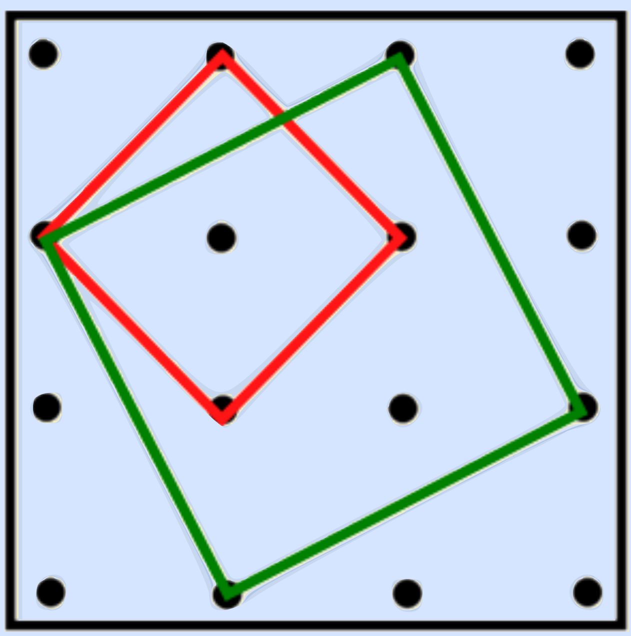
Kengūra 2015

Uždavinys ir sprendimai



Kadetas

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS

KENGŪRA 2015

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autoriai
Paulius Drungilas ir Romualdas Kašuba

Redaktorius
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavimas
Jonas Šiurys

Turinys

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra ne ką daugiau kaip 30, o jaunesniųjų klasių mokiniams dar mažiau (tiesa, labai nekasdienių) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: *jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus.* Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia, nors ir įveikiami, bet kartu ir labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 50000 Lietuvos 1 – 12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2015 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

75 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos įrodydamos, kad galvą laužyti prasmingai, kad ir matematikos užduotis besprendžiant, galima patiriant žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia gali būti šmaikšti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek *kengūriniuose* (matematiškai sportiniuose), tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2015 metų kovo 19 dieną keliavo ir gausiai sprendė 7–8 klasių (*Kadeto* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintieji pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų kengūriniai sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

Kadetas, 7 klasė, 50 geriausiųjų

Juozapas Ivanauskas,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	150.00
Rokas Urbonas,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	138.75
Ernestas Ramanauskas,	Progimnazija „Magis“,	Vilniaus m.,	138.75
Vincas Turskis,	KTU Vaižganto progimnazija,	Kauno m.,	126.25
Simonas Druskis,	Emilijos Pliaterytės progimnazija,	Vilniaus m.,	117.50
Martynas Aušrota,	Kazlų Rūdos pagrindinė mokykla,	Kazlų rūdos sav.,	116.25
Ernestas Liekis,	Tuskulėnų vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	116.25
Arnas Vyšniauskas,	Žemynos progimnazija,	Vilniaus m.,	116.25
Edgaras Kiudelis,	„Pajūrio“ pagrindinė mokykla,	Klaipėdos m.,	115.00
Marija Lapukaitė,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	112.50
Jonas Gajposikas,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	112.50
Petras Lapukas,	Petro Vileišio progimnazija,	Vilniaus m.,	110.75
Domantas Lapėnas,	Vilniaus Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	110.00
Dovydas Nagelė,	Baltupių progimnazija,	Vilniaus m.,	110.00
Paulius Vijeikis,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	109.75
Aurimas Petronis,	Elektrėnų „Ąžuolyno“ pagrindinė mokykla,	Elektrėnų sav.,	108.75
Mantas Bakšys,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	108.75
Juozapas Rokas Čypas,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	106.25
Donata Snieškaitė,	„Vilties“ pagrindinė mokykla,	Panevėžio m.,	106.25
Dominykas Stasiulaitis,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	104.75
Martyna Šiaulytė,	Alsėdžių vidurinė mokykla,	Plungės r.,	104.75
Justas Dijokas,	Barboros Radvilaitės pagrindinė mokykla,	Vilniaus m.,	103.75
Liepa Germanaitė,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	103.75
Matas Stravinskas,	Kauno „Vyturio“ katalikiškoji vidurinė mokykla,	Kauno m.,	103.75
Joris Plaščinskas,	Šiuolaikinės mokyklos centras,	Vilniaus m.,	102.50
Vaidas Čibiras,	Vilniaus Jeruzalės mokykla,	Vilniaus m.,	102.50
Joris Gagilas,	Žvėryno gimnazija,	Vilniaus m.,	101.25
Gytis Steišūnas,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	101.25
Emilija Polovec,	Vilniaus Antakalnio progimnazija,	Vilniaus m.,	100.00
Joris Benjaminas Rimkevičius,	Seredžiaus S. Šimkaus pagrindinė mokykla,	Jurbarko r.,	100.00
Justė Račkauskaitė,	Taikos progimnazija,	Vilniaus m.,	100.00
Dominykas Vaitkus,	„Saulės“ privati gimnazija,	Vilniaus m.,	99.75
Ignas Mačiulis,	Simono Daukanto progimnazija,	Vilniaus m.,	99.75
Simonas Baltūsis,	Kretingos Pranciškonų gimnazija,	Kretingos r.,	99.50
Ingrida Pliaterytė,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	99.50
Timonas Krasauskas,	Kėdainių „Ryto“ pagrindinė mokykla,	Kėdainių r.,	98.75
Jonas Kalnius,	Klaipėdos Vydūno gimnazija,	Klaipėdos m.,	98.75
Emilija Palivonaitė,	Mikalojaus Daukšos vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	98.75
Kernius Survila,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	98.50
Ugnė Milašiūnaitė,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	98.50
Armintas Pakenis,	Utenos Aukštakalnio progimnazija,	Utenos r.,	98.50
Ivan Voroncov,	„Juventos“ gimnazija,	Vilniaus m.,	98.50
Laurynas Jurgis Vasys,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	97.50
Julius Baronas,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	97.50
Adelė Rudminaitė,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	97.50
Matas Urbonas,	Žvėryno gimnazija,	Vilniaus m.,	97.50
Titas Stanionis,	Ariogalos gimnazija,	Raseinių r.,	97.50
Edvinas Krupovnickas,	„Spindulio“ pagrindinė mokykla,	Vilniaus m.,	97.50
Marius Davidavičius,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	97.25
Augustinas Bačkis,	„Sietuvos“ progimnazija,	Vilniaus m.,	97.25
Saulė Žalytė,	Baltupių progimnazija,	Vilniaus m.,	97.25

