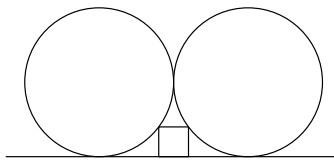


24. Rysunek obok przedstawia kwadrat, którego dwa wierzchołki leżą na prostej, a pozostałe dwa na zewnętrznie stycznych okręgach o promieniu 1, stycznych do tej prostej. Jaka jest długość boku tego kwadratu?



- A)  $\frac{2}{5}$  B)  $\frac{1}{4}$  C)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  D)  $\frac{1}{5}$  E)  $\frac{1}{2}$

25. Witek napisał na tablicy pewne różne liczby całkowite spośród liczb od 1 do 100. Iloczyn wszystkich napisanych liczb nie jest podzielny przez 54. Co najwyżej ile liczb mógł napisać Witek?

- A) 8 B) 17 C) 68 D) 69 E) 90

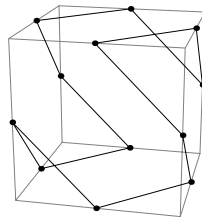
26. Dane są dwa wielokąty foremne o wspólnym boku  $AB$  długości 1, leżące jeden na zewnątrz drugiego. Pierwszy z nich jest 15-kątem  $ABCD\dots$ , drugi  $n$ -kątem  $ABZY\dots$ . Dla jakiej wartości  $n$  odległość punktów  $C$  i  $Z$  jest równa 1?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

27. Dla dodatnich liczb całkowitych  $k, m, n$  zachodzą równości  $k = \sqrt[3]{2014 + m} = \sqrt[3]{1024 + 1}$ . Ile różnych wartości może przyjmować  $m$ ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) nieskończenie wiele

28. Na rysunku obok przedstawiona jest łamana zamknięta, której wierzchołki są środkami krawędzi sześcianu. Dla każdej pary sąsiednich odcinków łamanej wyznaczamy miarę kąta wypukłego między tymi odcinkami. Ile jest równa suma miar tych kątów?



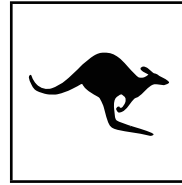
- A)  $720^\circ$  B)  $1080^\circ$  C)  $1200^\circ$  D)  $1440^\circ$  E)  $1800^\circ$

29. Funkcja  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  spełnia warunki  $f(4) = 6$  oraz  $xf(x) = (x-3)f(x+1)$  dla wszystkich  $x$  całkowitych. Ile jest równe  $f(4)f(7)f(10)\dots f(2011)f(2014)$ ?

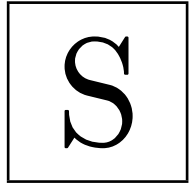
- A) 2013 B) 2014 C)  $2013 \cdot 2014$  D)  $2013!$  E)  $2014!$

30. W lasach jednej z wysp Archipelagu Bergamutów żyją trzy rodzaje zwierząt: sarny, wilki i lwy. Wilki zjadają sarny, lwy zjadają zarówno sarny jak i wilki. Gdy wilk zje sarnę, zmienia się w lwa. Gdy lew zje sarnę, zmienia się w wilka, a gdy zje wilka, zmienia się w sarnę. Początkowo na wyspie było 17 saren, 55 wilków i 6 lwów. Jaka jest największa możliwa liczba zwierząt, które mogą pozostać na tej wyspie w sytuacji, gdy żadne zwierzę nie może zjeść innego?

- A) 1 B) 6 C) 17 D) 23 E) 35



## KANGUR 2014

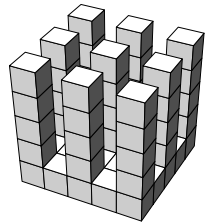


Czas trwania konkursu: 75 min  
Używać kalkulatorów nie wolno!

