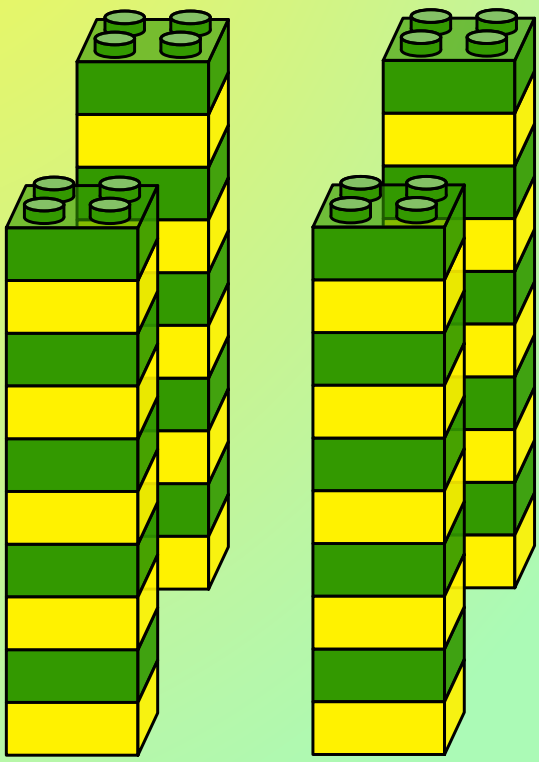
Kengūra

M A Ž Y L I S



Užduotys ir sprendimai

2016

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2016. MAŽYLIS

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavimas
Jonas Šiurys

Viršelio autorė
Ugnė Šiurienė

© Juozas Juvencijus Mačys, 2016
© *Kengūros* organizavimo komitetas, 2016

Turinys

Pratarmė **4**

Geriausiųjų sąrašas **6**

Dalyvio kortelės pavyzdys **8**

Sąlygos **9**

Užduočių sprendimai **13**

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 49000 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2016 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

75 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis besprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikos draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2016 metų kovo 17 dieną keliavo ir gausiai sprendė 3–4 klasių (*Mažylio* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

Mažylis, 3 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Mažylis, 4 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Tarptautinis matematikos konkursas
KENGŪRA
Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: **Pavardė** P A V A R D E N I S

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys:

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

- Lietuvių ☐
- Lenkų ☐
- Rusų ☐
- Anglų ☐

Klasė	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9(G1)**	**10(G2)**	**11(G3)**	**12(G4)**
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	**7**	☐	☐	☐	☐	☐	**13**	☐	☐	☐	☐	☐	**19**	☐	☐	☐	☐	☐	**25**	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	**8**	☐	☐	☐	☐	☐	**14**	☐	☐	☐	☐	☐	**20**	☐	☐	☐	☐	☐	**26**	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	**9**	☐	☐	☐	☐	☐	**15**	☐	☐	☐	☐	☐	**21**	☐	☐	☐	☐	☐	**27**	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	**10**	☐	☐	☐	☐	☐	**16**	☐	☐	☐	☐	☐	**22**	☐	☐	☐	☐	☐	**28**	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	**11**	☐	☐	☐	☐	☐	**17**	☐	☐	☐	☐	☐	**23**	☐	☐	☐	☐	☐	**29**	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	**12**	☐	☐	☐	☐	☐	**18**	☐	☐	☐	☐	☐	**24**	☐	☐	☐	☐	☐	**30**	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

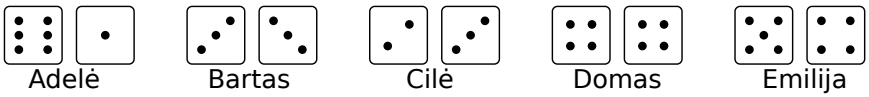
1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2013

2016 m. *Mažylio* užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

1. Adelė, Bartas, Cilė, Domas ir Emilija kiekvienas parideno du lošimo kauliukus ir sudėjo atvirtusius taškus.



Kieno suma buvo didžiausia?
A) Adelės **B)** Barto **C)** Cilės **D)** Domo **E)** Emilijos

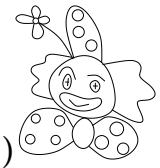
2. Kangos amžius yra 1 metai ir 3 mėnesiai. Po kelių mėnesių jos amžius bus 3 metai?
A) 15 **B)** 17 **C)** 19 **D)** 20 **E)** 21

3. Rask x.

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{17+3} & \longrightarrow & \square & & \\ & & + & \longrightarrow & \boxed{x} \\ \boxed{20-16} & \longrightarrow & \square & & \end{array}$$