Kadetas, 8 klasė, 50 geriausiųjų

Ainas Beinakaraitis,	Marijampolės marijonų gimnazija,	Marijampolės sav.,	137.50
Dovydas Vasiliauskas,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	132.50
Tomas Ervinas Trusovas,	Šolomo Aleichemo ORT gimnazija,	Vilniaus m.,	125.00
Deimantė Stankevičiutė,	Širvintų „Atžalyno“ progimnazija,	Širvintų r.,	122.50
Lukas Dundulis,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	122.50
Dovydas Kaunietis,	Pilėnų pagrindinė mokykla,	Kauno m.,	121.25
Karolina Šuopytė,	„Šaltinėlio“ privati mokykla,	Vilniaus m.,	120.00
Mindaugas Zabotka,	Emilijos Pliaterytės progimnazija,	Vilniaus m.,	120.00
Rolandas Pukštas,	Viršuliškių mokykla,	Vilniaus m.,	118.75
Vilandas Navickas,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	118.25
Matas Baronas,	Pilėnų pagrindinė mokykla,	Kauno m.,	116.25
Audrius Mardosas,	Zarasų Pauliaus Širvio progimnazija,	Zarasų r.,	116.25
Gediminas Lelešius,	Kaišiadorių Vaclovo Giržado progimnazija,	Kaišiadorių r.,	116.25
Ignas Budreika,	Gedminų progimnazija,	Klaipėdos m.,	115.00
Greta Žemgulytė,	„Saulės“ privati gimnazija,	Vilniaus m.,	115.00
Karolis Medekša,	Vilniaus „Ąžuolyno“ progimnazija,	Vilniaus m.,	115.00
Ignas Kiudulas,	Jono Basanavičiaus progimnazija,	Vilniaus m.,	113.75
Mantas Auruškevičius,	Jono Basanavičiaus progimnazija,	Vilniaus m.,	113.75
Airidas Kutra,	„Aušros“ sveikatinimo ir sporto pagrindinė mokykla,	Kėdainių r.,	113.75
Kasparas Grigas,	Vilniaus „Ąžuolyno“ progimnazija,	Vilniaus m.,	113.75
Ugnė Alaburdaitė,	Prienų „Revuonos“ pagrindinė mokykla,	Prienų r.,	113.75
Titas Jukšta,	Salduvės progimnazija,	Šiaulių m.,	113.50
Devidas Vicinskis,	„Ateities“ vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	112.50
Ieva Masaitytė,	Babtų gimnazija,	Kauno r.,	112.50
Gediminas Žiemys,	Jono Basanavičiaus progimnazija,	Vilniaus m.,	112.25
Liucija Vaicenavičiūtė,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	111.25
Vilius Jaskelevičius,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	111.25
Julius Marozas,	„Varpo“ gimnazija,	Kauno m.,	111.25
Ignas Jakštas,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	111.25
Lauryna Soblytė,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	110.00
Otilija Skripkaitė,	„Versmės“ progimnazija,	Klaipėdos m.,	110.00
Liucija Rancaitė,	Skuodo Bartuvos progimnazija,	Skuodo r.,	110.00
Justė Zdobaitė,	Vilniaus „Ąžuolyno“ progimnazija,	Vilniaus m.,	110.00
Justas Matusevičius,	Raudondvario gimnazija,	Kauno r.,	109.75
Emilija Pelakauskaitė,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	109.75
Kasparas Jankevičius,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	108.75
Naglis Pilkionis,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	108.75
Alina Paliulionytė,	Martyno Mažvydo progimnazija,	Vilniaus m.,	107.50
Daniil Dominyk Gribanov,	Vasilijaus Kačialovo gimnazija,	Vilniaus m.,	107.50
Gabrielė Jurkutė,	KTU Vaižganto progimnazija,	Kauno m.,	107.50
Martynas Sinkievič,	Šv. Kristoforo progimnazija,	Vilniaus m.,	107.50
Deivydas Stančikas,	Semeliškių gimnazija Pastrėvio skyrius,	Elektrėnų sav.,	107.50
Sandra Macijauskaitė,	Kamajų Antano Strazdo gimnazija,	Rokiškio r.,	107.25
Adomas Knyva,	Žvėryno gimnazija,	Vilniaus m.,	106.25
Jogaila Pranys,	Žemynos progimnazija,	Vilniaus m.,	106.25
Kipras Stulginskas,	Tuskulėnų vidurinė mokykla,	Vilniaus m.,	106.25
Nojus Pakėnas,	Jėzuitų gimnazija,	Vilniaus m.,	106.25
Kornelija Bakutytė,	„Saulės“ privati gimnazija,	Vilniaus m.,	106.00
Ugnė Šličiūtė,	Hermano Zudermano gimnazija,	Klaipėdos m.,	105.00
Mantvydas Korsakas,	Jonavos Raimundo Samulevičiaus progimnazija,	Jonavos r.,	105.00
Augustas Šadurskas,	Kaišiadorių Vaclovo Giržado progimnazija,	Kaišiadorių r.,	105.00
Marius Dzvinka,	Balsių pagrindinė mokykla,	Pakruojo r.,	105.00
Gabrielė Žemelytė,	Jėzuitų gimnazija,	Kauno m.,	105.00
Titas Kleinas,	Kauno Bernardo Brazdžionio pagrindinė mokykla,	Kauno m.,	105.00
Žygimantas Mickevičius,	Papilio pagrindinė mokykla,	Biržų r.,	105.00

Tarptautinis matematikos konkursas
KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: **Pavardė** P A V A R D E N I S

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras ☐☐☐☐☐☐

Mokyklos pavadinimas

Kalba

Lietuvių	☐
Lenkų	☐
Rusų	☐
Anglų	☐

	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
Klasė	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9(G1)**	**10(G2)**	**11(G3)**	**12(G4)**
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	**7**	☐	☐	☐	☐	☐	**13**	☐	☐	☐	☐	☐	**19**	☐	☐	☐	☐	☐	**25**	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	**8**	☐	☐	☐	☐	☐	**14**	☐	☐	☐	☐	☐	**20**	☐	☐	☐	☐	☐	**26**	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	**9**	☐	☐	☐	☐	☐	**15**	☐	☐	☐	☐	☐	**21**	☐	☐	☐	☐	☐	**27**	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	**10**	☐	☐	☐	☐	☐	**16**	☐	☐	☐	☐	☐	**22**	☐	☐	☐	☐	☐	**28**	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	**11**	☐	☐	☐	☐	☐	**17**	☐	☐	☐	☐	☐	**23**	☐	☐	☐	☐	☐	**29**	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	**12**	☐	☐	☐	☐	☐	**18**	☐	☐	☐	☐	☐	**24**	☐	☐	☐	☐	☐	**30**	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

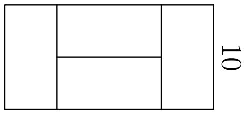
2015 m. *Kadeto* užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

1. $\frac{20}{15} =$

A) $\frac{2+0+1+5}{1+5}$ **B)** $\frac{2+0+1+5}{2+0}$ **C)** $\frac{2+0}{1+5}$ **D)** $\frac{20+15}{20}$ **E)** $\frac{20+15}{15}$

2. Iš keturių vienodų stačiakampių sudėtas didesnis stačiakampis, kaip parodyta paveikslėlyje. Didesniojo stačiakampio trumpesniosios kraštinės ilgis yra 10. Koks yra didesniojo stačiakampio ilgesniosios kraštinės ilgis?

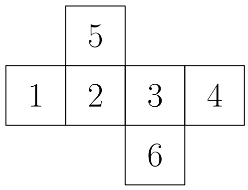


A) 10 **B)** 20 **C)** 30 **D)** 40 **E)** 50

3. Kuris iš skaičių yra arčiausiai skaičiaus $2,015 \times 510,2$?

A) 0,1 **B)** 1 **C)** 10 **D)** 100 **E)** 1000

4. Paveikslėlyje pavaizduota kubo, kurio sienos sunumeruotos, išklotinė. Adomas sudėjo priešingų kubo sienų numerius ir gavo tris skaičius. Kokie tai skaičiai?



A) 4, 6, 11 **B)** 4, 5, 12 **C)** 5, 6, 10 **D)** 5, 7, 9 **E)** 5, 8, 8

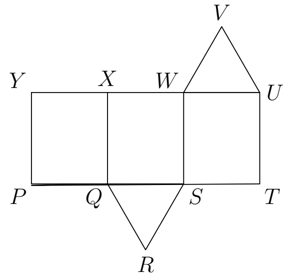
5. Kuris iš skaičių nėra sveikasis?

A) $\frac{2011}{1}$ **B)** $\frac{2012}{2}$ **C)** $\frac{2013}{3}$ **D)** $\frac{2014}{4}$ **E)** $\frac{2015}{5}$

6. Kelionė iš Kauno į Klaipėdą per Babtus truko 130 minučių. Kelionės dalis nuo Kauno iki Babtų truko 35 minutes. Kiek truko kelionė iš Babtų į Klaipėdą?

A) 95 minutes **B)** 105 minutes **C)** 115 minučių **D)** 85 minutes **E)** 75 minutes

7. Paveikslėlyje pavaizduota trikampės prizmės išklotinė, kurią sudaro trys vienodi stačiakampiai ir du vienodi trikampiai. Kurią kraštinę uždengs kraštinė UV, iš išklotinės sulanksčius prizmę?

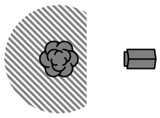
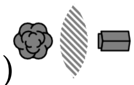
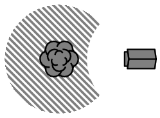
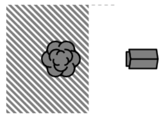
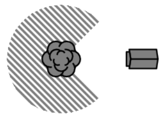


A) WV **B)** XW **C)** XY **D)** QR **E)** RS

8. Trikampio ABC kraštinių ilgiai yra 6, 10 ir 11. Lygiakraščio trikampio perimetras lygus trikampio ABC perimetrui. Kam lygi lygiakraščio trikampio kraštinė?

A) 18 **B)** 11 **C)** 10 **D)** 9 **E)** 6

9. Voverė, atsidūrusi ant žemės, niekada nenutolsta nuo medžio kamieno  daugiau, kaip 5 m. Be to, voverė ant žemės išlaiko mažiausiai 5 m atstumą nuo šuns būdos . Viename iš paveikslėlių pavaizduota teritorija, kurioje ant žemės gali būti voverė. Kuriame?

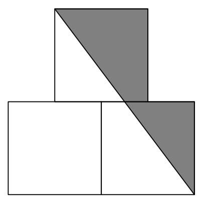
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

10. Gerda važiuoja dviračiu 5 m per sekundę greičiu. Kiekvieno rato (kaip apskritimo) ilgis yra 125 cm. Kiek kartų pilnai apsisuka kiekvienas Gerdos dviračio ratas per 5 sekundes?
A) 4 **B)** 5 **C)** 10 **D)** 20 **E)** 25

Klausimai po 4 taškus

11. Jokie du klasės berniukai nėra gimę tą pačią savaitės dieną, o jokios dvi tos klasės mergaitės nėra gimusios tą patį mėnesį. Jei į klasę ateitų bent viena nauja mokinė ar bent vienas naujas mokinys, tai kuri nors iš šių sąlygų nebebūtų išpildyta. Kiek vaikų yra klasėje?
A) 18 **B)** 19 **C)** 20 **D)** 24 **E)** 25

12. Paveikslėlyje pavaizduoti trys vienodi kvadratai, kurių kiekvieno kraštinės ilgis yra 1. Viršutinio kvadrato centras yra tiksliai ties apatinių dviejų kvadratų bendrąja kraštine. Kam lygus užtušuotos figūros plotas?
A) $\frac{3}{4}$ **B)** $\frac{7}{8}$ **C)** 1 **D)** $1\frac{1}{4}$ **E)** $1\frac{1}{2}$



