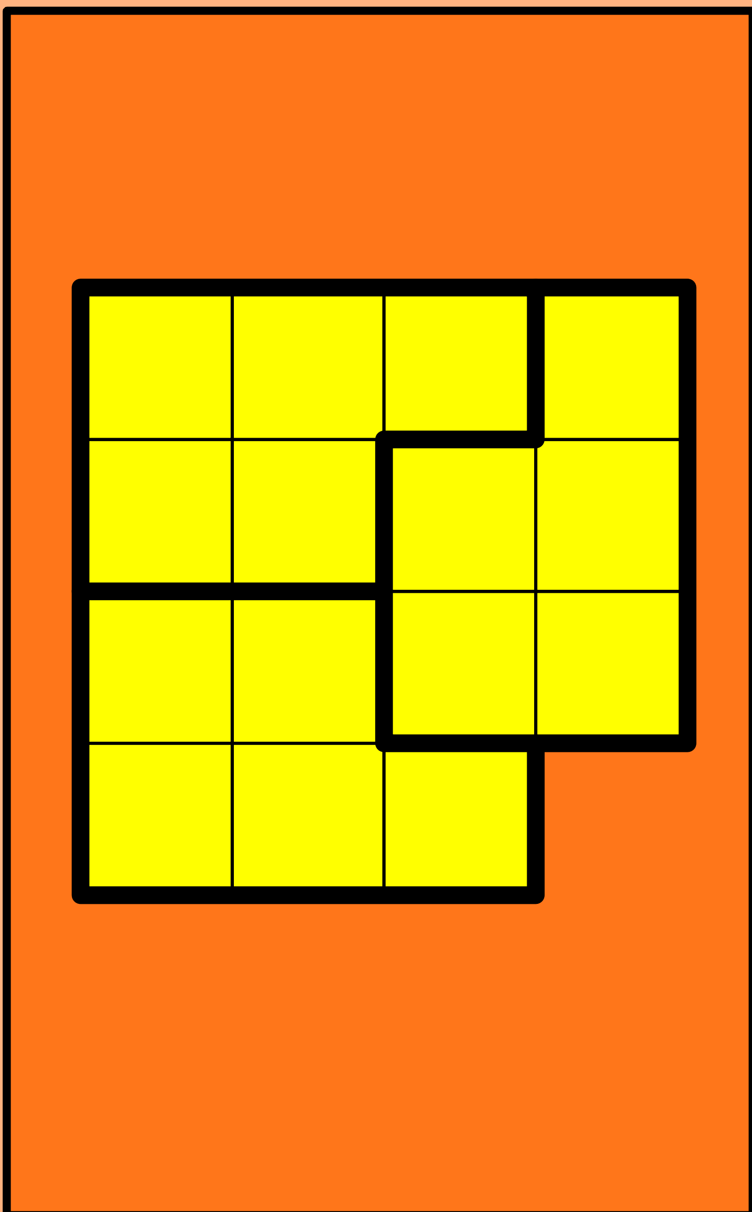
Kengūra 2015

Uždduotys ir sprendimai



Mažylis

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS

KENGŪRA 2015

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Juozas Juvencijus Mačys

Redaktorius
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavimas
Jonas Šiurys

Turinys

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra ne ką daugiau kaip 30, o jaunesniųjų klasių mokiniams dar mažiau (tiesa, labai nekasdienių) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: *jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus.* Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia, nors ir įveikiami, bet kartu ir labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 50000 Lietuvos 1 – 12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2015 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

75 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos įrodydamos, kad galvą laužyti prasmingai, kad ir matematikos užduotis besprendžiant, galima patiriant žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia gali būti šmaikšti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek *kengūriniuose* (matematiškai sportiniuose), tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2015 metų kovo 19 dieną keliavo ir gausiai sprendė 3–4 klasių (*Mažylio* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintieji pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų kengūriniai sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

Mažylis, 3 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Mažylis, 4 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Tarptautinis matematikos konkursas
KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: **Pavardė** P A V A R D E N I S

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

Lietuvių	☐
Lenkų	☐
Rusų	☐
Anglų	☐

	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
Klasė	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9(G1)**	**10(G2)**	**11(G3)**	**12(G4)**
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	**7**	☐	☐	☐	☐	☐	**13**	☐	☐	☐	☐	☐	**19**	☐	☐	☐	☐	☐	**25**	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	**8**	☐	☐	☐	☐	☐	**14**	☐	☐	☐	☐	☐	**20**	☐	☐	☐	☐	☐	**26**	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	**9**	☐	☐	☐	☐	☐	**15**	☐	☐	☐	☐	☐	**21**	☐	☐	☐	☐	☐	**27**	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	**10**	☐	☐	☐	☐	☐	**16**	☐	☐	☐	☐	☐	**22**	☐	☐	☐	☐	☐	**28**	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	**11**	☐	☐	☐	☐	☐	**17**	☐	☐	☐	☐	☐	**23**	☐	☐	☐	☐	☐	**29**	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	**12**	☐	☐	☐	☐	☐	**18**	☐	☐	☐	☐	☐	**24**	☐	☐	☐	☐	☐	**30**	☐	☐	☐	☐	☐

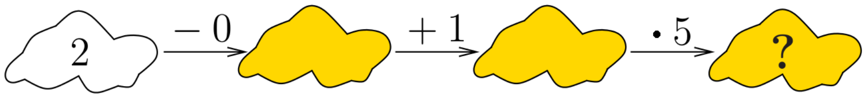
PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

2015 m. *Mažylio* užduočių sąlygos

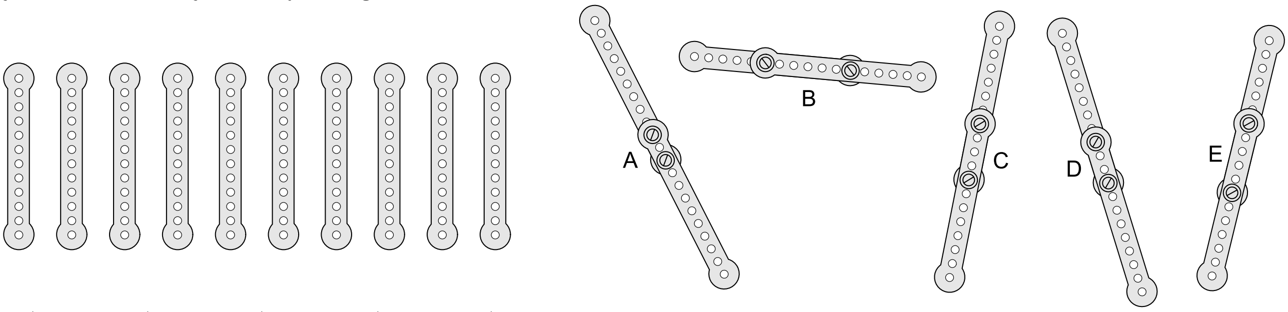
Klausimai po 3 taškus

1. Po pilkais debesėliais slepiasi skaičiai.

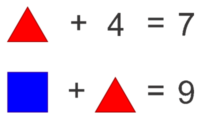


Koks skaičius slepiasi po debesėliu, pažymėtu klaustuku?
A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 10 **E)** 15

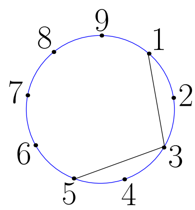
2. Arūnas turėjo 10 metalinių juostelių. Suveržęs juosteles po dvi, jis gavo penkias ilgesnes juostas. Kuri juosta yra ilgiausia?



