karoliukai sudaro 90% visų jos turimų karoliukų. Kiek karoliukų pametė Elena?
A) 4 **B)** 10 **C)** 29 **D)** 39 **E)** 40

13. Kuri iš trupmenų yra arčiausiai skaičiaus $\frac{1}{2}$?
A) $\frac{25}{79}$ **B)** $\frac{27}{59}$ **C)** $\frac{29}{57}$ **D)** $\frac{52}{79}$ **E)** $\frac{57}{92}$

14. Aštuonios mergaitės žaidė keturis mačus teniso turnyro ketvirtfinalyje. Keturios nugalėtojos žaidė du mačus turnyro pusfinalyje, o dvi jo nugalėtojos žaidė finale. Paaiškėjo, kad šių mačų rezultatai yra tokie (išvardyti atsitiktine tvarka): Gerda nugalėjo Eleną, Patricija nugalėjo Sofiją, Raminta nugalėjo Austėją, Raminta nugalėjo Patriciją, Patricija nugalėjo Gerdą, Evelina nugalėjo Kotryną ir Raminta nugalėjo Eveliną. Kurios dvi mergaitės žaidė finale?
A) Raminta ir Austėja **B)** Raminta ir Patricija **C)** Patricija ir Gerda
D) Raminta ir Evelina **E)** Patricija ir Sofija

15. Paveikslėlyje pavaizduota figūra suklijuota iš kubelių. Kuriame iš atsakymo paveikslėlių pavaizduota kita figūra?



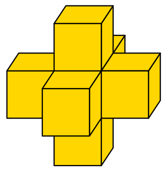
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

16. Broliai Aurimas, Giedrius ir Simonas yra trynukai (gimę tą pačią dieną). Jų broliai-dvynukai Andrius ir Jokūbas yra 3 metais jaunesni. Kuris iš skaičių gali būti visų penkių brolių amžių suma?
A) 36 **B)** 53 **C)** 76 **D)** 89 **E)** 92

17. Kam lygus skaičiaus $2^{2016} + 2016^2$ paskutinis skaitmuo?
A) 0 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 6 **E)** 8

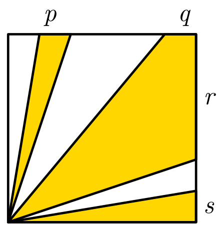
18. Dvi kengūros Kanga ir Kenga tupi viena šalia kitos ir kartu pradeda šuoliuoti ta pačia kryptimi. Kiekvieną sekundę jos padaro vieną šuolį. Kiekvienas Kangos šuolis lygus 6 m. Pirmasis Kengos šuolis lygus 1 m, kiekvienas kitas jos šuolis pailgėja 1 m. Po kelių šuolių Kenga pavys Kangą?
A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13 **E)** 14

19. Iš septynių lošimo kauliukų suklijuota figūra (žr. pav.). Bet kuriose dviejose suklijuotose sienelėse yra po tiek pat taškų. Kiek iš viso taškų yra suklijuotos figūros paviršiuje?
A) 24 **B)** 90 **C)** 95 **D)** 105 **E)** 126



20. Klasėje yra 20 mokinių. Visi mokiniai sėdi poromis. Lygiai trečdalis berniukų sėdi su mergaitėmis ir lygiai pusė mergaičių sėdi su berniukais. Kiek berniukų yra klasėje?
A) 9 **B)** 12 **C)** 15 **D)** 16 **E)** 18

Klausimai po 5 taškus



21. Kvadrato plotas lygus 36. Kai kurios jo dalys yra užtušuotos (žr. pav.). Visų užtušuotų plotų suma lygi 27. Kam lygi suma $p + q + r + s$?
A) 4 **B)** 6 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

22. Simonas ir Adomas kartu pažvelgė į savo laikrodžius. Simono laikrodis vėluoja 10 minučių, nors jis mano, kad jo laikrodis skuba 5 minutėmis. Adomo laikrodis skuba 5 minutėmis, nors jis mano, kad jo laikrodis 10 minučių vėluoja. Simonas mano, kad dabar yra 12:00. Kiek dabar laiko Adomo manymu?
A) 11:30 **B)** 11:45 **C)** 12:00 **D)** 12:30 **E)** 12:45

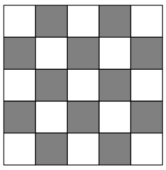
23. Dvylika mergaičių susitiko kavinėje. Kiekviena mergaitė vidutiniškai suvalgė po 1,5 sausainio. Be to, kiekviena mergaitė arba suvalgė vieną sausainį, arba du, arba iš viso sausainių neragavo. Kiek iš viso mergaičių suvalgė po du sausainius, jei žinoma, kad lygiai dvi iš jų sausainių neragavo?
A) 2 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