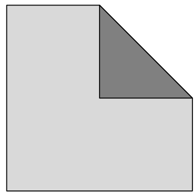
13. Lygybėje $2*0*1*5*2*0*1*5*2*0*1*5=0$ kiekvieną žvaigždutę $*$ reikia taip pakeisti ženklu $+$ arba $-$, kad gautume teisingą lygybę. Kiek mažiausiai žvaigždučių reikia pakeisti ženklu $+$?
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

14. Audros metu į kiekvieną kvadratinį metrą ploto prilijo 15 litrų vandens. Kiek atvirame lauko baseine pakilo vandens lygis?
A) 150 cm **B)** 0,15 cm **C)** 15 cm **D)** 1,5 cm **E)** Tai priklauso nuo baseino dydžio

15. Krūmas turi lygiai 10 šakų. Ant kiekvienos šakos auga arba 5 lapai, arba 2 lapai ir žiedas. Kuris iš skaičių gali būti lygus ant krūmo auganči lapų skaičiui?
A) 45 **B)** 39 **C)** 37 **D)** 31 **E)** Joks iš nurodytų

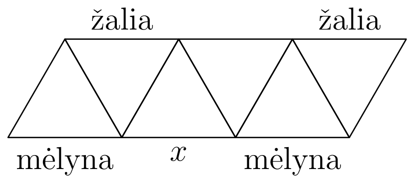
16. Matematikos egzaminą laikiusių mokinių gautų pažymių vidurkis yra 6. Lygiai 60% mokinių išlaikė egzaminą, o jų pažymių vidurkis yra 8. Kam lygus matematikos egzamino neišlaikiusių mokinių pažymių vidurkis?
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

17. Kvadrato vienas kampas užlenktas taip, kad jo viršūnė sutampa su kvadrato centru (žr. pav.). Gauto penkiakampio ir kvadrato plotai yra gretimi natūralieji skaičiai. Kam lygus kvadrato plotas?
A) 2 **B)** 4 **C)** 8 **D)** 16 **E)** 32



18. Austėja sudėjo stačiakampio trijų kraštinių ilgius ir gavo skaičių 44. Gerda taip pat sudėjo trijų to paties stačiakampio kraštinių ilgius ir gavo skaičių 40. Kam lygus šio stačiakampio perimetras?
A) 42 **B)** 56 **C)** 64 **D)** 84 **E)** 112

19. Paveikslėlyje nurodytos keturių atkarpų spalvos. Adomas nori kiekvieną iš likusių atkarpų taip nudažyti raudona, žalia arba mėlyna spalva, kad kiekvieno iš 6 trikampių kraštinės būtų nudažytos skirtingomis spalvomis. Kuria spalva Adomas gali nudažyti atkarpą, pažymėtą raide x?

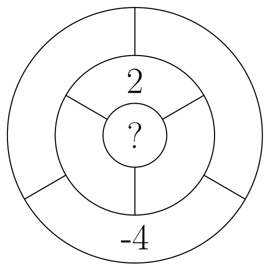


A) Tik žalia **B)** Tik raudona **C)** Tik mėlyna
D) Arba raudona, arba mėlyna **E)** To padaryti neįmanoma

20. Mokytoja Dalia kiekvieno iš penkių savo mokinių paklausė, keli iš jų paruošė pamokas. Iš mokinių ji sulaukė tokių atsakymų: „0“, „1“, „2“, „3“, „4“. Vėliau paaiškėjo, kad visi pamokų neparuošę mokiniai melavo, o pamokas paruošę – sakė tiesą. Kiek mokinių paruošė pamokas?
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

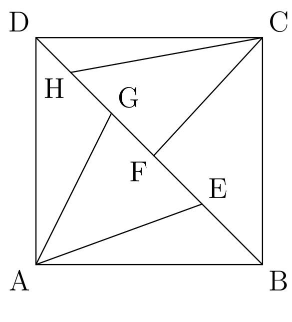
Klausimai po 5 taškus

21. Į kiekvieną pavaizduotos diagramos sritį Raminta įrašo po vieną skaičių. Kiekvienoje srityje parašytas skaičius turi būti lygus gretimose srityse parašytų skaičių sumai (dvi sritys yra gretimos, jei jos turi bendrą krašto dalį). Raminta jau įrašė du skaičius, kaip pavaizduota paveikslėlyje. Kokį skaičių ji turėtų parašyti centrinėje srityje, pažymėtoje klaustuku?
A) 1 **B)** -2 **C)** 6 **D)** -4 **E)** 0



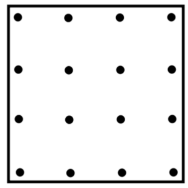
22. Ant kiekvienos iš penkių kortelių užrašyta po natūralųjį skaičių, ir tie skaičiai nebūtinai skirtingi. Adomas suskaičiavo ant kiekvienų dviejų kortelių parašytų skaičių sumą ir gavo tik tris skirtingus skaičius: 57, 70, 83. Kam lygus didžiausias ant kortelių užrašytas skaičius?
A) 35 **B)** 42 **C)** 48 **D)** 53 **E)** 82

23. Paveikslėlyje duotas kvadratas $ABCD$, kurio plotas yra 30. Įstrižainėje BD taip pažymėti taškai E, F, G ir H, kad trikampių ABE, BCF, ADG ir CDH plotai lygūs atitinkamai 2, 5, 9 ir 4. Taškai E, F, G ir H įstrižainę BD dalija į 5 atkarpas. Kuri iš šių atkarpų ilgiausia?
A) BE **B)** EF **C)** FG **D)** GH **E)** HD



24. Kengūrų grupėje dviejų lengviausių kengūrų svoris sudaro 25% visos grupės svorio. Trijų sunkiausių kengūrų svoris sudaro 60% visos grupės svorio. Kiek grupėje yra kengūrų?
A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 15 **E)** 20

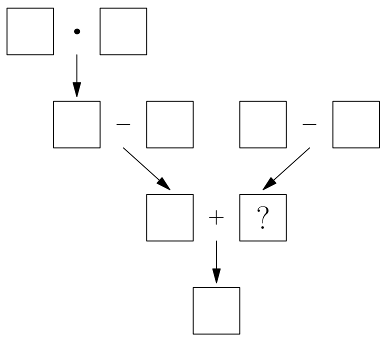
25. Paveikslėlyje parodytas popieriaus lapas, kuriame pažymėti taškai. Atstumas tarp bet kurių dviejų horizontaliai iš eilės einančių taškų lygus 1. Be to, atstumas tarp bet kurių dviejų vertikaliai iš eilės einančių taškų taip pat lygus 1. Kiek daugiausiai skirtingo ploto kvadratų, kurių viršūnės yra pažymėti taškai, galima sudaryti?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6



26. Trapecijos $ABCD$ kraštinės AB ir CD yra lygiagrečios, $CD = DA = \frac{1}{3}AB$, o kampas CDA lygus $120°$. Kam lygus kampas ABC?
A) $45°$ **B)** $30°$ **C)** $25°$ **D)** $22{,}5°$ **E)** $15°$

27. Tiesėje pažymėti penki taškai. Gerda pamatavo atstumus tarp kiekvienų dviejų pažymėtų taškų ir gautus skaičius surašė didėjimo tvarka: 2, 5, 6, 8, 9, k, 15, 17, 20 ir 22. Kam lygus k?
A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13 **E)** 14

28. Į paveikslėlio langelius reikia įrašyti po vieną skaitmenį nuo 1 iki 9. Skirtinguose langeliuose turi būti įrašyti skirtingi skaitmenys. Be to, kiekvienos paveikslėlyje nurodytos operacijos rezultatas turi sutapti su rodykle pažymėto langelio skaičiumi. Koks skaičius turi būti įrašytas į langelį, pažymėtą klaustuku?
A) 2 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7



29. Austėja skaičių 2015 paeiliui padalijo iš skaičių 1, 2, 3, ..., 1000 ir dalybos liekanas užrašė lentoje. Kam lygus didžiausias lentoje parašytas skaičius?
A) 503 **B)** 504 **C)** 671 **D)** 672 **E)** Kitas skaičius

30. Elena nori taip nuspalvinti visus natūraliuosius skaičius raudonai arba žaliai, kad dviejų vienodos spalvos skirtingų natūraliųjų skaičių suma būtų tos pačios spalvos. Keliais skirtingais būdais Elena gali tai padaryti?
A) 0 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 6 **E)** Daugiau nei 6

Kadeto užduočių sprendimai

1. A $\frac{2+0+1+5}{1+5}$

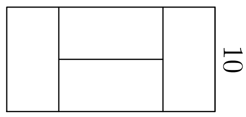
! Paeiliui skaičiuojame:

$$\frac{20}{15} = \frac{4\cdot5}{3\cdot5} = \frac{4}{3}, \qquad \frac{2+0+1+5}{1+5} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}, \qquad \frac{2+0+1+5}{2+0} = \frac{8}{2} = 4 \neq \frac{4}{3},$$

$$\frac{2+0}{1+5} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \neq \frac{4}{3}, \qquad \frac{20+15}{20} = \frac{35}{20} = \frac{7}{4} \neq \frac{4}{3}, \qquad \frac{20+15}{15} = \frac{35}{15} = \frac{7}{3} \neq \frac{4}{3}.$$

Taigi teisingas atsakymas **A**.