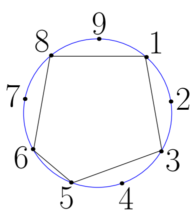
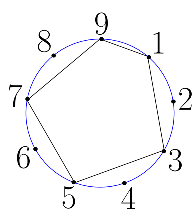
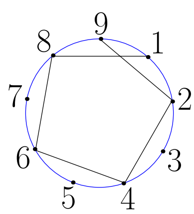
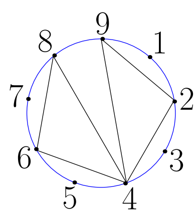
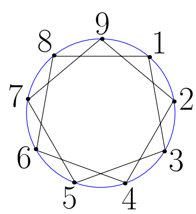
A) A **B)** B **C)** C **D)** D **E)** E



3. Teisingai atlikusi du veiksmus, Elena du vienodus skaičius uždengė trikampiais, o dar vieną skaičių uždengė kvadratu (žr. paveikslėlį). Kokį skaičių Elena uždengė kvadratu?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6



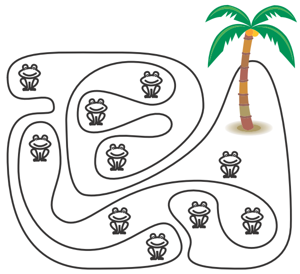
4. Pradėję nuo pirmo taško, jungiame taškus kas antras tol, kol grįšime į pradinį tašką. Pradžia jau padaryta. Kurią figūrą gausime atlikę užduotį?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

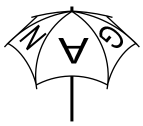
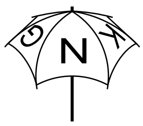
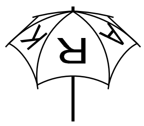
5. Kuris iš išvardytų dalmenų didžiausias?
A) $(1000-100):10$ **B)** $(1000-10):9$ **C)** $(1000-1):9$ **D)** $(1000-100):9$ **E)** $(1000-10):10$

6. Sveikasis skaičius turi du skaitmenis. Tų skaitmenų sandauga lygi 15. Kam lygi tų skaitmenų suma?
A) 2 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

7. Paveikslėlis vaizduoja salą su labai vingiuotais krantais ir keletą varlių. Kelios iš tų varlių tupi saloje?
A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

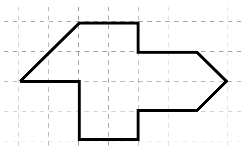


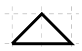
8. Ant mano skėčio parašyta KANGAROO (žr. dešinį paveikslėlį). Kuris iš žemiau esančių paveikslėlių taip pat vaizduoja mano skėtį?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

Klausimai po 4 taškus

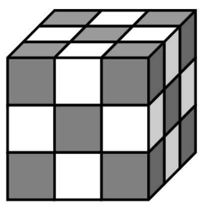
9. Vytas išsikirpo iš popieriaus figūrą, pavaizduotą 1 pav. Tada tą figūrą jis sukarpė į vienodus trikampėlius (žr. 2 pav.). Kiek buvo tų trikampėlių?
A) 8 **B)** 12 **C)** 14 **D)** 15 **E)** 16


1 pav.


2 pav.

10. Lukas turėjo 7 obuolius ir 2 bananus. Jis atidavė 2 obuolius Matui, o šis savo ruožtu davė Lukui bananų. Tada Lukas jau turėjo tiek pat obuolių, kiek ir bananų. Kelis bananus Lukas gavo iš Mato?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 7

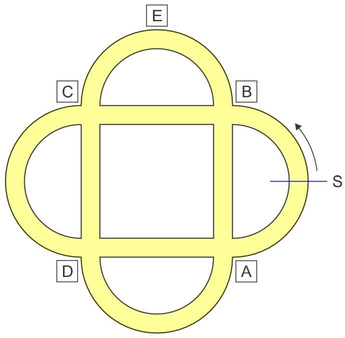
11. Jonukas sustatė kubą iš 27 juodų ir baltų kubelių (žr. paveikslėlį). Jokie du tos pačios spalvos kubeliai nesiglaudžia sienomis. Kiek tame kube yra baltų kubelių?
A) 10 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 15



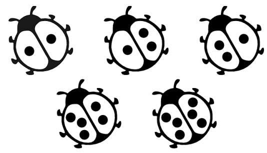
12. Čiuožimo varžybose finišą pasiekė 10 čiuožėjų. Tomas aplenkė trimis čiuožėjais daugiau nei aplenkė jį. Kelintą vietą užėmė Tomas?
A) 1 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 6 **E)** 7

13. Petriukas turi 4 žaisliukus – mašinėlę, lėktuvėlį, kamuoliuką ir laivelį. Jis nori žaisliukus lentynoje sustatyti į vieną liniją. Laivelis turi stovėti greta mašinėlės, lėktuvėlis taip pat turi būti greta mašinėlės. Keliais būdais jis gali tai padaryti?
A) 2 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 8

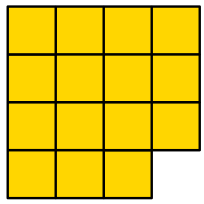
14. Petras važinėja dviračiu po parką (žr. paveikslėlį). Jis pradeda važiuoti nuo linijos S rodyklės kryptimi. Pirmoje sankryžoje (prie ženklo B) jis suka į dešinę, sekančioje sankryžoje jis suka į kairę, tada sankryžoje vėl dešinėn, tada vėl kairėn, ir taip toliau. Kurio ženklo jis nepravažiuos?
A) A **B)** B **C)** C **D)** D **E)** E

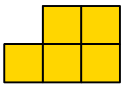
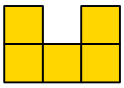
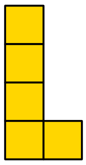
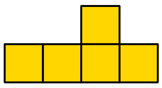
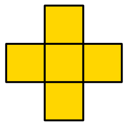


15. Paveikslėlyje pavaizduotos 5 boružės. Kiekvienos dvi boružės yra draugės, jeigu jų dėmelių ant nugaros skaičiai skiriasi lygiai vienetu. Pavasario šventės proga kiekviena boružė kiekvienai iš savo draugių pasiuntė SMS žinutę su linkėjimais. Kiek iš viso žinučių buvo pasiųsta?
A) 2 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 9



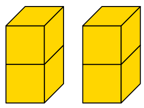
16. Dešinėje pavaizduota figūra padalyta į tris vienodas dalis. Kokios tai dalys?