A) 24 **B)** 28 **C)** 36 **D)** 56 **E)** 80

4. Ką mato Pipas (žr. pav. dešinėje), žiūrėdamas į save veidrodyje?

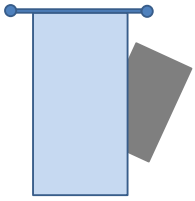
A) **B)** **C)** **D)**  **E)**

5. Gediminas su tėveliu eina į cirką. Jų vietos yra 71 ir 72. Kuria kryptimi jie turi eiti?

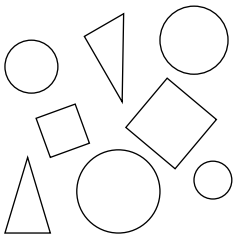
A) ⬆ **B)** ➡ **C)** ⬅ **D)** ↗ **E)** ↖

⬆	Vietos 1 — 20
➡	Vietos 21 — 40
⬅	Vietos 41 — 60
↗	Vietos 61 — 80
↖	Vietos 81 — 100

6. Agnė obuolius pasidalijo su 5 draugais. Kiekvienam teko po pusę obuolio. Kiek ji turėjo obuolių?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6



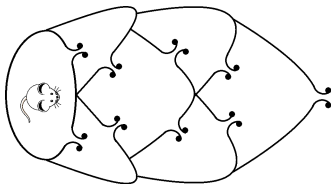
7. Juodojo stačiakampio dalį dengia užuolaida. Kokia yra nematomoji to stačiakampio dalis?
A) Trikampis **B)** Kvadratas **C)** Penkiakampis **D)** Skritulys
E) Stačiakampis



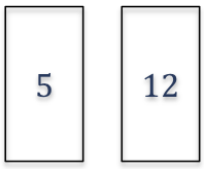
8. Kuriame iš žemiau pateiktų sakinių neapsirikta?
A) Apskritimų yra kiek ir kvadratų
B) Apskritimų yra mažiau nei trikampių
C) Apskritimų yra dvigubai daugiau nei trikampių
D) Kvadratų yra daugiau nei trikampių
E) Trikampių yra dviem daugiau nei apskritimų

Klausimai po 4 taškus

9. Šių, 2016-tųjų metų skaitmenų suma yra 9. Kuriais artimiausiais metais skaitmenų suma vėl bus lygi 9?
A) 2007 **B)** 2025 **C)** 2034 **D)** 2108 **E)** 2134



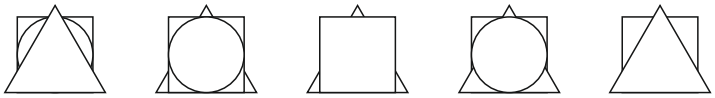
10. Pelė nori išsigauti iš labirinto. Kiek skirtingų kelių pelė gali pasirinkti, neidama per tuos pačius vartus daugiau kaip vieną kartą?
A) 2 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7



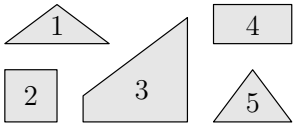
11. Liepa turi 2 korteles. Jose ji parašė 4 skirtingus skaičius – po skaičių kiekvienoje kortelės pusėje. Pirmos kortelės skaičių suma lygi antros kortelės skaičių sumai. Visų keturių parašytųjų skaičių suma lygi 32. Kokie galėtų būti skaičiai, parašyti nematomose kortelių pusėse?
A) 8 ir 1 **B)** 10 ir 5 **C)** 11 ir 4 **D)** 9 ir 6 **E)** 6 ir 3

12. Pilkoji kengūrėlė svėrė 17 kg, o rudoji kengūrėlė – 20 kg. Pilkoji papilnėjo 3 kilogramais, o rudoji sulyso 4 kilogramais. Kiek dabar sveria abi kengūrėlės kartu?
A) 36 kg **B)** 38 kg **C)** 44 kg **D)** 30 kg **E)** 37 kg

13. Penki vaikai turi po popierinį kvadratą, popierinį trikampį ir popierinį skritulį. Kiekvienas jų sudėjo savo iškarpas vieną ant kitos, kaip parodyta paveikslėliuose.



Keli vaikai trikampį padėjo aukščiau nei kvadratą?
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4



14. Iš kurių trijų plytelių galima sudėti kvadratą?
A) 1, 3 ir 5 **B)** 1, 2 ir 5 **C)** 1, 4 ir 5 **D)** 3, 4 ir 5
E) 2, 3 ir 5

15. Lėja baigia pildyti lentelę taip, kad kiekvienas iš skaičių 1, 2 ir 3 kiekviename stulpelyje ir kiekvienoje eilutėje būtų įrašytas lygiai vieną kartą. Kam bus lygi į užtušuotus langelius įrašytų skaičių suma?

1		
	2	

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

16. Gatvėje buvo 11 parkavimo vietų, paeiliui sunumeruotų skaičiais nuo 1 iki 11. Aštuoni automobiliai vienas po kito užėmė 8 vietas paeiliui, tik nežinome kurias. Kuri iš žemiau išvardytų vietų garantuotai buvo užimta?