2. B 20

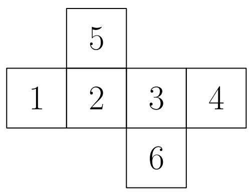


! Didžiojo stačiakampio trumpesniosios kraštinės ilgis yra lygus mažojo stačiakampio ilgesniosios kraštinės ilgiui, kuris tada irgi yra 10. Iš brėžinio matome, jog dvigubas mažojo stačiakampio trumpesniosios kraštinės ilgis yra toks pat kaip jo ilgesniosios kraštinės ilgis, arba 10. Todėl „viengubas“ trumpesniosios kraštinės ilgis yra $10 : 2 = 5$. Kadangi didžiojo stačiakampio ilgesnioji kraštinė „sudėta“ iš dviejų mažųjų stačiakampių trumpesniųjų kraštinių ir vienos ilgesniosios ilgių, tai didžiojo stačiakampio ilgesniosios kraštinės ilgis yra $2\cdot5+1\cdot10 = 10+10 = 20$ ir todėl teisingas atsakymas yra atsakymas **B**.

3. E 100

! Kadangi $2{,}015 > 2$ ir $510{,}2 > 500$, tai $2{,}015 \cdot 510{,}2 > 2 \cdot 500 = 1000$, todėl skaičius 1000 yra arčiau skaičiaus $2,015 \cdot 510,2$ negu bet kuris iš atsakymuose **A**–**D** pateiktų skaičių.

4. A 4, 6, 11



! Sienelės su skaičiais 1 ir 3 yra akivaizdžiai priešingos kubo sienos, kaip priešingos yra ir sienos skaičiais 2 ir 4. Vadinasi, priešingomis belieka būti ir sienoms su skaičiais 5 ir 6. Todėl sumos, kurias mes gausime, bus $1 + 3 = 4$, $2 + 4 = 6$ ir $5 + 6 = 11$, arba gauname būtent trejetą 4, 6, 11, o tai reiškia, kad teisingas yra atsakymas **A**.

5. (D) $\frac{2014}{4}$

! Apie atsakymo **A** skaičiaus $\frac{2011}{1}$ sveikumą samprotauti yra visai paprasta, nes tai yra tiesiog skaičius 2011. **B** atsakymo skaičius $\frac{2012}{2}$ yra sveikasis skaičius dėl to, kad skaičius 2012 yra lyginis, o lyginis skaičius jau ką sugeba, o ko nelabai, bet jau iš 2 tai jis tikrai dalijasi. **C** atsakymo skaičius $\frac{2013}{3}$ yra sveikasis dėl to, kad jo skaitiklis 2013 dalijasi iš trijų, nes $2013 = 671 \cdot 3$, o kad jis dalysis „ir be konkretaus padalijimo" galime įžvelgti kad ir iš dalumo iš 3 požymio, kuris sako, kad skaičius dalijasi iš 3 tada ir tiktai tada, kai iš 3 dalijasi to skaičiaus skaitmenų suma, kuri yra $2 + 0 + 1 + 3 = 6$ ir iš 3 tikrai dalijasi.

E atsakymo skaičius $\frac{2015}{5}$ irgi yra sveikasis, nes skaitiklis 2015 baigiasi 5 ir todėl tikrai dalijasi iš 5, nes $2015 = 403 \cdot 5$ (jeigu jau mums rūpėtų, kiek mes konkrečiai gautume teisingai dalydami).

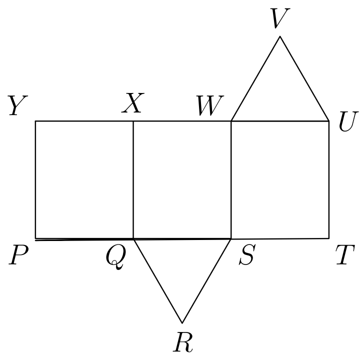
O štai atsakymo **D** skaičius $\frac{2014}{4}$ nėra sveikasis, nes 2014 iš 4 nesidalija, nors 4-iais ir baigiasi, nes jis, tas dalmuo, yra lygus $\frac{1007}{2}$. Kad 2014 nesidalija iš 4, matome ir iš dalumo iš 4 požymio: skaičius dalijasi iš 4 tada ir tiktai tada, kai iš 4 dalijasi skaičius, sudarytas iš abiejų paskutiniųjų kalbamojo skaičiaus skaitmenų. Šiuo atveju skaičiaus 2014 abu paskutinieji skaitmenys „sudaro" skaičių 14, o 14 iš 4 tikrai „sveikai" nesidalija. Todėl teisingas yra atsakymas **D**, nes $\frac{2014}{4} = 503{,}5$ nėra sveikasis skaičius.

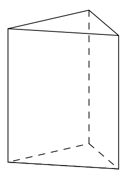
6. (A) 95 minutes

! Kadangi $130 - 35 = 130 - (30 + 5) = 130 - 30 - 5 = 100 - 5 = 95$, tai teisingas atsakymas yra atsakymas **A**, kuris ir sako, kad toji ilgesnioji kelionės dalis truko 95 minutes.

7. (C) XY

! Trikampės prizmės sienas sudaro trys stačiakampiai ir du trikampiai (žr. pav.).



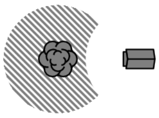


Bet kurie du iš šių stačiakampių turi lygiai vieną bendrą prizmės briauną. Stačiakampių $YXQP$ ir $XWSQ$ bendroji briauna yra XQ, o stačiakampių $XWSQ$ ir $WUTS$ bendroji briauna yra WS. Be to, stačiakampiai $YXQP$ ir $WUTS$, iš išklotinės sulanksčius prizmę, taip pat turės bendrą briauną. Viena vertus, ta bendroji briauna yra stačiakampio $YXQP$ kraštinė YP. Kita vertus, ta bendroji briauna yra stačiakampio $WUTS$ kraštinė UT. Taigi iš išklotinės sulanksčius trikampę prizmę, briauna YP sutaps su briauna UT, t. y. viršūnė Y sutaps su viršūne U. Iš išklotinės lankstant prizmę, iš atkarpų YX, XW ir WU susilankstys trikampis, kuris turės supti su trikampiu UVW. Vadinasi, taškas X sutaps su tašku V. Taigi iš išklotinės sulanksčius trikampę prizmę, kraštinė UV uždengs kraštinę YX.

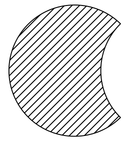
Teisingas atsakymas **C**.

8. (**D**) 9

! Jei lygiakraščio trikampio (kurio visos kraštinės yra vienodo ilgio) kraštinės ilgis yra a, tai jo perimetras yra $a + a + a = 3a$. Remiantis sąlyga, $3a = 6 + 10 + 11 = 27$. Todėl $a = 27 : 3 = 9$ ir renkamės atsakymą **D**.

9. (**C**) 

! Voverė tarsi kokia nematoma virvele yra prisirišusi prie to medžio ir vengia šuns, kuris, matyt, yra pririštas prie savo būdos 5 metrų ilgio grandine. Todėl voverės buvimo vieta turėtų būti skritulio formos teritorija, iš kurios tik yra pašalinta persidengianti su ja šuniškojo galimybių skritulio dalis. Vadinasi, voverei saugios teritorijos forma turėtų būti tokia, kaip pavaizduota paveikslėlyje dešinėje.



Pasižiūrėję, kas siūloma atsakymuose, iš karto turime atmesti atsakymus **A**, **B** ir **D**. Iš dviejų likusiųjų „maždaug tiktų“ (arba bent jau panašūs į gerus atsakymus) yra abu atsakymai **C** ir **E**. Tačiau pasigilinus jau ima netikti ir atsakymas **E**, nes jame voverės skritulį dengė ne kitas skritulys, o skritulio dalis su „tiesiais kraštais“. Todėl teisingas atsakymas **C**.

10. (**D**) 20

! 5 metrai per sekundę yra $5 \cdot 100 = 500$ centimetrų per (tą pačią) sekundę. Kadangi 500 centimetrų yra keturis kartus po 125 centimetrus, tai per kiekvieną sekundę kiekvienas Gerdos dviračio ratas padaro lygiai 4 apsisukimus. Todėl per 5 sekundes kiekvienas Gerdos dviračio ratas padarys $5 \cdot 4 = 20$ (pilnų) apsisukimų. Renkamės atsakymą **D**.

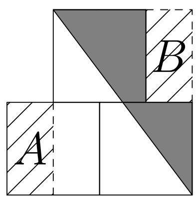
11. (**B**) 19

! Aišku, kad daugiausiai berniukų, kurių jokie du nėra gimę tą pačią savaitės dieną, yra 7 (nes tiek dienų yra savaitėje), o daugiausiai mergaičių, kurių jokios dvi nėra gimusios tą patį mėnesį, yra 12 (nes tiek metuose yra mėnesių). Taigi klasėje yra ne daugiau negu $7+12 = 19$ mokinių. Kita vertus, tarkime, kad klasėje yra lygiai 7 berniukai ir visi jie gimę skirtingomis savaitės dienomis. Be to, sakykime, kad šioje klasėje yra lygiai 12 mergaičių ir visos jos gimusios skirtingais metų mėnesiais. Tuomet tokia mokinių klasė tenkina uždavinio sąlygą.