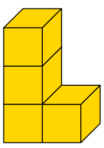
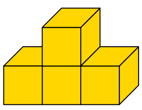
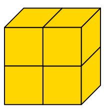
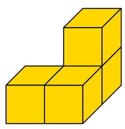
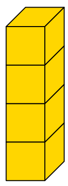


A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

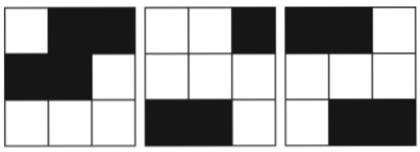
Klausimai po 5 taškus

17. Dominykas pasidarė dvi vienodas plyteles, kiekvieną suklijavęs iš dviejų kubelių. Kurio iš statinių jis negali sustatyti iš tų dviejų plytelių?

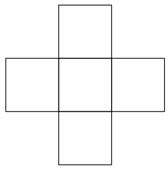


A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

18. Paveikslėlyje pavaizduoti trys peršviečiamo popieriaus kvadratiniai lapai. Jų kai kurie langeliai uždažyti juodai ir yra neperšviečiami. Kiekvieną lapą galima pasukti, bet negalima apversti. Tada lapai uždedami vienas ant kito. Kiek daugiausia neperšviečiamų langelių galima pamatyti taip gautame kvadrate 3×3?
A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

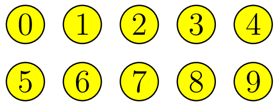


19. Skaičiai 2, 3, 5, 6 ir 7 buvo įrašyti į „kryžiaus“ kvadratėlius (žr. paveikslėlį) taip, kad visų trijų eilutės skaičių suma buvo lygi trijų sulpelio skaičių sumai. Koks skaičius galėjo būti įrašytas į centrinį kvadratėlį?



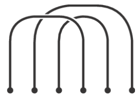
A) Tik 3 **B)** Tik 5 **C)** Tik 7 **D)** 5 arba 7 **E)** 3, 5 arba 7

20. Petras turi dešimt rutulių, sunumeruotų skaičiais nuo 0 iki 9. Jis tuos rutulius padalijo trims savo draugams: Jonas gavo tris rutulius, Matas – keturis rutulius, o Ona – tris rutulius. Tada jis paprašė draugų sudauginti skaičius, parašytus ant jų turimų rutulių. Jono sandauga buvo 0, Mato – 72, o Onos – 90. Kam lygi Jono skaičių suma?



A) 11 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 15

21. Paveikslėlyje pavaizduotos trys virvutės, gulinčios ant grindų. Pririšus prie jų galų vieno iš žemiau pavaizduotų komplekto virvučių galus (nekeičiant padėties) galima gauti vieną virvę be palaidų galų. Kuris tai komplektas?

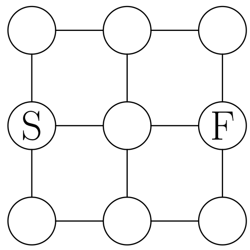


A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

22. Katė Džoja 3 dienas gaudė peles. Antrą dieną ji pagavo 2 pelėmis daugiau nei pirmą dieną, o trečią – 2 pelėmis daugiau nei antrą. Trečią dieną ji pagavo dukart daugiau pelių nei pirmą. Kiek iš viso pelių Džoja pagavo per tris dienas?

A) 12 **B)** 15 **C)** 18 **D)** 20 **E)** 24

23. Kengūra iš skritulio S turi nušuoliuoti į skritulį F. Vienu šuoliu iš skritulio ji gali išilgai linijos šokti į gretimą skritulį. Į jau aplankytą skritulį šokti negalima. Kiek yra skirtingų kelių, kuriais šuoliuodama kengūra pasiekia skritulį F keturiais šuoliais?



A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

24. Alė, Berta, Celestina, Dalia ir Elzė šeštadienį ir sekmadienį kepė keksus. Per abi dienas Alė iškepė 24 keksus, Berta – 25, Celestina – 26, Dalia – 27 ir Elzė – 28. Per abi dienas viena iš jų iškepė dvigubai daugiau keksų nei šeštadienį, viena iš jų – 3 kartus daugiau, viena iš jų – 4 kartus, viena iš jų – 5 kartus, viena iš jų – 6 kartus daugiau nei šeštadienį. Kuri iš jų iškepė daugiausiai keksų šeštadienį?

A) Alė **B)** Berta **C)** Celestina **D)** Dalia **E)** Elzė

Mažylio užduočių sprendimai

1. (**E**) 15

! Atliekame nurodytus veiksmus:

$$2 - 0 = 2; \quad 2 + 1 = 3; \quad 3 \cdot 5 = 15.$$

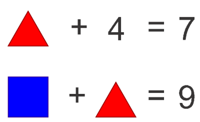
Po klaustuku slepiasi 15.

2. (**A**) A

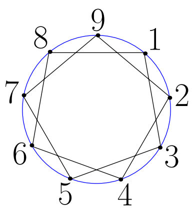
! Tarp varžtų juosta yra dviguba, taigi juostos ilgis trumpesnis už dviejų juostelių ilgį būtent atstumu tarp varžtų. Todėl ilgiausia bus juosta, kurios atstumas tarp varžtų mažiausias. Matome, kad tai juosta **A**.

3. (**E**) 16

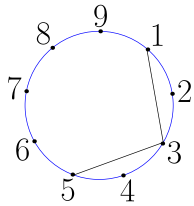
! Kadangi ▲ $+ 4 = 7$, o ▲ $+$ ■ $= 9$, tai kvadratas dviem vienetais didesnis nei 4, t.y. ■ $= 4 + 2$, arba ■ $= 6$.



4. (**E**)



! Junkime taškus ir toliau, kol grįšime į 1: $1 \to 3 \to 5 \to 7 \to 9 \to 2 \to 4 \to$ $\to 6 \to 8 \to 1$. Gavome figūrą **E**.



5. (**C**) $(1000 - 1) : 9$

! Nesunku rasti visus dalmenis:

A) $(1000 - 10) : 10 = 100 - 10 = 90$;

B) $(000 - 0) : 9 = 990 : 9 = 110$;

C) $(1000 - 1) : 9 = 999 : 9 = 111$;

D) $(1000 - 100) : 9 = 900 : 9 = 100$;

E) $(1000 - 10) : 10 = 990 : 10 = 99$.