24. Raudonkepuraitė išsiruošė paeiliui aplankyti tris savo proseneles ir nunešti joms pyragėlių. Kiekvieną kartą prieš jai įeinant į prosenelės namus Pilkas Vilkas suryja lygiai pusę tuo metu jos krepšelyje esančių pyragėlių. Išėjusi iš trečiosios prosenelės Raudonkepuraitė pastebėjo, kad jos krepšelyje pyragėlių nebeliko. Kiekvienai prosenelei Raudonkepuraitė davė vienodą skaičių pyragėlių. Iš kurio skaičiaus būtinai dalijasi Raudonkepuraitės krepšelyje pačioje pradžioje buvusių pyragėlių skaičius?
A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 9

25. Natūralusis skaičius vadinamas įtartinu, jei jo skaitmenų suma yra didesnė už jo skaitmenų sandaugą. Kiek iš viso yra įtartinų dviženklių skaičių?
A) 13 **B)** 26 **C)** 39 **D)** 44 **E)** 79

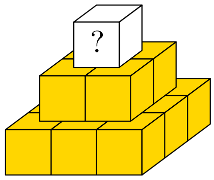
26. Lentoje parašyti keli skirtingi natūralieji skaičiai. Dviejų mažiausių skaičių sandauga lygi 16, o dviejų didžiausių skaičių sandauga lygi 225. Kam lygi visų lentoje parašytų skaičių suma?
A) 38 **B)** 42 **C)** 44 **D)** 58 **E)** 243

27. Kvadratą 5×5 sudaro 25 balti langeliai. Vienu ėjimu leidžiama pakeisti bet kurių dviejų gretimų (bendrą kraštinę turinčių) langelių spalvą: balti langeliai spalvinami juodai, o juodi – baltai. Kiek mažiausiai ėjimų reikia, norint gauti kvadratą, pavaizduotą paveikslėlyje?



A) 11 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 15

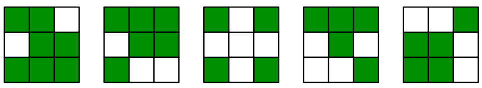
28. Paveikslėlyje pavaizduota piramidė, pastatyta iš keturiolikos kubelių. Adomas ant kiekvieno kubelio užrašė po vieną natūralųjį skaičių. Be to, visi ant kubelių užrašyti skaičiai yra skirtingi. Ant devynių piramidės pagrinde esančių kubelių užrašytų skaičių suma lygi 50. Ant kiekvieno iš aukščiau pastatytų kubelių užrašytas skaičius, lygus po juo esančių keturių kubelių skaičių sumai. Kam lygus didžiausias skaičius, kurį Adomas galėjo užrašyti ant piramidės viršutinio kubelio?

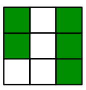
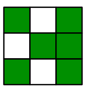
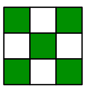
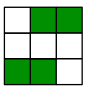
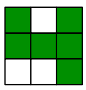


A) 98 **B)** 104 **C)** 110 **D)** 118 **E)** 120

29. Traukinys turi penkis vagonus. Kiekviename jo vagone yra bent vienas keleivis. Du keleiviai vadinami kaimynais, jei jie yra tame pačiame vagone arba gretimuose vagonuose. Yra žinoma, kad kiekvienas šio traukinio keleivis turi arba lygiai 5, arba lygiai 10 kaimynų. Kiek iš viso keleivių yra traukinyje?
A) 13 **B)** 15 **C)** 17 **D)** 20 **E)** Yra daugiau negu vienas atsakymas

30. Kubas 3×3×3 yra sudėtas iš 15 juodų ir 12 baltų kubelių. Penkios šio kubo sienos pavaizduotos paveikslėliuose. Kuriame iš paveikslėlių yra pavaizduota šeštoji šio kubo siena?



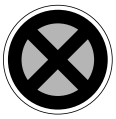
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

Kadeto užduočių sprendimai

1. C 17

! Tarp skaičių 1 ir 20,16 yra lygiai 20 sveikųjų skaičių. Atmetę skaičius 1, 2 ir 3, gauname, kad tarp skaičių 3,17 ir 20,16 yra lygiai $20 - 3 = 17$ sveikųjų skaičių.

Teisingas atsakymas **C**.

2. A 

! Nesunku įsitikinti, kad pirmasis ženklas turi lygiai keturias skirtingas simetrijos ašis, antrasis – dvi, trečiasis – tris, o penktasis – vieną. Ketvirtasis ženklas iš viso neturi simetrijos ašių. Iš tikrųjų, šiame ženkle rodyklės rodo eismą priešingą laikrodžio rodyklės krypčiai. Jei ženklas turėtų bent vieną simetrijos ašį, tai visos rodyklės turėtų rodyti eismą laikrodžio rodyklės kryptimi. Taigi pirmasis ženklas turi daugiausiai simetrijos ašių.

Teisingas atsakymas **A**.