Jei klasėje, kuri tenkina uždavinio sąlygą, būtų ne daugiau nei 18 mokinių, tada arba berniukų būtų ne daugiau nei 6, arba mergaičių – ne daugiau nei 11. Bet kuriuo atveju į klasę galėtume atvesti dar vieną mokinį. Taigi teisingas atsakymas yra **B**.

12. (**C**) 1

! Matyt, pats paprasčiausias, arba neabejotinai pats vaizdžiausias sprendimas būtų nupjauti pusę apatinio kairiojo kvadrato ir gautą dalį A (žr. pav.) perkelti prie viršutinio kvadrato dešiniosios pusės B (žr. pav.).



Tokiu būdu gautume stačiakampį, kurio kraštinės yra 1,5 ir 2. Taigi užtušuotos figūros plotą gausime iš pusės šio stačiakampio ploto atėmę dalies A (pusės apatinio kairiojo kvadrato) plotą, t. y. $S = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 = 1$. Todėl renkamės atsakymą **C**.

13. (B) 2

! Kadangi mūsų „metų“ skaičiaus 2015 skaitmenų suma yra $2 + 0 + 1 + 5 = 8$, tai reiškinio, kuriame skaičiaus 2015 skaitmenys pasikartoja 3 kartus, skaitmenų suma yra $8 \cdot 3 = 24$. Kadangi bendroji visų reiškinio skaičių „suma“ yra lygi 0, tai su teigiamais reiškinio skaitmenimis reikia surinkti pusę tos sumos, arba 12.

Taigi mūsų uždavinys nejučia transformavosi į aritmetines pratybas „kuo greičiau surinkti 12“; tik mums būtų privalu atkreipti dėmesį į tai, kad prieš pirmąjį dvejetą jokios žvaigždutės nėra, todėl šis 2 visada įeis į skaičiavimus „su pliusu“, todėl mums beliktų likusiais teigiamais skaičiais kuo greičiau „pritrupinti pilną dešimtį“, o tai, savo ruožtu, greičiausiai pasiekiama pasirenkant pliusus prieš du 5-tus.

Vadinasi, teisingas yra atsakymas **B**, arba 2. Tikrai, teisinga būtų kad ir tokia lygybė su prieš du 5-tus parašytais pliusais:

$$2 - 0 - 1 + 5 - 2 - 0 - 1 + 5 - 2 - 0 - 1 - 5 = 0.$$

14. (D) 1,5 cm

! Net ir kiek santūriau su matmenų kalba, ar jau bent su matais, svoriais ir metrais bendravę žmonės tikrai yra daug kartų girdėję, kad vienas kubinis metras yra „metras kart metras kart metras“ ir kad vienas kubas vandens yra tūkstantis litrų vandens. Nieko daugiau ir nereikia, norint prieiti prie teisingo šio uždavinio atsakymo.

Pirmiausia iš to, kas jau pasakyta, neatremiamai išplaukia, kad jeigu į kiekvieną kvadratinį metrą būtų prilįję 1000 litrų vandens, tai vandens lygis atvirame lauko baseine būtų pakilęs vienu metru, o vienas metras visada yra 100 centimetrų. Toliau, jeigu į kiekvieną kvadratinį baseino metrą būtų prilįję dešimt kartų mažiau, arba tik 100 litrų vandens, tai ir vandens lygis atvirame lauko baseine būtų pakilęs dešimtį kartų žemiau, arba jau tik į 10 centimetrų aukštį. Panašiai, jeigu į vieną kvadratinį metrą būtų prilįję jau vos 10 litrų vandens, tai vandens lygis atvirame lauko baseine jau būtų pakilęs tik per vieną centimetrą. Taigi 10 litrų vandens į vieną kvadratinį metrą pakelia vandens lygį 1 centimetru ir bet kuriame kitame ploto vienete, taip pat ir baseine. O kadangi pas mus prilijo po 15 litrų į kiekvieną kvadratinį metrą, tai vandens lygis pakilo jau ne vienu, o ištisais pusantro centimetro.

Pažiūrėję į atsakymus matome, kad teisingas atsakymas, arba atsakymas atsakymų sąraše turi vardą **D**.

15. (E) Joks iš nurodytų

? Jeigu ant dešimties šakų augtų vieni lapai be jokių žiedų, tai jų būtų $10 \cdot 5 = 50$, o tai yra per daug, nes joks atsakymas tiek daug mums nesiūlo.

Vadinasi, ant kai kurių šakų esama žiedų. Jeigu vieną šaką su 5 lapais pakeistume šaka su vienu jau žiedu ir „tik“ 2 lapais, tai kiekvienu tokiu keitimu prarastume $5 - 2 = 3$ lapus ir po pirmojo tokio praradimo lapų būtų jau nebe 50, o tik $50 - 3 = 47$. Iškeitę dar vieną tokią šaką, įgytume jau antrąjį žiedą, bet prarastume dar 3 lapus ir jų turėtume tik $47 - 3 = 44$. Pakeitę trečią šaką, lapų turėtume jau tik $44 - 3 = 41$, pakeitę ketvirtą $41 - 3 = 38$, pakeitę penktą $38 - 3 = 35$, pakeitę šeštą $35 - 3 = 32$, pakeitę septintą $32 - 3 = 29$ ir t.t.

Matome, kad iš siūlomų atsakymų netinka joks „konkretus“ skaičius lapų, ir todėl teisingas yra atsakymas **E** „joks iš nurodytų“.

! Spręsdami šį uždavinį moksliškiau, su lygtimis, galėtume sudaryti sistemą

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 5x + 2y = m, \quad m = 45,\ 39,\ 37,\ 31, \end{cases}$$

kur, suprantama, x žymi šakų su 5 lapais, o y – šakų su 2 lapais ir 1 žiedu skaičių. Jeigu pirmąją sistemos lygtį padaugintume iš 5 ir atimtume iš jos antrąją lygtį, tai gautume lygybę

$$3y = 50 - m, \quad m = 45,\ 39,\ 37,\ 31,$$

arba, kad $3y$ turėtų galėti būti lygus arba 5, arba 11, arba 13, arba 19. Bet taip negali būti, nes nė vienas iš tų skaičių 5, 11, 13 ar 17 iš 3 be liekanos nesidalija. Taip ir vėl reikėtų rinktis atsakymą **E**.

16. C 3

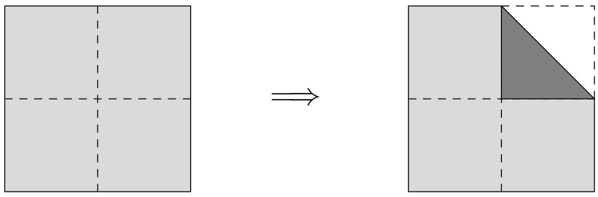
? Tarkime, kad egzaminą laikė 100 mokinių, tada su pažymių vidurkiu 6 jie kartu gavo $6 \cdot 100 = 600$ (sakykime, balų). 60% nuo 100 yra 60, vadinasi, 60 mokinių yra išlaikę egzaminą su pažymių vidurkiu 8, taigi jie „per visus“ yra pririnkę $60 \cdot 8 = 480$ balų. Todėl neišlaikiusių egzamino mokinių yra $100 - 60 = 40$ ir jiems lieka $600 - 480 = 120$ iš visų surinktų balų. Tačiau jei 40 žmonių surenka 120 balų, tai jų surinktų balų vidurkis yra $\frac{120}{40} = 3$. Renkamės atsakymą **C**.

! Sprendžiant bendru atveju, kai imame ne 100 mokinių, o M, viskas vyktų absoliučiai taip pat, kaip kad ką tik vyko, tik dabar skaičiavimams mielą skaičių 100 pakeistų skaičius M.

Taip dabar M mokinių kartu surinktų $M \cdot 6 = 6M$ balų. Kadangi išlaikiusiųjų procentas yra 60%, tai reiškia, kad egzaminą išlaikė $M \cdot 0{,}6 = 0{,}6M$ mokinių, kurie kartu pririnko $0{,}6M \cdot 8 = 4,8M$ balų. Vadinasi, likusieji neišlaikę egzamino mokiniai, kurių yra $M - 0{,}6M = 0{,}4M$, kartu pririnko $6M - 4{,}8M = 1{,}2M$ balų, duodančių vidurkį $1{,}2M : 0{,}4M = 3$.

17. **C** 8

! Pradinį kvadratą padalykime į keturis lygius kvadratėlius (žr. pav.), kurių kiekvieno plotą pažymėkime S.



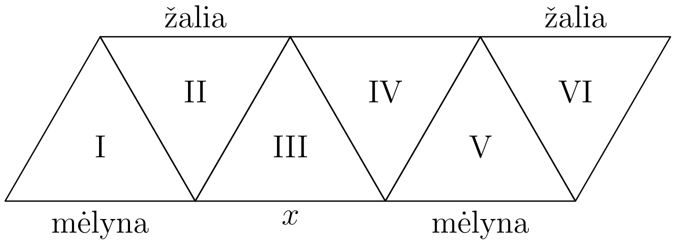
Tuomet penkiakampio plotas lygus $3S + 0{,}5S = 3{,}5S$, o pradinio kvadrato plotas lygus $4S$. Kadangi penkiakampio ir kvadrato plotai yra gretimi natūralieji skaičiai, tai $4S - 3{,}5S = 1$, t. y. $S = 2$. Todėl pradinio kvadrato plotas lygus $4S = 8$. Teisingas atsakymas **C**.