Taigi didžiausias dalmuo yra dalyboje **C**, t. y. 111.

!! Galima ir neatlikti visų veiksmų. Aišku, kad dalmuo **A** mažesnis už **E**, nes **A** atėminys 100 didesnis už **E** atėminį 10. Savo ruožtu, **E** mažesnis už **B**, nes **E** daliklis 10 didesnis už **B** daliklį 9. Toliau, **B** mažesnis už **C**, nes **B** atėminys 10 didesnis už **C** atėminį 1. Taigi užtenka palyginti **D** ir **C**. Bet **D** mažesnis už **C**, nes jo atėminys 100 didesnis už **C** atėminį 1.

Tai vaizdu, užrašius schemiškai:

$$A < E < B < C, \quad D < C,$$

todėl **C** didžiausias.

6. (**E**) 8

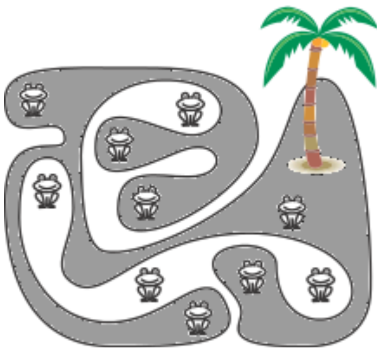
? Nesunku nurodyti skaitmenis, kurių sandauga lygi 15 – tai 3 ir 5. Vadinasi, duotas skaičius galėjo būti 35. Jo skaitmenų suma lygi $3 + 5 = 8$. Galime rinktis atsakymą **E**.

! Įdomu būtų įsitikinti, kad skaitmenų suma negali būti kitokia.

Kadangi skaitmenų sandauga 15, tai skaitmenys yra skaičiaus 15 dalikliai. Bet 15 dalikliai – tai 1, 3, 5 ir 15. Skaičius 15 – tai ne skaitmuo, taigi lieka dalikliai 1, 3, 5. Bet sandaugą 15 galima gauti tik imant skaitmenis 3 ir 5, o pradinį skaičių 35 arba 53. Abiem atvejais skaitmenų suma lygi 8: ir $3 + 5 = 8$, ir $5 + 3 = 8$.

Teisingas tik atsakymas **E**.

7. (**B**) 6



! Galima žymėtis varles, tupinčias saloje, bet taip nesunku ir apsirikti. Geriau salą nuspalvinti.

Dabar iš karto matyti, kurios varlės tupi saloje – jų yra 6.

8. (**A**) 

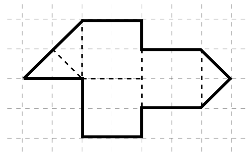
! Įsivaizduokime, kad stovime ant skėčio jo centre. Perskaitykime paveikslėliuose esančias raides pagal laikrodžio rodyklę:

NGA, GAN, KNG, ARK, RAG.

Dešiniajame paveikslėlyje randame tik junginį NGA, vadinasi, mano skėtį vaizduoja paveikslėlis atsakyme **A**.

9. (**D**) 15

! Neverta iš karto figūrų karpyti į reikiamus trikampėlius – jų bus daug ir jie mirgės akyse. Nukirpkime nuo figūros tris trikampėlius, o likusią figūros dalį sukarpykime į 3 kvadratus 2×2, kaip parodyta paveikslėlyje



Kadangi kvadratą 2×2 įstrižainės dalija į 4 trikampėlius, jų iš viso bus $4 \cdot 3 + 3 = 15$.

10. (B) 3

! Atidavęs 2 obuolius Matui, Lukas turėjo $7 - 2 = 5$ obuolius. Bet gavęs iš Mato bananų, Lukas obuolių ir bananų turėjo vienodai, taigi 5 bananus. Vadinasi, Lukas iš Mato gavo $5 - 2 = 3$ bananus.

11. (C) 13

! Palyginkime viršutinį kubelių sluoksnį ir esantį po juo (vidurinį) kubelių sluoksnį. Po viršutinio sluoksnio juodu kubeliu yra baltas, o po baltu – juodas kubelis. Kadangi viršutiniame sluoksnyje matome 5 juodus ir 4 baltus kubelius, tai vidurinį sluoksnį sudaro 5 balti ir 4 juodi kubeliai. Panašiai apatinį sluoksnį sudaro 5 juodi ir 4 balti kubeliai. Iš viso baltų kubelių yra $4 + 5 + 4 = 13$ kubelių.

12. (C) 4

? Nesunku patikrinti atsakymus. Jei teisingas būtų atsakymas **A**, tai Tomas būtų pirmas, jį aplenkusių būtų 0, o už jo būtų $10 - 1 = 9$ čiuožėjai. Taigi Tomą aplenkusių čiuožėjų būtų $9 - 0 = 9$ daugiau, o pagal sąlygą turėtų būti trimis daugiau. Atsakymas **B** reikštų, kad Tomą aplenkė 2 čiuožėjai, o jis aplenkė $9 - 2 = 7$ čiuožėjus. Bet $7 - 2 = 5$, o tai nėra trimis daugiau. Jeigu atsakymas būtų **C**, tai Tomą būtų aplenkę 3 čiuožėjai, o jis būtų aplenkęs $9 - 3 = 6$ čiuožėjus. Tada Tomo aplenktųjų ir jį aplenkusių skirtumas būtų $6 - 3 = 3$, o tai ir atitinka sąlygą.

Kadangi pagal *Kengūros* konkurso taisykles tik vienas atsakymas teisingas, tai tas atsakymas yra **C**.

! Aplenktųjų ir aplenkusiųjų Tomą čiuožėjų iš viso buvo 9, taigi užtenka rasti du skaičius, kurių suma 9, o skirtumas 3. Aišku, kad tai 6 ir 3. Vadinasi, Tomą aplenkė 3 čiuožėjai, ir jo užimta vieta – ketvirtoji.

!! Žinoma, neblogai būtų susidaryti lygtį. Sakykime, Tomas užėmė x-tąją vietą. Tada jį aplenkė $x - 1$ čiuožėjas, o jis aplenkė $10 - x$ čiuožėjų. Pagal sąlygą $(10 - x) - (x - 1) = 3$. Todėl $11 - 2x = 3$, $2x = 8$, $x = 4$, taigi Tomas užėmė ketvirtąją vietą.

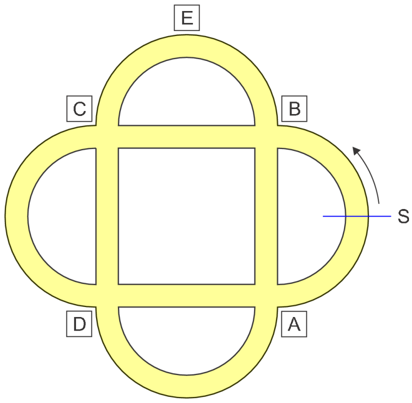
13. (B) 4

! Trumpumo dėlei sužymėkime raidėmis mašinėlę M, lėktuvėlį L, kamuoliuką K, laivelį V (prisiminsime, kad tai galėtų būti valtelė). Kadangi M turi būti tarp V ir L, tai taip sustatyti juos yra dvi galimybės: VML arba LMV. Pirmu atveju kamuoliukas gali būti kairėje arba dešinėje: KVML arba VMLK. Jau turime du statymo būdus.