3. C 270°

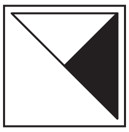
! Kampų α ir β gretutiniai kampai, lygūs $180° - \alpha$ ir $180° - \beta$, yra stačiojo trikampio smailieji kampai, kurių suma lygi 90°: $180° - \alpha + 180° - \beta = 90°$. Iš čia randame $\alpha + \beta = 270°$.

Teisingas atsakymas **C**.

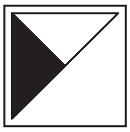
4. D 38

! Kadangi Raminta atėmusi iš savo mėgstamiausio skaičiaus 26 gavo skaičių -14, tai jos mėgstamiausias skaičius yra $-14 + 26 = 12$. Taigi Ramintos mėgstamiausio skaičiaus ir 26 suma lygi $12 + 26 = 38$.

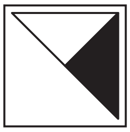
Teisingas atsakymas **D**.

5. (B) 

! Evelina, pirmą kartą pervertusi popieriaus lapą (tarkime, kad popieriaus lapas yra permatomas), mato lapą



Šį lapą apvertusi per dešiniąją jo kraštinę ji mato lapą



Teisingas atsakymas **B**.

6. (A) 999

! Kengūra iš viso turi 555×9 akmenukų, kuriuos suskirsčiusi krūvelėmis po 5 akmenukus, iš viso gaus $555 \times 9 : 5 = 111 \times 9 = 999$ krūveles.

Teisingas atsakymas **A**.

7. (C) 9

! 45 mokytojai sudaro 60% visų mokytojų. Vadinasi, $\frac{1}{5} \times 45 = 9$ mokytojai sudaro $\frac{1}{5} \times 60\% = 12\%$ visų mokytojų. Taigi lygiai 9 mokytojai į darbą važinėja automobiliais.

Teisingas atsakymas **C**.

8. (C) 25

! Stačiakampio $ABCD$ kraštinė AD lygi įbrėžto apskritimo skersmeniui, o kraštinė AB lygi dvigubam įbrėžto apskritimo skersmeniui. Taigi $AB = 2AD$. Kadangi $AB = 10$, tai $AD = 5$.

Taškus M ir N sujungę atkarpa, gauname du vienodus kvadratus – $AMND$ ir $MBCN$. Užtenka rasti kvadrato $AMND$ nuspalvintos srities plotą, nes jis lygus pusei stačiakampio $ABCD$ nuspalvintos srities ploto.

Tarę, kad kvadratas $AMND$ yra popierinis ir perlenkę jį išilgai įstrižainės AN gausime, kad kiekviena trikampio AND nuspalvinta sritis sutaps su atitinkama trikampio ANM nenuspalvinta sritimi, o kiekviena nenuspalvinta trikampio AND sritis sutaps su atitinkama trikampio ANM nuspalvinta sritimi. Kadangi trikampių AND ir ANM plotai lygūs, tai nuspalvintos kvadrato $AMND$ srities plotas S lygus pusei šio kvadrato ploto: $S = \frac{1}{2} S_{AMND} = \frac{1}{2} AD^2 = \frac{25}{2}$. Taigi stačiakampio $ABCD$ nuspalvintos srities plotas lygus $2S = 25$.

Teisingas atsakymas **C**.

9. (B) 8

! Tarkime, kad Gerda 1 m ilgio virvę sukarpė į x vienodų dalių. Tada 2 m ilgio virvę ji sukarpė į $2x$ dalių. Taigi Gerda iš viso gavo $3x$ vienodų dalių. Kadangi skaičius $3x$ dalijasi iš 3, tai Gerdos gautų virvių skaičius negali būti lygus atsakyme **B** nurodytam skaičiui 8, kuris nesidalija iš 3.

Nesunku įsitikinti, kad Gerdos gautų virvių skaičius gali būti lygus bet kuriam atsakymuose **A**, **C**, **D** ir **E** nurodytam skaičiui. Iš tikrųjų, kai $x = 2$, 3, 4 ir 5, gautų virvių skaičius bus lygus atitinkamai 6, 9, 12 ir 15.

Teisingas atsakymas **B**.

10. (C) 6

! Lenktynių maršrutą žymėkime $BPRSTD$, kur raidėmis B, P, R, S, T ir D eilės tvarka išvardinti lenktynių maršrutu aplankyti miestai. Lenktynių pradžioje iš miesto B galima važiuoti arba į miestą A arba į C arba į D. Taigi $P = A$, $P = C$ arba $P = D$.

Tarkime, kad $P = A$. Iš miesto A vedu du keliai – į miestus B ir D. Tačiau $R \neq B$, nes du kartus tuo pačiu keliu važiuoti negalima. Todėl $R = D$. Tada $S = B$ arba $S = C$. Jei $S = B$, tai $T = C$ ($T \neq A$ ir $T \neq D$, nes du kartus tuo pačiu keliu važiuoti negalima) ir gauname maršrutą $BADBCD$. Jei $S = C$, tai $T = B$ ir gauname maršrutą $BADCBD$.