18. **B** 56

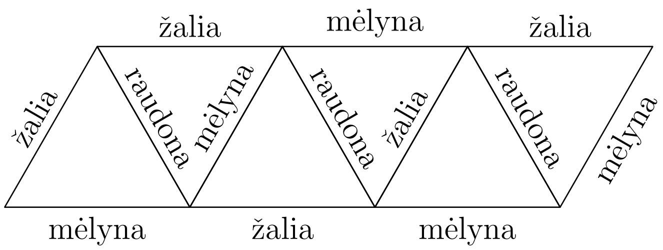
! Kadangi Austėja ir Gerda sudėjo trijų stačiakampių kraštinių ilgius (taigi tik vieną kraštinę iki „pilno“ perimetro „įskaityti“ pamiršo) ir gavo skirtingus skaičius, tai jos pamiršo įskaityti skirtingas stačiakampio kraštines. Jeigu Austėja pamiršo antrą kartą paimti kraštinę y, o Gerda – kraštinę x, tai Austėjos suma yra $x + y + x = 2x + y$, o Gerdos – $y + x + y = x + 2y$. Pagal sąlygą $2x + y = 44$ ir $x + 2y = 40$. Sudėję viską, ką turime, gauname $2x + y + x + 2y = 3x + 3y = 44 + 40 = 84$. Vadinasi, $x + y = 84 : 3 = 28$, ir $2x + 2y$ (o tai jau ir yra tas paieškomas perimetras) yra 56. Teisingas yra atsakymas **B**.

19. **A** Tik žalia

! Tarkime, kad Adomui pavyko kiekvieną iš likusių atkarpų taip nudažyti raudona, žalia arba mėlyna spalva, kad kiekvieno iš 6 trikampių visos trys kraštinės nudažytos skirtingomis spalvomis. Romėniškais skaitmenimis I, II, III, IV, V ir VI sužymėkime trikampius (žr. pav.).



Tada I ir II trikampių bendroji kraštinė yra raudona, nes I trikampis jau turi mėlyną, o II – jau turi žalią kraštinę. Todėl II ir III trikampių bendroji kraštinė yra mėlyna. Panašiai iš kito galo: bendroji V ir VI trikampių kraštinė yra raudona, o tada likusioji trečioji V trikampio kraštinė (ta, kuri ribojasi su IV trikampiu) yra žalia. Vadinasi, bendroji III ir IV trikampių kraštinė negali būti žalia. Kita vertus, ji negali būti mėlyna, nes šia spalva nudažyta III trikampio kairioji kraštinė (ta, kuri bendra su II trikampiu). Taigi III ir IV trikampių bendroji kraštinė yra raudona, todėl III trikampio kraštinė x yra žalia. Teisingas atsakymas **A**.



Taigi visų kraštinių spalvos pagal uždavinio sąlygas nustatomos vienareikšmiškai. Jos nurodytos brėžinyje.

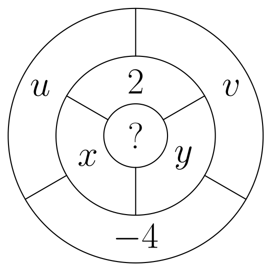
20. (B) 1

! Daugiausiai vienas mokinys galėjo sakyti tiesą, nes jeigu tiesą būtų sakę bent du mokiniai, tai tada būtų buvę ir bent du vienodi atsakymai. Taigi tiesą sakė tik vienas mokinys arba jos nesakė niekas.

Jeigu paruošusių pamokas mokinių visai nebūtų buvę, tai tada mokinys pasakęs „0“, būtų sakęs tiesą. Bet sakantis tiesą yra paruošęs pamokas, vadinasi, yra paruošusių pamokas, ir „0“ negali būti teisingas atsakymas.

Taigi yra vienas paruošęs pamokas mokinys, jis sako tiesą, jis sako „1“, o kiti atsakymai yra neteisingi, taigi jie yra mokinių, neparuošusių pamokų, atsakymai. Teisingas atsakymas yra **B**.

21. (C) 6



! Sakykime, kad Ramintai pavyko taip užpildyti diagramos sritis, kad būtų tenkinama uždavinio sąlyga. Įrašytus skaičius pažymėkime u, v, x, y (žr. pav.). Tada į centrinį skritulį turi būti įrašytas skaičius $x + y + 2$, nes skaičiai x, y ir 2 yra įrašyti trijose centrinį skritulį supančiose srityse. Vidinio žiedo viršutinis „trečdalis“ (kuriame jau įrašytas 2) ribojasi su visomis sritimis, išskyrus sritį „-4“, todėl šiose srityse įrašytų skaičių suma lygi 2, t. y. $x+y+u+v+(x+y+2) = 2$. Kita vertus, sritis „-4“ ribojasi su sritimis u, v , x ir y, todėl $x + y + u + v = -4$. Tada lygybėje $x+y+u+v+(x+y+2) = 2$ vietoje $x+y+u+v$ įrašę skaičių -4, gauname lygybę $-4 + (x + y + 2) = 2$, arba $x + y + 2 = 2 - (-4) = 6$. Tačiau $x + y + 2$ yra skaičius, kuris turi būti įrašytas į centrinę sritį, pažymėtą klaustuku ? Vadinasi, teisingas atsakymas yra **C**.

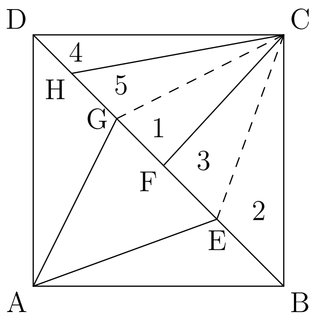
22. (C) 48

! Kadangi sudėdami po du skaičius tegavome tik tris skirtingus rezultatus, tai pasikartojimų kortelėse garantuotai yra. Tačiau kartotis negali nei kortelė su pačiu mažiausiuoju skaičiumi m, nei su pačiu didžiausiuoju skaičiumi d, nes tada $m + m = 2m$ (kuri yra lyginė) tikrai privalėtų pati mažiausioji iš visų galimų sumų, gautų sumuojant po du skaičius iš skirtingų kortelių, o pagal mūsų sumų sąrašą taip tikrai nėra, nes ten parašytoji mažiausioji suma yra 57. Analogiškai baigtųsi reikalai, jeigu kortelių su pačiu didžiausiu skaičiumi d būtų kelios – tada vėl didžiausia suma privalėtų būti suma $d + d = 2d$, kuri tada vėl būtų akivaizdžiai lyginė ir dar turėtų būti pati didžiausia iš visų sumų, gaunamų sumuojant po skaičių iš dviejų skirtingų kortelių, o taip vėl nėra, nes sąlygoje nurodyta, kad pati didžiausia iš visų tokių sumų yra 83. Čia niekur nevalia pamiršti ar kitaip kaip išleisti iš akių, kad kortelėse buvo rašomi būtent sveikieji skaičiai.

Vadinasi, kartotis gali tik „griežtai viduje“ esantys skaičiai. Tačiau tada tų skirtingų skaičių tegali būti tik trys. Iš tikrųjų, jei ant penkių kortelių būtų parašyti keturi skirtingi skaičiai $a < b < c < d$, tai, skaičiuodami visas įmanomas ant dviejų kortelių parašytų skaičių sumas, gautume bent keturis skirtingus skaičius, nes $a + b < a + c < a + d < c + d$.

Vadinasi, tėra tik trys skirtingi skaičiai, ir, kadangi mažiausias bei didžiausias skaičiai kartotis negali, tai kartojasi viduriniai skaičiai. Taigi galime laikyti, kad ant penkių kortelių parašytų skaičių rinkinys yra a, b, b, b, c, kur $a < b < c$. Tada visos įmanomos ant dviejų kortelių parašytų skaičių sumos yra $a + b$, $a + c$, $2b$, $b + c$. Be to, $a + b < 2b < b + c$. Todėl pagal uždavinio sąlygą $a + b = 57$, $2b = 70$, $b + c = 83$. Iš lygybės $2b = 70$ gauname $b = 35$, o iš lygybių $a + b = 57$ ir $b + c = 83$ gauname $a = 22$ ir $c = 48$. Taigi didžiausias ant kortelių užrašytas skaičius yra 48. Todėl teisingas atsakymas yra **C**.

23. (D) GH



! Nubrėžiame atkarpas CG ir CE (žr. pav.). Tada trikampio CBE plotas lygus trikampio ABE plotui ir lygus 2. Panašiai, trikampio CDG plotas lygus trikampio ADG plotui ir lygus 9.

Trikampio ECF plotas lygus trikampių BCF ir BCE plotų skirtumui, t. y. $S_{\triangle ECF} = 5 - 2 = 3$. Panašiai, $\triangle CHD$ plotas yra lygus $\triangle CDG$ ir $\triangle CDH$ plotų skirtumui 9 – 4 = 5.