Antru atveju LMV kamuoliukas vėl gali būti kairėje arba dešinėje, ir turime dar du sustatymo būdus: KLMV ir LMVK.

Iš viso yra 4 reikiamo sustatymo būdai.

14. (D) D

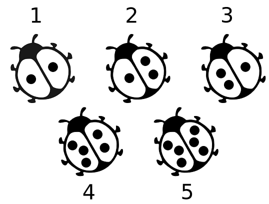


? Važiuokime kartu su Petru. Prie ženklo B jis suka į dešinę, taigi pravažiuoja ženklą E. Privažiavęs C, jis suka į kairę, t.y. link B. Privažiavęs B jis suka į dešinę, t.y. privažiuoja A.

Kadangi ženklus B, E, C, A jis tikrai pravažiavo, o teisingas atsakymas vienintelis, tai lieka ženklas D.

! Tęskime kelionę. Prie ženklo A jis suka į kairę, t.y. privažiuoja pradinį („starto“) tašką S. Nuo šio taško kelionė kartosis, kad ir kiek Petras važinėtų. Kur jis tą kelionę benutrauktų, ženklo D jis nepasieks.

15. (C) 6



! Sunumeruokime boružes, kaip parodyta paveikslėlyje. Pirma boružė turi du taškelius, taigi jos draugės boružė 2 ir boružė 3 (jos turi po tris taškelius ant nugaros). Vadinasi, ji parašys dvi žinutes.

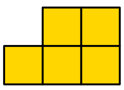
Antra boružė turi tris taškelius, taigi ji draugauja tik su boruže 1, ir pasiųs vieną žinutę.

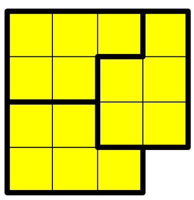
Boružė 3 taip pat turi tris taškelius, taigi jos draugė tik boružė 1. Vadinasi, boružė 3 taip pat pasiųs vieną žinutę.

Boružė 4 turi penkis taškelius, o boružė 5 – šešis taškelius, taigi boružės 4 draugė – boružė 5, o boružės 5 draugė – boružė 4. Taigi jos pasiųs viena kitai po vieną žinutę.

Iš viso bus parašyta $2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$ žinutės.

!! Jeigu boružė A yra boružės B draugė, tai ir atvirkščiai – boružė B yra boružės A draugė: juk jų taškelių skaičiai skiriasi vienetu (gyvenime būna ne visai taip: mokinė A gali laikyti bendraklasę B drauge, o B gali laikyti, kad A nėra jos draugė). Vadinasi, užtenka nurodyti draugių poras – jos yra trys: 12, 13 ir 45. Kiekvienoje poroje viena kitai pasiųs po žinutę, taigi žinučių bus $2 \cdot 3 = 6$.

16. (A) 



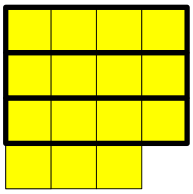
1 pav.

? Šik tiek pabandžius, pavyksta pradinį kvadratą (4×4 su iškirptu vienu kampiniu langeliu) padalyti į tris figūras **A** (1 pav.)

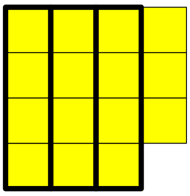
Renkamės atsakymą **A**.

! Dabar pažvelkime į uždavinį rimčiau. O gal mūsų kvadratą galima padalyti į kitokias 3 vienodas dalis? Išsiaiškinsime, kodėl tai neįmanoma.

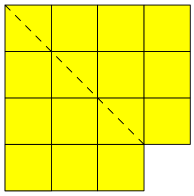
Labai lengva paaiškinti, kodėl neįmanoma kvadratą uždengti figūromis **C**: stačiakampius 1×4 sudėti į kvadratą galima tik dviem būdais: horizontaliai (2 pav.) arba vertikaliai (3 pav.); iš esmės tai tas pats būdas dėl simetrijos – žr. 4 pav.)



2 pav.



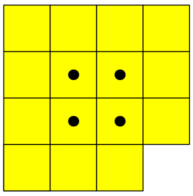
3 pav.



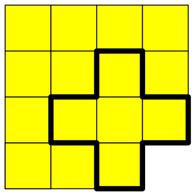
4 pav.

Bet taip suklojus penktųjų figūros **C** kvadratėlių prilipdyti nebegalima.

Panašus samprotavimas tinka ir figūroms **D**. Imkime „kryžius“ **E**. Dėkime į kvadratą pirmą kryžių – jo centras bus viename iš 5 pav. langelių.



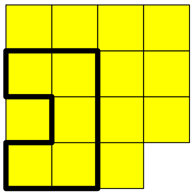
5 pav.

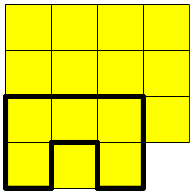


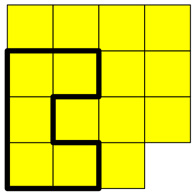
6 pav.

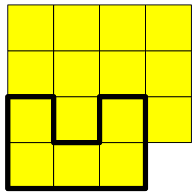
Bet kaip padėjus pirmą kryžių, antram kryžiui vietos nebelieka (žr., pavyzdžiui, 6 pav.). (Beje, galima samprotauti ir taip: pridėjus vieną kryžių prie kito, gauta figūra nebetelpa net į kvadratą 4×4.)

Kiek sunkiau susidoroti su figūra **B**. Sakykime, kad 3 figūros **B** uždengė visą pradinį kvadratą ir kairįjį apatinį langelį dengia „pirma“ figūra **B** (4 galimybės – žr. 7, 8, 9, 10 pav.)

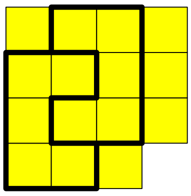

7 pav.

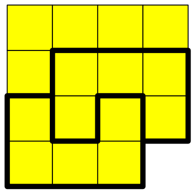

8 pav.


9 pav.


10 pav.

7 ir 8 pav. atsiranda izoliuotas langelis – jo nebeuždengsi. 9 paveikslėlyje uždengti „tuščiąjį“ pirmos figūros langelį galima tik kaip 11 pav., bet ir vėl atsiranda izoliuotas langelis. 10 paveikslėlyje uždengti „šeštąjį“ pirmos figūros langelį taip pat galima vieninteliu būdu (žr. 12 pav.) Dabar trečiai figūrai **B** vietos nebėra.