Student  
Klasy 11–12

### Pytania po 3 punkty

1. Ze 125 sześciennych klocków o wymiarach  $1 \times 1 \times 1$  zbudowano sześcian. Z sześcianu tego usunięto pewną liczbę klocków, pozostawiając nienaruszoną dolną warstwę i kolumny jednakowej wysokości (patrz rysunek). Ile klocków usunięto?  
A) 56 B) 60 C) 64 D) 68 E) 80



2. Kacper, Melchior i Baltazar obchodzą dziś urodziny. Kacper dodał lata, które każdy z nich ukończył i otrzymał liczbę 44. Po pewnym czasie suma ich lat będzie znowu liczbą dwucyfrową o równych cyfrach. Jaka to liczba?  
A) 55 B) 66 C) 77 D) 88 E) 99

3. Jeżeli  $a^b = \frac{1}{2}$ , to  $a^{-3b}$  jest równe  
A)  $\frac{1}{8}$  B) 8 C)  $-8$  D) 6 E)  $\frac{1}{6}$

4. W trzech koszach różnej wielkości umieszczono 48 jajek. Liczba jajek w koszu średniej wielkości jest dwukrotnie większa od liczby jajek w koszu najmniejszym i dwukrotnie mniejsza od sumy jajek w pozostałych dwóch koszach. Ile jaj jest w koszu największym?  
A) 16 B) 20 C) 24 D) 30 E) 32

5. Ile jest równa wartość wyrażenia  $\frac{2^{2014} - 2^{2013}}{2^{2013} - 2^{2012}}$ ?  
A)  $2^{2011}$  B)  $2^{2012}$  C)  $2^{2013}$  D) 1 E) 2

6. Jak brzmi zaprzeczenie zdania: „Każdy rozwiązał więcej niż 20 zadań”?  
A) Nikt nie rozwiązał więcej niż 20 zadań B) Ktoś rozwiązał mniej niż 21 zadań  
C) Każdy rozwiązał mniej niż 21 zadań D) Ktoś rozwiązał dokładnie 20 zadań  
E) Ktoś rozwiązał więcej niż 20 zadań

7. Ile cyfr w zapisie dziesiętnym ma liczba  $(2^{22})^5 \cdot (5^{55})^2$ ?  
A) 22 B) 55 C) 77 D) 110 E) 111

8. Na płaszczyźnie z układem współrzędnych Tomek narysował kwadrat. Jedna z jego przekątnych ma końce w punktach o współrzędnych  $(-1; 0)$  i  $(5; 0)$ . Jeden z dwóch pozostałych wierzchołków kwadratu ma współrzędne

A)  $(2; 0)$  B)  $(2; 3)$  C)  $(2; -6)$  D)  $(3; 5)$  E)  $(3; -1)$

9. Który z następujących wielomianów nie jest podzielny przez wielomian  $x + 1$ ?

A)  $x^2 + 3x + 2$  B)  $x^4 - x^2$  C)  $2x^2 + 3x + 1$  D)  $-x^2 + 3x + 4$  E)  $x^3 + x$

10. W liczbie 2014, wyrażającej bieżący rok, cyfry są różne i ostatnia z nich jest większa od sumy pozostałych. Ile lat temu ostatnio zdarzyła się taka sytuacja?

A) 5 B) 215 C) 305 D) 395 E) 485

#### Pytania po 4 punkty

11. Dany jest prostopadłościan o wymiarach  $a \times b \times c$ , gdzie  $a < b < c$ , oraz liczba dodatnia  $d$ . Jeżeli jeden z wymiarów prostopadłościanu zwiększymy o  $d$ , to wzrośnie objętość prostopadłościanu. Zwiększenie którego z wymiarów spowoduje największy wzrost objętości prostopadłościanu?

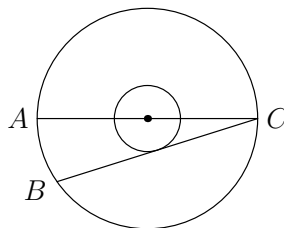
A)  $a$  B)  $b$  C)  $c$  D) Objętość zawsze wzrośnie o tyle samo  
E) Zależy to od wartości  $a, b, c, d$

12. W meczu piłki nożnej zwycięzca otrzymuje 3 punkty, pokonany 0 punktów, a w przypadku remisu obie drużyny otrzymują po 1 punkcie. Cztery drużyny:  $A, B, C, D$  uczestniczyły w turnieju. Każda rozegrała trzy mecze, po jednym z każdą inną. Po zakończeniu turnieju drużyna  $A$  miała 7 punktów, drużyny  $B$  i  $C$  po 4 punkty. Ile punktów zdobyła drużyna  $D$ ?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

13. Rysunek obok przedstawia dwa współśrodkowe okręgi, których promienie są w proporcji 1 : 3. Odcinek  $AC$  jest średnicą dużego okręgu,  $BC$  jego cięciwą styczną do małego okręgu,  $AB = 12$ . Ile jest równy promień dużego okręgu?