Trikampio CDB plotas lygus pusei kvadrato $ABCD$ ploto, t. y. $S_{\triangle CDB} = 15$. Todėl $S_{\triangle CGF} = S_{\triangle CDB} - S_{\triangle CDG} - S_{\triangle BCF} = 15 - 9 - 5 = 1$. Taigi trikampių EBC, FEC, CGF, HGC ir DHC plotai yra atitinkamai 2, 3, 1, 5 ir 4.

Kadangi visų šių penkių trikampių aukštinė iš taško C yra ta pati, o jų pagrindai yra atitinkamai lygūs BE, EF, FG, GH ir HD, tai kadangi $\triangle HGC$ plotas yra pats didžiausias, tai, suprantama, kad būtent to trikampio pagrindas GH yra pats ilgiausias iš jų visų ir todėl renkamės atsakymą **D**.

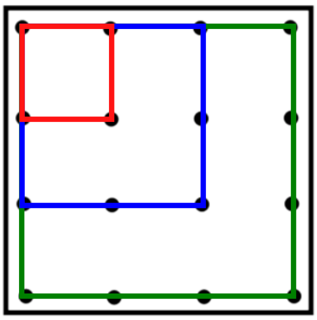
24. A 6

! Sakykime, kad visų kengūrų bendras svoris yra S. Trijų sunkiausių ir dviejų lengviausių kengūrų bendras svoris yra $0{,}25S + 0{,}6S = 0{,}85S$. Taigi likusių „vidutinių“ kengūrų svoris yra $0{,}15S$. Kita vertus, kadangi dviejų lengviausių kengūrų svoris yra $0{,}25S$, tai bent viena iš jų sveria ne mažiau negu $0{,}125S$. Vadinasi, kiekvienos „vidutinės“ kengūros svoris ne mažesnis negu $0{,}125S$. Todėl yra tik viena vidutinė kengūra. Taigi grupėje yra $2+1+3 = 6$ kengūros.

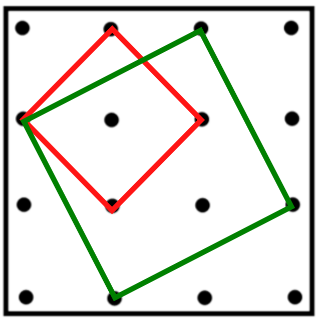
25. D 5

! Kiekviena atkarpa, jungianti du pažymėtus taškus, yra stačiojo trikampio, kurio statinių ilgiai yra sveikieji skaičiai, įžambinė. (Jei atkarpa horizontali arba vertikali, tai vieno iš tokio stačiojo trikampio statinių ilgis bus lygus nuliui.) Todėl, remiantis Pitagoro teorema, kiekvienos tokios atkarpos ilgis yra skaičius, turintis pavidalą $\sqrt{a^2+b^2}$, kur a ir b yra neneigiami sveikieji skaičiai. Vadinasi, bet kurio kvadrato, kurio viršūnės yra pažymėti taškai, plotas yra skaičius, turintis pavidalą $a^2 + b^2 = \sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{a^2+b^2}$ (kur a ir b yra neneigiami sveikieji skaičiai). Be to, bet kurio tokio kvadrato plotas yra ne didesnis už $3 \cdot 3 = 9$. Nesunku patikrinti, kad tarp skaičių $1, 2, \ldots, 9$ tik skaičius 1, 2, 4, 5, 8 ir 9 galima išreikšti dviejų neneigiamų sveikųjų skaičių kvadratų suma, t. y. iš viso skirtingo ploto kvadratų, kurių viršūnės yra pažymėti taškai, yra ne daugiau negu 6. Įrodysime, jog neįmanoma nubrėžti kvadrato, kurio viršūnės būtų pažymėti taškai, ir kurio plotas būtų lygus 8. Iš tikrųjų, jei tokį kvadratą galima būtų nubrėžti, tai jo įstrižainė būtų lygi 4. Tačiau, įstrižainė taip pat jungtų du pažymėtus taškus, todėl ją galima būtų išreikšti pavidalu $\sqrt{a^2+b^2}$, kur a ir b yra neneigiami sveikieji skaičiai. Tada iš $4 = \sqrt{a^2+b^2}$ gautume $16 = a^2 + b^2$, o iš čia $a = 0$ ir $b = 4$ arba $a = 4$ ir $b = 0$, t. y. įstrižainė jungtų du pažymėtus taškus, kurie abu priklausytų vertikaliai arba horizontaliai tiesei. Tačiau atstumas tarp bet kurių dviejų pažymėtų taškų, esančių vienoje horizontalioje (arba vertikalioje) tiesėje yra ne didesnis už 3.

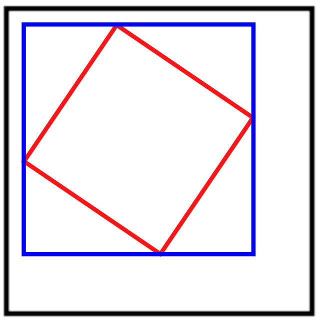
Taigi yra ne daugiau negu 5 skirtingo ploto kvadratai, kurių viršūnės yra pažymėti taškai. Kita vertus, 5 tokius kvadratus nubrėžti galima (žr. 1 ir 2 pav.).



1 pav.: kvadratai, kurių plotai yra atitinkamai 1, 4 ir 9.



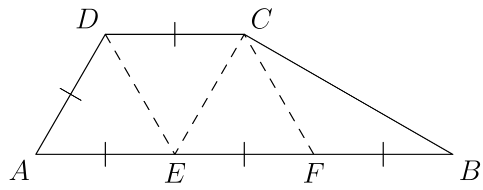
2 pav.: kvadratai, kurių plotai yra atitinkamai 2 ir 5.



3 pav.

!! Tarkime, kad nubrėžėme kvadratą, kurio viršūnės – pažymėti taškai. Jei jo kraštinė horizontali arba vertikali, tai ji lygi 1, 2 arba 3, o plotas 1, 4 arba 9. Jei jo kraštinė pražulni, apibrėžkime apie jį stačiakampį, kurio kraštinės vertikalios ir horizontalios (žr. 3 pav.) Kiekviena stačiakampio kraštinė ne didesnė už 3 ir sveika, ją sudaro dvi atkarpos, kurių mažesnioji ne didesnė už 1,5. Bet tos atkarpos sveikos, vadinasi, mažesnioji lygi 1, o didesnioji 1 arba 2. Pagal Pitagoro teoremą kvadrato kraštinė lygi $\sqrt{1^2+b^2}$, o plotas lygus $1+b^2$, kur $b=1$ arba 2. Vadinasi, kvadrato plotas lygus 2 arba 5. Visi penki kvadratai pavaizduoti 1 ir 2 pav.

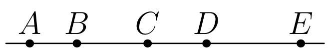
26. (B) 30°



! Atkarpoje AB taip pažymėkime taškus E ir F, kad $AE=EF=FB$ (žr. pav.). Kadangi $CD=DA=$ $=\frac{1}{3}AB$, tai $CD=DA=AE=EF=FB$. Trikampis EAD yra lygiašonis, nes $EA=AD$, todėl $\angle DEA=\angle ADE$. Be to, kadangi atkarpos DC ir AB yra lygiagrečios, tai $\angle CDE=\angle DEA$. Vadinasi, $\angle CDE=\angle ADE=\frac{1}{2}\angle CDA=60°$. Taigi trikampis EAD yra lygiakraštis, todėl $AD=DE$. Kadangi atkarpos DC ir EF yra lygios ir lygiagrečios, tai keturkampis $DCFE$ yra lygiagretainis. Todėl $DE=CF$ ir $\angle CFE=\angle CDE=60°$. Vadinasi, $\angle CFB=180°-\angle CFE=120°$, o trikampis BFC yra lygiašonis, nes $FB=AD=DE=CF$. Taigi $\angle ABC=\frac{1}{2}(180°-\angle CFB)=30°$.

27. (E) 14

! Tiesėje pažymėtus penkis taškus žymėkime raidėmis A, B, C, D, E. Be to, sakykime, kad taškas B priklauso atkarpai AC, taškas C priklauso atkarpai BD, o taškas D – atkarpai CE (žr. pav.).



Didžiausias atstumas tarp pažymėtų taškų lygus 22, todėl $AE=22$. Antras pagal didumą atstumas tarp pažymėtų taškų lygus atkarpos AD arba atkarpos BE ilgiui ir, pagal uždavinio sąlygą, lygus 20. Vadinasi, $AB=2$ arba $DE=2$. Nemažindami bendrumo galime laikyti, kad $AB=2$ (jei $DE=2$, tai taškus A, B, C, D, E pervadintume atitinkamai E, D, C, B, A ir tada gautume $AB=2$). Panagrinėkime atkarpos AB kaimynę BC. Kadangi $CE=$ $=CD+DE\geqslant 5+6=11$, tai $BC=AE-AB-CE=22-2-CE\leqslant 22-2-11=9$. Vadinasi, atkarpos BC ilgis lygus 5, 6, 8 arba 9. Įrodysime, kad $BC=6$.

Jei $BC=5$, tai $AC=AB+BC=7$. Tačiau pagal uždavinio sąlygą atstumas tarp dviejų pažymėtų taškų negali būti lygus 7.