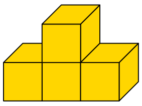

11 pav.

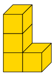
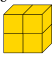
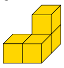
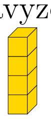
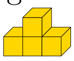

12 pav.

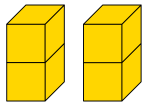
Taigi įsitikinome, kad figūromis **B**, **C**, **D** ir **E** mūsų kvadrato uždengti negalima. Uždengti kvadratą figūromis **A** mokame, taigi teisingas atsakymas **A**.

!! Bet tai dar ne viskas! Įsižiūrėkime į 1 pav. Ar tikrai vienodos apatinė ir viršutinė figūros **A**? Matome, kad jas padaryti „vienodas“ galima tik apvertus vieną iš jų. Bet sąlygoje nepasakyta – galima figūras vartyti ar ne. Įsivaizduokite, kad jas karpome iš popieriaus. Jeigu viena „geroji“ popieriaus pusė spalvota, o kita – ne, tai apvertus vieną iš figūrų jos bus „lygios“, bet kažin ar vienodos. Yra tik keli būdai sukarpyti kvadratą į 3 figūras **A**, bet pasiekti, kad visos 3 būtų visiškai vienodos, nepavyksta (įsitikinkite!). Taigi atsakymas į šią problemą būtų toks: kvadrato sukarpyti į figūras **B**, **C**, **D** ar **E** neįmanoma. Jeigu figūras galima vartyti, tai kvadratą į figūras **A** sukarpyti dar galima. Jeigu vartyti negalima, tai kvadrato sukarpyti į figūras **A** jau neįmanoma.

Dalyvaujant konkurse, problemų nekyla: kadangi vienas atsakymas turi būti teisingas, tai vartyti figūras galima. Teisingas atsakymas **A**.

17. (B) 

! Sustatyti statinį **A**  paprasta: vieną plytelę paguldyti, o kitą pastatyti ant jos (kairio ar dešinio jos kubelio). Su **C**  dar paprasčiau – užtenka abi plyteles suglausti. **D**  statinį statome, pavyzdžiui, taip: vieną plytelę paguldome, o kitą stačią priglaudžiame prie jos šono. Statinys **E**  išeina vieną stačią plytelę užkėlus ant kitos. O štai **B**  sustatyti nepavyksta. Jau galima rinktis atsakymą **B** (juk tik vienas atsakymas teisingas), bet dar geriau paaiškinti, kodėl **B** nėra sudarytas iš dviejų plytelių.



Sunumeruokime kubelius, kaip parodyta.

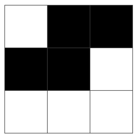
	4	
1	2	3

Jeigu 2 ir 4 sudaro plytelę, tai 1 ir 3 – ne. Jeigu 1 ir 2 plytelė, tai 3 ir 4 – ne. Pagaliau, jei 2 ir 3 plytelė, tai 1 ir 4 – ne.

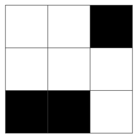
Teisingas atsakymas **B**.

18. (D) 8

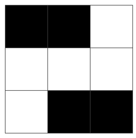
? Užstumkime antrą lapą ant trečio – gausime 4 paveikslėlio vaizdą. Todėl užstūmus ant jų pirmą lapą, juodi bus 8 langeliai (5 pav.). Net ir vartant lapus padaryti juodus visus 9 langelius nepavyksta.



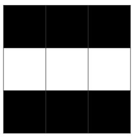
1 pav.



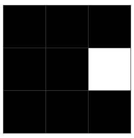
2 pav.



3 pav.



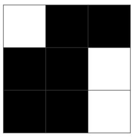
4 pav.

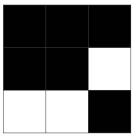


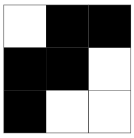
5 pav.

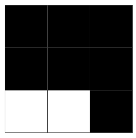
Renkamės atsakymą **D**.

! Įrodysime, kad ir sukiodami lapus 9 langelių neuždengsime. Aišku, kad pirmo lapo galima nesukioti. Ant pirmo lapo uždėję sukiodami antrą lapą, gausime 4 padėtis (6, 7, 8, 9 pav.).


6 pav.


7 pav.


8 pav.

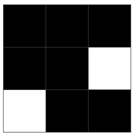

9 pav.

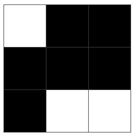
Bet pasirodo, kad visų padėčių nagrinėti nereikia: juk jeigu neuždengsime trečiu lapu 9 pav., tai juo labiau neuždengsime 7 pav. – jame be 9 pav. neuždengtų tų pačių langelių yra dar vienas neuždengtas. Panašiai jei lapu 3 neuždengsime visų 6 pav. langelių, tai juo labiau neuždengsime 8 pav. visų langelių. Vadinasi, liko 6 pav. ir 9 pav. Dar daugiau – jei lapu 3 neuždengsime 9 pav., tai juo labiau neuždengsime 6 pav. – juk pasukę pastarąjį turėsime du tuos pačius neuždengtus langelius kaip ir 9 pav. ir dar papildomą neuždengtą.

Vadinasi, užtenka įsitikinti, kad lapu 3 neįmanoma uždengti iš karto abiejų baltų 9 pav. langelių. Lapas 3 sukiojamas (dėl simetriškumo) duoda tik dvi konfigūracijas: pradinę (3 pav.) ir pasuktą. Užklojus lapą 3 nepasuktą, lieka neuždengtas kairysis apatinis langelis. Užklojus lapą 3 pasuktą, apačioje lieka neuždengtas vidurinis langelis.

Vadinasi, galima uždengti daugiausia 8 langelius.

!! Dabar jau nesunku rasti dar glaustesnį sprendimą. Pirmo lapo (1 pav.) nesukiokime. Trečias lapas sukiojamas (dėl simetrijos) turi tik dvi padėtis – nepasuktą ir pasuktą. Užkloję jį nepasuktą ant pirmojo, turime 10 pav.


10 pav.


11 pav.

Užkloję jį pasuktą ant pirmojo, turime 11 pav. Užtenka nagrinėti tik 10 pav.: jis turi du neuždengtus langelius, o 11 pav. pasuktas turi neuždengtus tuos pačius du langelius ir vieną papildomą. Taigi jei 10 pav. uždengti antru lapu negalima, tai juo labiau neįmanoma uždengti 11 pav.

Dengiant 10 pav. antru lapu (2 pav.), lieka neuždengtas vidurinis langelis dešinėje. Tą langelį uždengti galima tik suktelėjus antrą lapą prieš laikrodžio rodyklę, bet tada lieka neuždengtas apatinis kairysis langelis.