A) 13 B) 18 C) 21 D) 24 E) 26



14. Ile trójek liczb całkowitych  $(a, b, c)$ , gdzie  $a > b > c > 1$ , spełnia nierówność  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$ ?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) nieskończenie wiele

15. Dane są trzy niezerowe liczby rzeczywiste  $a, b, c$  oraz dodatnia liczba całkowita  $n$ . Wiadomo, że liczby  $(-2)^{2n+3}a^{2n+2}b^{2n-1}c^{3n+2}$  oraz  $(-3)^{2n+2}a^{4n+1}b^{2n+5}c^{3n-4}$  mają ten sam znak. Która z następujących nierówności jest na pewno prawdziwa?

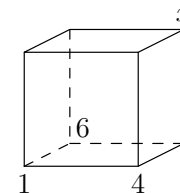
A)  $a > 0$  B)  $b > 0$  C)  $c > 0$  D)  $a < 0$  E)  $b < 0$

16. Dla jakiego  $n$  sześć tygodni to dokładnie  $n!$  sekund?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

17. Wierzchołki sześciangu ponumerowano liczbami od 1 do 8 w taki sposób, że suma liczb w czterech wierzchołkach każdej ściany jest taka sama. Liczby 1, 4 i 6 zostały zaznaczone na rysunku obok. Jaka liczba jest w wierzchołku zaznaczonym literą  $x$ ?

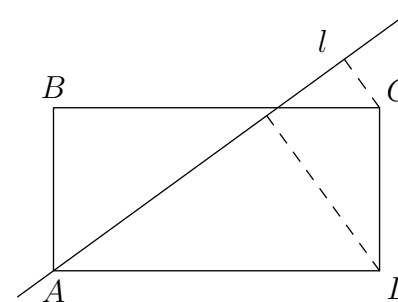
A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8



18. Opakowanie serka zawiera następujące informacje: zawartość tłuszczu w produkcie 24%, zawartość tłuszczu w suchej masie 64%. Jaki procent wody zawiera ten serek?

A) 88% B) 62,5% C) 49% D) 42% E) 37,5%

19. Dany jest prostokąt  $ABCD$ , w którym  $AD = 2AB$  (patrz rysunek). Prosta  $l$  przechodząca przez wierzchołek  $A$  ma tę własność, że jej odległości od punktów  $C$  i  $D$  są odpowiednio równe 2 i 6. Ile jest równa długość boku  $AD$ ?



A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E)  $4\sqrt{3}$

20. Funkcja  $f(x) = ax + b$  spełnia równości:  $f(f(f(1))) = 29$ ,  $f(f(f(0))) = 2$ . Ile jest równe  $a$ ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

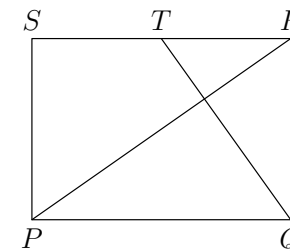
#### Pytania po 5 punktów

21. Danych jest 10 różnych dodatnich liczb całkowitych. Dokładnie 5 z nich jest podzielnych przez 5 i dokładnie 7 podzielnych przez 7. Niech  $M$  będzie największą z tych 10 liczb. Ile jest równa najmniejsza możliwa wartość  $M$ ?

A) 105 B) 77 C) 75 D) 63 E) Inna liczba

22. Dany jest prostokąt  $PQRS$  (rysunek obok) i środek  $T$  jego boku  $RS$ . Ile jest równy stosunek  $PQ : QR$ , jeżeli odcinek  $QT$  jest prostopadły do odcinka  $PR$ ?

A) 2 : 1 B)  $\sqrt{3} : 1$  C) 3 : 2 D)  $\sqrt{2} : 1$  E) 5 : 4



23. W urnie jest 9 kul, niektóre z nich są białe, inne czarne. Prawdopodobieństwo, że w wylosowanych trzech kulach wszystkie będą czarne, jest równe  $\frac{2}{3}$ . Ile czarnych kul jest w urnie?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8