Jei $P = C$, tai panašiai gauname du maršrutus – $BCDABD$ ir $BCDBAD$.

Tarkime, kad $P = D$. Tada $R = A$ arba $R = C$ ir kiekvienu atveju gauname po vieną maršrutą – $BDABCD$ ir $BDCBAD$.

Taigi iš viso yra 6 lenktynių maršrutai. Teisingas atsakymas **C**.

11. (E) 32

! Kvadrato $ABCD$ kraštinės ilgis lygus stačiakampio ilgesniosios ir trumpesniosios kraštinių ilgių sumai, kuri lygi pusei stačiakampio perimetro. Taigi kvadrato $ABCD$ kraštinės ilgis lygus $\frac{16}{2} = 8$, todėl jo perimetras lygus $4 \cdot 8 = 32$.

Teisingas atsakymas **E**.

12. (E) 40

! Jei Elena būtų pametusi raudoną karoliuką, tai dabar turėtų vien mėlynus karoliukus. Taigi Elena pametė keletą mėlynų karoliukų. Dabar Elenos mėlyni karoliukai sudaro 90% visų jos turimų karoliukų, todėl vienas raudonas karoliukas sudaro 10% visų jos karoliukų. Vadinasi, Elena dabar turi 9 mėlynus karoliukus. Taigi Elena pametė $49 - 9 = 40$ mėlynų karoliukų.

Teisingas atsakymas **E**.

13. C $\frac{29}{57}$

! Suskaičiuokime visus skirtumus:

$$\begin{aligned}
&\text{A)}\ \frac{1}{2}-\frac{25}{79}=\frac{29}{158},\\
&\text{B)}\ \frac{1}{2}-\frac{27}{59}=\frac{5}{118},\\
&\text{C)}\ \frac{29}{57}-\frac{1}{2}=\frac{1}{114},\\
&\text{D)}\ \frac{52}{79}-\frac{1}{2}=\frac{25}{158},\\
&\text{E)}\ \frac{57}{92}-\frac{1}{2}=\frac{11}{92}.
\end{aligned}$$

Kadangi $\frac{29}{158} > \frac{25}{158}$, tai trupmena $\frac{52}{79}$ yra arčiau skaičiaus $\frac{1}{2}$ negu trupmena $\frac{25}{79}$. Kita vertus $\frac{25}{158} > \frac{2}{158} = \frac{1}{79} > \frac{1}{114}$, todėl trupmena $\frac{29}{57}$ yra arčiau skaičiaus $\frac{1}{2}$ negu trupmena $\frac{52}{79}$.

Liko įsitikinti, kad trupmena $\frac{29}{57}$ yra arčiau skaičiaus $\frac{1}{2}$ negu atsakymuose **B** ir **E** parašytos trupmenos. Iš tikrųjų,

$$\frac{5}{118} > \frac{2}{118} = \frac{1}{59} > \frac{1}{114} \quad \text{ir} \quad \frac{11}{92} > \frac{1}{92} > \frac{1}{114}.$$

Taigi trupmena $\frac{29}{57}$ yra arčiausiai skaičiaus $\frac{1}{2}$.

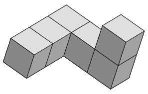
Teisingas atsakymas **C**.

!! Padauginkime visus šiuos skaičius iš 2. Skaičiai $\frac{50}{79}$, $\frac{54}{59}$, $\frac{58}{57}$, $\frac{104}{79}$, $\frac{114}{92}$ skiriasi nuo 1 taip: $\frac{29}{79}$, $\frac{5}{59}$, $\frac{1}{57}$, $\frac{25}{79}$, $\frac{22}{92}$. Panašu, kad mažiausias iš jų $\frac{1}{57} = \frac{2}{114}$. Iš tikrųjų – dabar jo skaitiklis mažiausias, ir vardiklis didžiausias.

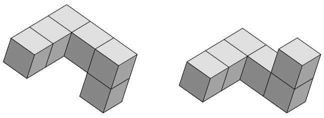
14. B Raminta ir Patricija

! Mergaitės, kurios žaidė finale, nugalėjo ketvirtfinalio ir pusfinalio mačuose, todėl jos turi bent po dvi pergales. Uždavinio sąlygoje duota, kad Raminta laimėjo tris mačus, o Patricija – du. Kitos mergaitės laimėjo po vieną mačą arba iš viso nelaimėjo nei vieno mačo. Vadinasi, finale žaidė Raminta ir Patricija.

Teisingas atsakymas **B**.

15. (B) 

! Nesunku įsitikinti, kad atsakymo variantuose **A**, **C**, **D** ir **E** pavaizduota uždavinio sąlygoje duota figūra. Ši figūra taip pat pavaizduota paveikslėlyje kairėje.



Paveikslėlyje dešinėje pavaizduota atsakymo varianto **B** figūra. Aišku, kad šios figūros yra skirtingos (sukiojant kairiąją neįmanoma gauti dešiniosios).