19. (**D**) 5 arba 7

? Bėda čia ta, kad neužtenka vieno pavyzdžio. Jeigu, pavyzdžiui, aptiksime išdėstymą

	2	
3	5	6
	7	

tai vis dar neaišku, ar teisingas atsakymas **B**, ar **D**, ar **E**. Jeigu dar aptiksime išdėstymą

	3	
2	7	6
	5	

tai ir dabar dar neaišku – teisingas atsakymas **D** ar **E**. Žinoma, galima būtų pasirinkti vieną iš jų, bet taip galima išlošti, bet galima ir nukentėti – gauti baudos taškų.

Nenorint spėlioti, reikia nustatyti, ar gali centre būti 3. Čia turi padėti panašus samprotavimas kaip ir sprendžiant *Nykštuko* 18 uždavinį.

Sakykime, kad mums pavyko surašyti skaičius reikiamu būdu ir centre stovi 3. Tada kitur stovi skaičiai 2, 5, 6 ir 7. Kadangi stulpelio skaičių suma lygi eilutės skaičių sumai, tai išmetus centrinį skaičių, vertikaliosios poros skaičių suma lygi horizontaliosios poros skaičių sumai. Visų keturių skaičių suma yra $2+5+6+7=20$, vadinasi dviejų iš jų suma yra 10. Bet juk iš skaičių 2, 5, 6, 7 neįmanoma surinkti poros, kurios skaičių suma būtų 10. Vadinasi, skaičius 3 stovėti negali.

Taigi lieka tik atsakymas **D**.

! Surašykime griežtą sprendimą.

Kadangi stulpelio ir eilutės skaičių sumos turi būti lygios, tai išmetus centrinį skaičių, vertikaliosios poros likusių skaičių suma turi būti lygi horizontaliosios poros likusių skaičių sumai. Sudėję šias dvi sumas (du lygius skaičius) gausime lyginį skaičių. Taigi necentrinių keturių skaičių suma lyginė, visų penkių skaičių suma $2+3+5+6+7=23$ nelyginė, todėl centre turi stovėti nelyginis skaičius (3, 5 arba 7). Jeigu centre bus 5, liks skaičiai 2, 3, 6, 7, o iš jų nesunku sudaryti dvi lygias sumas: $2+7=3+6$, o tada vieną iš porų įrašyti į stulpelį, o kitą – į eilutę.

Jeigu centre 7, tai liks skaičiai 2, 3, 5, 6. Iš jų taip pat lengva sudaryti dvi lygių sumų poras: $2+6=3+5$.

Jeigu centre būtų 3, tai liktų skaičiai 2, 5, 6, 7. Jų suma $2+5+6+7=20$, bet sudaryti dvi lygias sumas po 10 neįmanoma: skaičius 2 sudėtas net su didžiausiu iš jų 7, duoda per mažą sumą.

Taigi centre galėjo stovėti tik 5 ir 7.

20. (E) 15

? Paspėliojus galima būtų rasti pavyzdį, tenkinantį sąlygą, bet ir spėliojant padeda nuovoka. Jono sandauga 0, todėl jis tikrai turi 0. Onos sandauga dalijasi iš 5, nulis jau atiduotas Jonui, taigi ji turi 5. Likusių dviejų jos skaičių sandauga $90 : 5 = 18$. Spėjame, kad tai 2 ir 9. Mato sandauga 72 dalijasi iš 9, taigi jis turi du skaičius, dalius iš 3 – tai 3 ir 6 (9 jau nebėra). Kitų dviejų Mato skaičių sandauga lygi $72 : 3 : 6 = 4$, o tai $1 \cdot 4$. Kas lieka – lieka Jonui.

Taigi Ona turi 2, 5, 9, Matas turi 1, 3, 4, 6, Jonas turi 0, 7, 8. Uždavinio sąlygos išpildytos, Jono skaičių suma lygi $0 + 7 + 8 = 15$. Renkamės atsakymą **E**.

! Konkurso sąlygos garantuoja, kad šis atsakymas vienintelis teisingas. Būtų blogiau, jeigu atsakymai būtų, pavyzdžiui tokie:

A) Tik 11 **B)** Tik 12 **C)** Tik 13 **D)** Tik 15 **E)** 15 arba 9

Mums tektų patikrinti, ar negali Jono skaičių suma būti lygi 9.

Pagaliau ir šiaip verta uždavinius spręsti, tarsi nė nebūtų atsakymų (vadovėliuose dažnai jų nebūna). Tada pilnas sprendimas atrodytų šiek tiek kitaip.

Jono sandauga 0, taigi jis tikrai turi 0. Onos sandauga dalijasi iš 5, 0 jau užimtas, taigi Ona tikrai turi 5. Likusių jos dviejų skaičių sandauga lygi $90 : 5 = 18$. Vadinasi, ji dar turi arba a) skaičius 3 ir 6, arba b) skaičius 2 ir 9.

Atveju a) Ona turi 3, 5, 6. Mato sandauga 72 dalijasi iš 3, bet dalus iš 3 liko tik skaičius 9. Kitų trijų Mato skaičių sandauga lygi $72 : 9 = 8$, o tai tik 1, 2 ir 4. Taigi Matas turi 1, 2, 4, 9. Jonui lieka 7 ir 8, o jo visų trijų skaičių suma $0 + 7 + 8 = 15$.

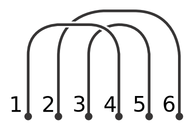
Atveju b) Ona turi 2, 5 ir 9. Mato sandauga 72 dalijasi iš 9, bet 9 jau nebėra, todėl Matas turi du skaičius, dalius iš 3, t.y. 3 ir 6. Kitų dviejų Mato skaičių sandauga lygi $72 : 3 : 6 = 4$. Vadinasi, tai skaičiai 1 ir 4, ir Matas turi 1, 3, 4, 6. Jonui vėl lieka 7 ir 8, taigi jo skaičių suma ta pati: $0 + 7 + 8 = 15$.

Vadinasi, yra du skaičių paskirstymo variantai, bet abiem atvejais Jonui lieka skaičiai 0, 7 ir 8, kurių suma 15.

!! Trumpas sprendimas būtų toks. Atiduodame Jonui 0. Mato skaičių sandauga 72, Onos – 90. Visų skaičių (be 0) sandauga lygi $1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9$, todėl dviejų kitų Jono skaičių sandauga lygi $1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9 : 72 : 90 = 2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7 : 90 = 2\cdot4\cdot7 = 56$. Vadinasi, Jonas turi 7 ir 8, jo skaičių suma $0 + 7 + 8 = 15$.

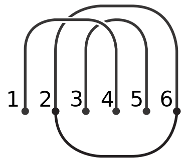
21. (C)

? Sunumeruokime virvučių galus:



Dabar tas tris virvutes galima (pagal galus) vadinti 14, 26, 35.