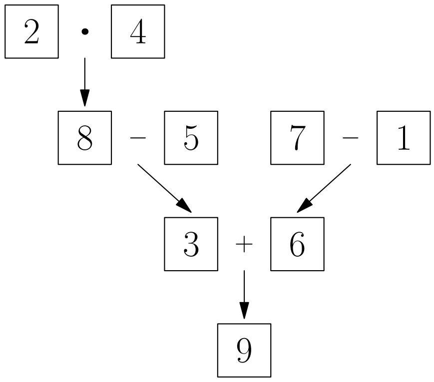
Jei $BC=8$, tai $AC=AB+BC=10$, o $CE=AE-AC=22-10=12$. Tačiau pagal uždavinio sąlygą taip būti negali.

Jei $BC=9$, tai $AC=11$ ir $CE=11$. Vėlgi pagal uždavinio sąlygą taip būti negali. Vadinasi, $BC=6$. Tada $AC=8$, o $CE=22-8=14$. Taigi $k=14$.

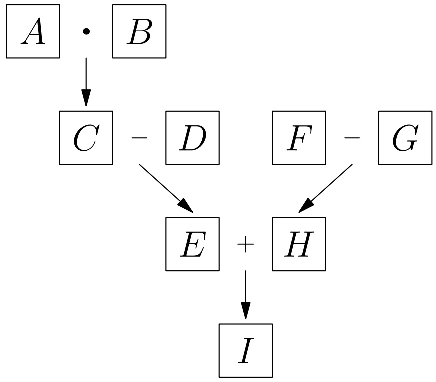
Įrodėme, kad jei taškai tenkina uždavinio sąlygą, tai $k=14$. Nesunku patikrinti, kad jei $AB=2$, $BC=6$, $CD=9$, o $DE=5$ (taškas B priklauso atkarpai AC, taškas C priklauso atkarpai BD, o taškas D – atkarpai CE), tai taškai A, B, C, D ir E tikrai tenkina uždavinio sąlygą.

28. (**D**) 6

! Nesunku įsitikinti, kad skaičius nuo 1 iki 9 uždavinio sąlygoje nurodytu būdu į langelius įrašyti galima (žr. 1 pav.).



1 pav.



2 pav.

Beliko kažkokiu būdu įtikinti save, kad kitaip negali būti, arba kad atsakymas **D** yra vienintelis teisingas.

Tarkime, kad skaitmenis 1, 2, ..., 9 pavyko taip įrašyti į langelius, kad kiekvienos 2 paveikslėlyje nurodytos operacijos rezultatas sutampa su rodykle pažymėto langelio skaičiumi. Langeliuose įrašytus skaičius pažymėkime raidėmis A, B, C, D, E, F, G, H ir I (žr. 2 pav.). Pastebėsime, kad jei skaitmenis A ir B sukeistume vietomis, tai langeliuose įrašyti skaičiai vis tiek tenkintų uždavinio sąlygą. Todėl galime laikyti, kad $A \leqslant B$.

Skaitmenų A ir B sandauga C taip pat turi būti skaitmuo. Be to, skaitmenys A, B ir C visi yra skirtingi, todėl $A = 2$ ir $B = 3$ arba $A = 2$ ir $B = 4$.

Sakykime, kad $A = 2$ ir $B = 3$. Tada $C = 6$ ir $D = 1$ arba $D = 5$ (jei D būtų lygus 2, 3 arba 4, tai kurie nors du iš skaičių A, B, D ir E sutaptų). Taigi tarp skaičių A, B, C, D ir E yra skaitmenys 1, 2, 3, 5 ir 6. Bet tada $F = G + H \geqslant 4 + 7 = 11$, o taip būti negali.

Vadinasi, $A = 2$ ir $B = 4$. Tada $C = 8$ ir iš lygybės $C = D + E$ gauname, kad arba $D = 1$ ir $E = 7$ arba $D = 7$ ir $E = 1$ arba $D = 3$ ir $E = 5$ arba $D = 5$ ir $E = 3$.

Tarkime, kad $D = 1$ ir $E = 7$ arba $D = 7$ ir $E = 1$. Tada skaičiams F, G, H ir I lieka skaitmenys 3, 5, 6 ir 9. Be to, $F = G + H$, todėl $F = 9$. Taigi $H = 3$ ir $G = 6$ arba $H = 6$ ir $G = 3$. Bet kuriuo atveju $I = 5$. Tačiau, $5 = I = E + H$, vadinasi, E arba H lygus 2 arba 4, t. y. bent du iš skaitmenų A, B, E ir H sutampa.

Lieka atvejai $D = 3$ ir $E = 5$ arba $D = 5$ ir $E = 3$. Tada skaičiams F, G, H ir I lieka skaitmenys 1, 6, 7 ir 9. Be to, $F = G + H$, todėl $F = 7$. Taigi $H = 1$ ir $G = 6$ arba $H = 6$ ir $G = 1$. Bet kuriuo atveju $I = 9$. Kadangi $I = E + H$, tai tinka tik $E = 3$ ir $H = 6$. Tada $D = 5$, o $G = 1$.

29. (**C**) 671

! Didžiausią lentoje parašytą liekaną pažymėkime r. Be to, skaičių, iš kurio dalijant 2015 buvo gauta liekana r, pažymėkime m. Tarkime, kad $r \geqslant 672$. Tada $m \geqslant 673$, nes $m > r$. Kadangi $2015 < 3 \cdot 673 = 2019$, tai $2015 = m + r$ arba $2015 = 2m + r$. Tačiau, $m + r < 1000 + 999 < 2015$, o $2m + r \geqslant 2 \cdot 673 + 672 = 2018 > 2015$. Vadinasi, $r \leqslant 671$. Belieka įsitikinti, kad skaičius 671 yra parašytas lentoje. Iš tikrųjų, nesunkiai įsitikiname, kad $2015 = 2 \cdot 672 + 671$.

30. (D) 6

! Tarkime, kad Elenai pavyko taip nudažyti visus natūraliuosius skaičius, kad būtų tenkinama uždavinio sąlyga. Jei paeiliui kiekvieną natūralųjį skaičių perdažysime priešinga spalva (t. y. raudoną spalvą keičiame žalia, ir atvirkščiai), tai gautas natūraliųjų skaičių nudažymas vėl tenkins uždavinio sąlygą. Vadinasi, užtenka rasti visus natūraliųjų skaičių nudažymus, kuriuose skaičius 1 nudažytas raudonai. Gautą tokių nudažymų skaičių padvigubinę, gausime visų ieškomų nudažymų skaičių. Taigi laikysime, kad skaičius 1 nudažytas raudonai.

Jei skaičius 2 nudažytas raudonai, tai skaičius $1 + 2 = 3$ taip pat nudažytas raudonai. Bet tada ir skaičius $4 = 3 + 1$ nudažytas raudonai. Taip tęsdami gauname, kad visi natūralieji skaičiai yra nudažyti raudonai. Taigi gavome tokį nudažymą:

$$RRRRRRRR\ldots$$

Sakykime, kad skaičiai 2 ir 3 nudažyti žaliai. Tada skaičius $5 = 2 + 3$ taip pat nudažytas žaliai. Be to, skaičius 4 turi būti nudažytas žaliai, nes priešingu atveju skaičius $5 = 4+1$ turėtų būti nudažytas raudona spalva. Taigi nagrinėjamame nudažyme skaičiai 2, 3 ir 4 nudažyti žaliai. Tada kiekvienas natūralusis skaičius $n \geqslant 5$ taip pat nudažytas žaliai, nes jei skaičius $n \geqslant 5$ yra lyginis, tai jis gaunamas prie žaliai nudažyto skaičiaus 4 paeiliui kartus pridėjus žaliai nudažytą skaičių 2, o jei skaičius $n \geqslant 5$ yra nelyginis, tai jis gaunamas prie žaliai nudažyto skaičiaus 3 paeiliui kartus pridėjus žaliai nudažytą skaičių 2. Šiuo atveju gautą nudažymą galime pavaizduoti taip:

$$R\check{Z}\check{Z}\check{Z}\check{Z}\check{Z}\check{Z}\check{Z}\ldots$$

Sakykime, kad skaičius 2 yra nudažytas žaliai, o skaičius 3 nudažytas raudonai. Tada kiekvienas natūralusis skaičius $n \geqslant 4$ yra nudažytas raudonai, nes prie raudona spalva nudažyto skaičiaus 3 paeiliui $n - 3$ kartus pridėdami raudonai nudažytą skaičių 1, gausime skaičių n. Taigi gavome nudažymą

$$R\check{Z}RRRRRR\ldots$$

Vadinasi, iš viso yra 3 natūraliųjų skaičių nudažymai, tenkinantys uždavinio sąlygą, kuriuose skaičius 1 nudažytas raudonai. Todėl, ieškomas nudažymų skaičius yra $2 \cdot 3 = 6$.

Atsakymai

Uždavinio Nr.	Atsakymas
1	A
2	B
3	E
4	A
5	D
6	A
7	C
8	D
9	C
10	D
11	B
12	C
13	B
14	D
15	E
16	C
17	C
18	B
19	A
20	B
21	C
22	C
23	D
24	A
25	D
26	B
27	E
28	D
29	C
30	D