Teisingas atsakymas **B**.

16. (D) 89

! Jei dvynukai būtų 3 metais vyresni, tai visi broliai būtų to paties amžiaus, o jų amžių suma $S+6$ dalintųsi iš 5. Vadinasi, visų brolių amžių sumos S dalybos iš 5 liekana yra 4. Kita vertus, tik atsakymo variante **D)** parašyto skaičiaus 89 dalybos iš 5 liekana lygi 4. Vadinasi, visų brolių amžių suma lygi 89 (dvynukai yra $19-3=16$ metų amžiaus, trynukai yra $(89+6):5=19$ metų amžiaus).

Teisingas atsakymas **D**.

17. (B) 2

! Sąlygoje duotą skaičių galima perrašyti taip: $2^{2016}+2016^2=16^{504}+2016^2$. Jei natūraliojo skaičiaus paskutinis skaitmuo yra 6, tai ir bet kurio jo laipsnio (su natūraliuoju rodikliu) paskutinis skaitmuo bus 6. Taigi skaičių 16^{504} ir 2016^2 paskutiniai skaitmenys lygūs 6. Vadinasi, sumos $16^{504}+2016^2$ paskutinis skaitmuo lygus 2.

Teisingas atsakymas **B**.

18. (B) 11

! Pirmuoju šuoliu atstumas tarp kengūrų pailgėja 5 m, antruoju – 4 m, trečiuoju – 3 m, ketvirtuoju – 2 m, penktuoju – 1 m. Šeštuoju šuoliu atstumas tarp Kangos ir Kengos išlieka nepakitęs. Toliau kiekvienu šuoliu atstumas tarp kengūrų mažėja: septintu šuoliu atstumas sumažėja 1 m, aštuntu – 2 m, devintu – 3 m, dešimtu – 4 m, o vienuoliktu – 5 m. Taigi Kenga pavys Kangą po vienuolikos šuolių.

Teisingas atsakymas **B**.

!! Šį uždavinį galima spręsti ir kitu būdu. Tam reikės formulės

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2},$$

kuri teisinga su visais natūraliaisiais skaičiais n. Tarkime, kad po n šuolių Kenga pavys Kangą. Tada jos bus nušuoliavusios tą patį atstumą. Per n šuolių Kanga nušuoliuos $6n$ metrų atstumą, o Kenga nušuoliuos $1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ metrų atstumą. Taigi $6n = \frac{n(n+1)}{2}$. Abi lygybės puses padaliję iš n ir padauginę iš 2, gauname lygybę $12 = n + 1$. Taigi $n = 11$, t. y. Kenga pavys Kangą po 11 šuolių.

19. (D) 105

! Figūros paviršius sudarytas iš visų 6 kubelių sienelių, išskyrus tas sieneles, kurios suklijuotos su figūros centre esančio kubelio sienelėmis (jose pažymėtų taškų suma lygi $1+2+3+4+5+6 = 21$). Taigi figūros paviršiuje pažymėtų taškų skaičius lygus $6 \cdot (1+2+3+4+5+6) - (1+2+3+4+5+6) = 5 \cdot 21 = 105$.

Teisingas atsakymas **D**.

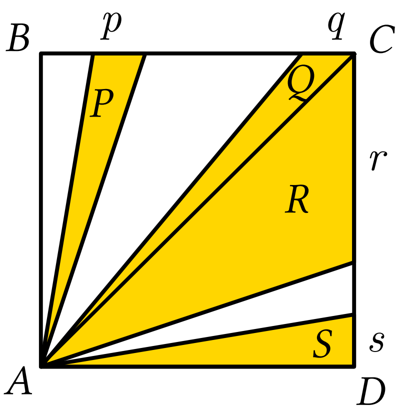
20. (B) 12

! Berniukų, sėdinčių su mergaitėmis, skaičių pažymėkime x. Tada, pagal uždavinio sąlygą, klasėje yra lygiai $3x$ berniukų. Be to, lygiai x mergaičių sėdi kartu su berniukais. Kadangi lygiai pusė mergaičių sėdi kartu su berniukais, tai klasėje yra lygiai $2x$ mergaičių. Taigi klasėje yra lygiai $3x + 2x = 5x$ mokinių. Pagal uždavinio sąlygą, $5x = 20$. Iš čia gauname, kad $x = 4$. Vadinasi, klasėje yra lygiai $3x = 12$ berniukų.

Teisingas atsakymas **B**.

21. (D) 9

! Kadangi kvadrato plotas lygus 36, tai jo kraštinės ilgis lygus 6. Nubrėžus kvadrato įstrižainę AC, užtušuota kvadrato dalis sudaryta iš keturių trikampių – P, Q, R ir S (žr. pav).