Bandykime prie virvučių prijungti komplektą **A** . Tada virvutė 26 su atitinkama komplekto virvute jau sudarytų uždarą virvutę, taigi komplektas **A** netinka. (Beje, likusieji gabalai sudarytų kitą uždarą virvutę).



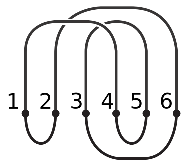
Prijunkime komplektą **B** . Tada jau virvutė 14 su savo priedu „užsidaro“.

Sunkesnis dalykas su komplektu **C** . Kol kas šį atvejį atidėkime, ir prijunkime komplektą **D** . Tada užsidaro 35.

Prijungus komplektą **E** , užsidaro virvutė 14.

Lieka nepatikrintas atsakymas **C** , ir todėl (pagal konkurso sąlygas) jis teisingas.

! Vis dėlto neblogai būtų įsitikinti, kad atveju **C** virvutės susijungtų į vieną uždarą. Šiuo atveju sujungus galus vaizdas bus toks:



Sekti sujungimus galima kartojant pieštuku visą virvutę. Beje, ir akimis matome, kad iš 1 (eidami iš pradžių į viršų) pateksime į 4, iš 4 – į 5, iš 5 – į 3, iš 3 – į 6, iš 6 – į 2, iš 2 – į 1. Kelionė baigta, mes vėl taške 1, ir visos virvutės praeitos.

22. C 18

! Kadangi trečią dieną Džoja pagavo 2 pelėmis daugiau nei antrą dieną, o antrą dieną – 2 pelėmis daugiau nei pirmą dieną, tai trečią dieną ji pagavo $2+2 = 4$ pelėmis daugiau nei pirmą dieną.

Kita vertus, Džoja trečią dieną pagavo du pirmos dienos laimikius. Kad sužinotume, keliomis pelėmis ji trečią dieną pagavo daugiau nei pirmą, turime iš trečios dienos laimikio atimti pirmos dienos laimikį. Vadinasi, turime iš dviejų pirmos dienos laimikių atimti pirmos dienos laimikį. Aišku, kad tas skirtumas bus lygus pirmos dienos laimikiui. Bet žinome, kad tas skirtumas yra 4, t.y. pirmos dienos laimikis lygus 4 pelėms.

Vadinasi, antrą dieną Džoja pagavo $4 + 2 = 6$ peles, trečią dieną $6 + 2 = 8$ peles, o per tris dienas $4 + 6 + 8 = 18$ pelių.

Teisingas atsakymas **C**.

!! Visą tą daugiažodystę galima pakeisti schema. Sakykime, kad pirmą dieną Džojos laimikis buvo $\square$. Tada antrą dieną jos laimikis buvo $\square + 2$. Trečią dieną jos laimikis buvo $\square + 2 + 2$. Kita vertus, trečią dieną ji pagavo 2 pirmos dienos laimikius: $\square + \square$. Palyginę šiuos du užrašus, matome, kad $\square$ yra $2 + 2$, t.y. 4.

Dar paprasčiau naudotis raidėmis:

$$\begin{array}{rl} \text{Pirmos dienos laimikis:} & L \\ \text{Antros dienos laimikis:} & L + 2 \\ \text{Trečios dienos laimikis:} & L + 2 + 2 \\ \text{Trečios dienos laimikis yra dvigubas pirmasis:} & L + L \end{array}$$

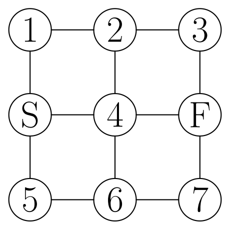
Dvejopai apskaičiuotas trečios dienos laimikis juk tas pat:

$$L + 2 + 2 = L + L.$$

Matome, kad L yra $2 + 2$, t.y. 4.

Tokia schema vadinama lygties sudarymu (ir sprendimu).

23. D 6



! Sunumeruokime skritulius, kaip parodyta paveikslėlyje. Iš S pirmu ėjimu galima šokti į 1, į 5 arba į 4 (3 atvejai). Jeigu šokama į 1, tai antras šuolis vienintelis – į 2, o tada užbaigti galima šuoliais 3 ir F arba 4 ir F. Jeigu pirmu šuoliu šokama į 5, tai turime panašius („simetriškus“ nurodytiems) maršrutus S567F ir S564F. Jeigu pradedame S4, tai baigti galima maršrutais 23F arba 67F. Visais 3 atvejais turime po 2 maršrutus, taigi iš viso yra $2 \cdot 3 = 6$ maršrutai.

Teisingas atsakymas **D**.

24. C Celestina

! Čia jau nepaspėliosi, ir tenka pagalvoti. Reikia pradėti nuo kuo aiškesnių dalykų.

Kadangi kažkuri iš mergaičių per abi dienas iškepė 6 kartus daugiau keksų nei šeštadienį, tai jos visų keksų skaičius dalijasi iš 6. Iš skaičių 24, 25, 26, 27, 28 tik skaičius 24 dalijasi iš 6, taigi 6 kartus keksų daugiau per dvi dienas kepė Alė. Iš likusių skaičių 25, 26, 27, 28 iš 3 dalijasi tik 27 – tai Dalios skaičius. Liko skaičiai 25, 26, 28, ir iš 4 dalijasi tik 28 – tai Elzės keksai. Liko skaičiai 25 ir 26, iš 2 dalijasi tik 26 – tai Celestinos skaičius. Vadinasi, 25 keksus iškepė Berta.

Taigi, Alė šeštadienį iškepė $24 : 6 = 4$ keksus, Berta iškepė $25 : 5 = 5$ keksus, Celestina $26 : 2 = 13$ keksų, Dalia $27 : 3 = 9$ keksus, Elzė $28 : 4 = 7$ keksus. Vadinasi, daugiausiai – 13 keksų – šeštadienį iškepė Celestina.

!! Pasirodo, labai gerai sprendimą pradėti nuo Celestinos skaičiaus 26. Jis dalijasi tik iš 2 ir 13, bet sąlygai tinka tik 2. Vadinasi, Celestina per dvi dienas iškepė 2 kartus keksų daugiau nei šeštadienį, o iškepė ji šeštadienį 13 keksų. Kitos jų per dvi dienas kepė bent jau 3 kartus daugiau nei šeštadienį, taigi šeštadienį iškepė tikrai mažiau nei $30 : 3 = 10$ keksų. Vadinasi, daugiausiai keksų šeštadienį iškepė Celestina.

Atsakymai

Uždavinio Nr.	Atsakymas
1	E
2	A
3	E
4	E
5	C
6	E
7	B
8	A
9	D
10	B
11	C
12	C
13	B
14	D
15	C
16	A
17	B
18	D
19	D
20	E
21	C
22	C
23	D
24	C