Visi šie trikampiai turi vienodo ilgio aukštinę: kvadrato kraštinė AB yra trikampių P ir Q aukštinė, o kraštinė AD yra trikampių R ir S aukštinė. Žinome, kad trikampio, kurio kraštinės ilgis lygus a, o aukštinės, nuleistos į šią kraštinę, ilgis lygus h, plotas lygus $\frac{1}{2}ah$. Taigi užtušuotos dalies plotas lygus trikampių P, Q, R ir S plotų sumai:

$$\frac{1}{2}p \cdot AB + \frac{1}{2}q \cdot AB + \frac{1}{2}r \cdot AD + \frac{1}{2}s \cdot AD = \frac{1}{2}AB(p+q+r+s) = 3(p+q+r+s).$$

Pagal uždavinio sąlygą, $3(p+q+r+s) = 27$. Iš čia gauname, kad $p+q+r+s = 9$.

Teisingas atsakymas **D**.

22. (D) 12:30

! Simonas mano, kad jo laikrodis skuba 5 minutėmis, todėl jo laikrodis rodo laiką 12:05. Kadangi Simono laikrodis vėluoja 10 minučių, tai iš tikrųjų dabar yra 12:15. Kita vertus, Adomo laikrodis skuba 5 minutėmis, todėl dabar jis rodo 12:20. Vadinasi, Adomas mano, kad dabar yra 12:30.

Teisingas atsakymas **D**.

23. (E) 8

! Mergaičių, kurios suvalgė po du sausainius, skaičių pažymėkime x. Kadangi lygiai dvi mergaitės sausainių neragavo, tai lygiai $10-x$ mergaičių suvalgė po vieną sausainį. Taigi mergaitės iš viso suvalgė $2 \cdot x + 1 \cdot (10-x) = 10+x$ sausainių. Vadinasi, vidutiniškai jos suvalgė po $\frac{10+x}{12}$ sausainių. Todėl $\frac{10+x}{12} = 1{,}5$. Iš čia gauname, kad $x = 8$. Taigi 8 mergaitės suvalgė po du sausainius.

Teisingas atsakymas **E**.

24. (D) 7

! Sakykime, kad Raudonkepuraitė kiekvienai prosenelei davė po x pyragėlių. Kadangi Raudonkepuraitė išėjusi iš trečiosios prosenelės namų pyragėlių nebeturėjo, tai vilkas prie trečiosios prosenelės namų surijo x pyragėlių. Todėl Raudonkepuraitė išeidama iš antrosios prosenelės namų krepšelyje turėjo lygiai $2x$ pyragėlių. Antrajai prosenelei Raudonkepuraitė taip pat davė x pyragėlių, todėl vilkas prie antrosios prosenelės namų surijo lygiai $2x + x = 3x$ pyragėlių. Vadinasi, Raudonkepuraitė iš pirmosios prosenelės namų išėjo krepšelyje nešdama $6x$ pyragėlių. Kadangi pirmoji prosenelė taip pat gavo x pyragėlių, tai vilkas prie jos durų surijo $6x + x = 7x$ pyragėlių. Taigi Raudonkepuraitė pačioje pradžioje turėjo lygiai $2 \cdot 7x = 14x$ pyragėlių. Skaičius $14x$ su bet kokiu natūraliuoju skaičiumi x dalijasi iš 7. Kita vertus, Raudonkepuraitės pačioje pradžioje turėtų pyragėlių skaičius nebūtinai dalijasi iš 4, 5, 6 ar 9. Iš tikrųjų, Raudonkepuraitė pačioje pradžioje galėjo turėti lygiai 14 pyragėlių (visos prosenelės gauna po 1 pyragėlį, o vilkas prie jų namų suryja atitinkamai po 7, 3 ir 1 pyragėlį).

Teisingas atsakymas **D**.

25. (B) 26

! Sakykime, kad dviženklis skaičius $\overline{ab} = 10a + b$ yra įtartinas; čia a ir b – atitinkamai dešimčių ir vienetų skaitmenys. Jei $b = 0$, tai skaičiaus $\overline{a0}$ skaitmenų suma lygi a, o skaitmenų sandauga lygi nuliui. Tokių dviženklių skaičių iš viso yra 9 ir visi jie įtartini. Panašiai gauname, kad visi pavidalo $\overline{a1}$ skaičiai, kurių taip pat yra lygiai 9, yra įtartini. Tarkime, kad $b \geqslant 2$. Kadangi skaičius $\overline{ab}$ yra įtartinas, tai $a + b > ab$. Iš čia gauname nelygybę

$$a < \frac{b}{b-1} = \frac{b-1+1}{b-1} = 1 + \frac{1}{b-1} \leqslant 1 + \frac{1}{2-1} = 2.$$

Taigi $a < 2$ ir todėl $a = 1$ ($a \neq 0$, nes $\overline{ab}$ – dviženklis skaičius). Pavidalo $\overline{1b}$, $b \geqslant 2$, dviženklių skaičių yra lygiai 8 ir visi jie yra įtartini. Vadinasi, iš viso yra lygiai $9 + 9 + 8 = 26$ įtartini dviženkliai skaičiai.

Teisingas atsakymas **B**.

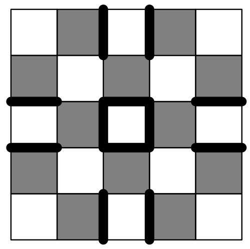
!! Kaip dažnai atsitinka, patogu iš pradžių rasti neįtartinų skaičių kiekį. Kadangi dviženklis skaičius $\overline{ab}$ įtartinas, kai $ab < a + b$, tai jis neįtartinas, kai $ab \geqslant a + b$. Perkėlę a ir b į kairę ir prie abiejų nelygybės pusių pridėję po 1, gauname $(a-1)(b-1) \geqslant 1$. Netinka $a = 0$ (nes skaičius dviženklis) ir $a = 1$ (nes tada kairė pusė lygi 0). Kiekvienam $a \geqslant 2$ netinka tik $b = 0$ ir $b = 1$ (kairė pusė bus $\leqslant 0$). Taigi kiekvieną iš 8 skaitmens a reikšmių (tai reikšmės nuo 2 iki 9) atitinka 8 skaitmens b reikšmės, todėl neįtartinų skaičių yra $8 \cdot 8 = 64$. Kadangi dviženklių skaičių yra $99 - 9 = 90$, tai įtartinų skaičių turime $90 - 64 = 26$.

26. (C) 44

! Dviejų mažiausių lentoje parašytų skaičių sandauga lygi 16, todėl šie skaičiai yra 1 ir 16 arba 2 ir 8. Tačiau 1 ir 16 negali būti du mažiausi lentoje parašyti skaičiai, nes tada dviejų didžiausių sandauga būtų ne mažesnė už $17 \cdot 18 > 15 \cdot 15 = 225$. Taigi du mažiausi lentoje parašyti skaičiai yra 2 ir 8. Kita vertus, du didžiausi lentoje parašyti skaičiai yra didesni už 8, o jų sandauga lygi 225. Skaičių $225 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ galima vieninteliu būdu išreikšti dviejų skirtingų natūraliųjų skaičių didesnių už 8 sandauga: $225 = 9 \cdot 25$. Todėl du didžiausi lentoje parašyti skaičiai yra 9 ir 25. Vadinasi, lentoje parašyti šie keturi skaičiai: 2, 8, 9 ir 25. Taigi visų lentoje parašytų skaičių suma lygi $2 + 8 + 9 + 25 = 44$.

Teisingas atsakymas **C**.

27. (B) 12



! Spalvinkime (bet kokia tvarka – nuo jos niekas nepriklauso) tas langelių poras, kur bendra kraštinė paryškinta (žr. pav.). Taip per 12 ėjimų ir gausime norimą rezultatą: vieną kartą spalvinti langeliai taps juodi, o du ar keturis kartus spalvintieji liks balti. Langelis spalvinamas tiek kartų, kiek jis turi paryškintų kraštinių.

Liko įsitikinti, kad mažiau ėjimų nepakaks. Tam tereikia pastebėti, kad jokie du langeliai, kurie turi būti nuspalvinti juodai, nėra gretimi. Todėl vienu ėjimu juodai nuspalvinsime daugiausiai vieną iš jų. Kadangi reikia gauti 12 juodų langelių, tai ir ėjimų prireiks bent 12. Beje, šis pastebėjimas taip pat paaiškina, kaip gauti jau nurodytus 12 ėjimų: kiekvienam langeliui, tampančiam juodu, skiriama po vieną iš 12 ėjimų, todėl reikia žūtbūt vengti spalvinti šiuos langelius daugiau nei vieną kartą.

Teisingas atsakymas **B**.

28. (D) 118

! Ant devynių piramidės pagrinde esančių kubelių parašytus skaičius pažymėkime taip, kaip parodyta lentelėje.

a_1	b_1	a_2
b_4	c	b_2
a_4	b_3	a_3

Tada ant keturių kubelių, kurie stovi ant piramidės pagrindo kubelių, yra užrašyti skaičiai

$$a_1 + b_1 + c + b_4,\ b_1 + a_2 + b_2 + c,\ b_2 + a_3 + b_3 + c,\ b_4 + c + b_3 + a_4.$$

Todėl ant piramidės viršutinio kubelio užrašytas skaičius

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 2(b_1 + b_2 + b_3 + b_4) + 4c.$$

Šį skaičių pažymėkime S. Kadangi ant devynių piramidės pagrinde esančių kubelių užrašytų skaičių suma lygi 50, tai

$$S = 2(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + c) + 2c - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) = \\ = 2 \cdot 50 + 2c - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4).$$

Visi ant piramidės pagrindo kubelių užrašyti skaičiai yra skirtingi, todėl

$$c = 50 - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + b_1 + b_2 + b_3 + b_4) \leqslant 50 - (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) = 14.$$

Taigi

$$S = 100 + 2c - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) \leqslant 100 + 2 \cdot 14 - (1 + 2 + 3 + 4) = 118.$$

Įrodėme, kad ant piramidės viršutinio kubelio užrašytas skaičius neviršija 118. Kita vertus, jei Adomas ant piramidės pagrindo kubelių užrašys skaičius taip, kaip pavaizduota lentelėje, tai ant viršutinio piramidės kubelio bus užrašytas skaičius 118.

1	5	2
8	14	6
4	7	3

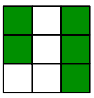
Teisingas atsakymas **D**.

29. C 17

! Sunumeruokime vagonus, pradėdami kraštiniu, paeiliui skaičiais nuo 1 iki 5. Kadangi kraštinio (1-o ar 5-o) vagono keleiviai turi bent vienu kaimynu mažiau negu jam gretimo vagono keleiviai (kurie turi dar bent vieną kaimyną viduriniajame vagone), tai kraštinių vagonų keleiviai turi po 5 kaimynus, o jiems gretimų vagonų keleiviai turi po 10 kaimynų. Kadangi kraštinių vagonų keleiviai turi po 5 kaimynus, tai bet kuriuose dviejuose nuo krašto vagonuose iš viso važiuoja 6 keleiviai. Taigi antrojo vagono keleiviai turi 5 kaimynus pirmajame ir antrajame vagonuose. Kadangi antrojo vagono keleiviai turi po 10 kaimynų, tai trečiajame vagone yra lygiai 5 keleiviai. Vadinasi, traukinyje iš viso važiuoja $6 + 6 + 5 = 17$ keleivių.

Teisingas atsakymas **C**.

Pastaba. Nesunku įsitikinti, kad penkių vagonų traukinyje galima taip susodinti keleivius, kad uždavinio sąlyga būtų tenkinama. Pavyzdžiui, pirmame, antrame, trečiame, ketvirtame ir penktame vagonuose važiuoja atitinkamai 3, 3, 5, 3 ir 3 keleiviai.

30. A 

! Visų šešių kubo sienų juodų kampinių kvadratėlių skaičius yra tris kartus didesnis už kubo juodų kampinių kubelių skaičių. Todėl atsakymo variantuose **B**, **C** ir **D** pavaizduotos sienos netinka, nes tais atvejais visų šešių kubo sienų kampinių juodų kvadratėlių skaičius nesidalija iš 3. Taigi liko atsakymo variantai **A** ir **E**. Įrodysime, kad atsakymo variantas **E** netinka.

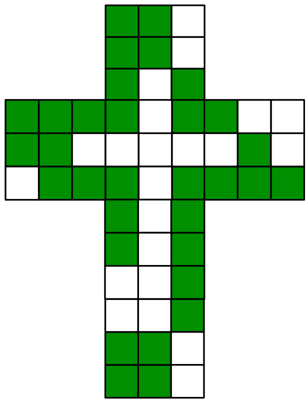
Tarkime, kad šeštoji kubo siena pavaizduota atsakymo variante **E**. Suskaičiuokime, kiek kubo paviršiuje yra juodų kubelių. Kadangi šešiose kubo sienose iš viso yra 18 juodų kampinių kvadratėlių, tai lygiai $\frac{18}{3} = 6$ kampiniai kubo kubeliai yra juodi.

Kubo sienos kvadratėlį pavadinkime *kraštiniu-viduriniu*, jei jis turi vienintelę bendrą kraštinę su šios sienos kraštinėmis. Visų šešių kubo sienų kraštinių-vidurinių juodų kvadratėlių skaičius, kuris lygus 10, yra du kartus didesnis už juodų kubelių, priklausančių lygiai dviems sienoms, skaičių. Taigi yra lygiai 5 juodi kubeliai, priklausantys lygiai dviems kubo sienoms.

Liko suskaičiuoti juodus kubelius, priklausančius vienintelei kubo sienai. Tokių kubelių skaičius lygus kubo visų šešių sienų juodų centrinių kvadratėlių skaičiui. Šis skaičius lygus 5.

Vadinasi, kubo paviršiuje yra lygiai $6 + 5 + 5 = 16$ juodų kubelių. Tačiau taip būti negali, nes pagal uždavinio sąlygą kubas sudėtas iš 15 juodų kubelių.

Liko atsakymo variantas **A**. Paveikslėlyje galima matyti kubo, kurio penkios sienos pavaizduotos uždavinio sąlygoje, o šeštoji – atsakymo variante **A**, paviršiaus išklotinė. Šio kubo paviršių sudaro 15 juodų ir 11 baltų kubelių. Kubo centrinis kubelis yra baltas.



Teisingas atsakymas **A**.

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	C
2	A
3	C
4	D
5	B
6	A
7	C
8	C
9	B
10	C
11	E
12	E
13	C
14	B
15	B
16	D
17	B
18	B
19	D
20	B
21	D
22	D
23	E
24	D
25	B
26	C
27	B
28	D
29	C
30	A