A) Numeris 1 **B)** Numeris 9 **C)** Numeris 3 **D)** Numeris 5 **E)** Numeris 11

Klausimai po 5 taškus

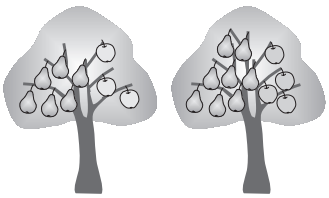
17. Skaičius 1, 5, 8, 9, 10, 12 ir 15 reikia suskirstyti į grupes taip, kad kiekvienos grupės skaičių suma būtų ta pati. Kiek daugiausiai gali būti tokių grupių? (Kai grupę sudaro vienas skaičius, tai jis ir yra tos grupės skaičių suma.)

A) 6 **B)** 5 **C)** 4 **D)** 3 **E)** 2

18. Tomas, Romas ir Domas – trynukai (broliai, gimę tą pačią dieną). Jų brolis Simas vyresnis lygiai trejais metais. Kuris iš nurodytų skaičių gali būti visų keturių brolių amžių suma?

A) 25 **B)** 27 **C)** 29 **D)** 30 **E)** 60

19. Stebuklingame sode auga stebuklingi vaismedžiai. Kiekviename vaismedyje kabo arba 6 kriaušės ir 3 obuoliai, arba 8 kriaušės ir 4 obuoliai. Iš viso medžiuose kabo 25 obuoliai. Kiek kriaušių kabo medžiuose?



A) 35 **B)** 40 **C)** 45 **D)** 50 **E)** 56

20. Mūsų šunys turi kojų 18 daugiau nei nosių. Kiek mes turime šunų?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 9

21. Jorė turi trijų rūšių trinkeles: △, ○, □. Skirtingų trinkelių svoris skirtingas, tos pačios rūšies trinkelių svoris vienodas. Jorė į tris vienodas dėžutes sudėjo po keturias trinkeles. Tada dėžutes ji išrikiavo pagal svorį nuo lengviausios iki sunkiausios (paveikslėlyje iš kairės į dešinę).

□ △ ○ △ △ □ □ □ ○ □ △ □

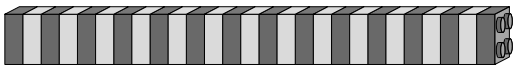
Kuri iš trinkelių sunkiausia, o kuri lengviausia?

A) Lengviausia △, sunkiausia □ **B)** Lengviausia △, sunkiausia ○
C) Lengviausia □, sunkiausia ○ **D)** Lengviausia ○, sunkiausia □
E) Lengviausia ○, sunkiausia △

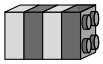
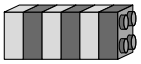
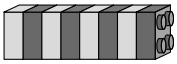
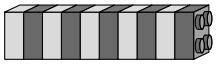
22. Rasa sudėjo septynis skaičius ir gavo 2016. Vienas iš sudėtųjų skaičių buvo 201. Skaičių 201 Rasa pakeičia skaičiumi 102. Kokią sumą ji gaus dabar?

A) 1815 **B)** 1914 **C)** 1917 **D)** 2115 **E)** 2118

23. Matas 27 kauliukus sujungė į strypą.



Tą strypą jis padalijo į du gabalus taip, kad vienas jų būtų dukart ilgesnis už kitą. Tada vieną iš gautųjų gabalų vėl dalijo nurodytu būdu, ir tęsė tokį dalijimą (kol tai įmanoma). Kurio iš žemiau pavaizduotų gabalų jis tikrai negalėjo gauti jokiu momentu?

A) **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

24. Penki žvirbliai sutūpė ant vielos (žr. paveikslėlį). Kiekvienas žvirblis čirkštelėjo tiek kartų, kiek matė žvirblių (toje pusėje, į kurią jis pasisukęs). Pavyzdžiui, Deivis čirkštelėjo tris kartus. Po kurio laiko vienas žvirblis pasisuko ir žiūrėjo jau į kitą pusę. Kiekvienas žvirblis vėl čirkštelėjo tiek kartų, kiek matė žvirblių. Šį kartą bendras čirkštelėjimų skaičius buvo didesnis nei pirmą kartą. Kuris žvirblis pasisuko į kitą pusę?

A) Adas **B)** Berta **C)** Cilė **D)** Deivis **E)** Elas

Mažylio užduočių sprendimai

1. (E) Emilijos

! Randame sumas: Adelės $6+1=7$, Barto $3+3=6$, Cilės $2+3=5$, Domo $4+4=8$, Emilijos $5+4=9$. Didžiausia suma Emilijos.

Teisingas atsakymas **E**.

2. (E) 21

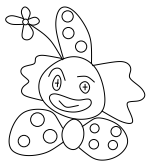
! Kangos amžius yra $12+3=15$ mėnesių. Treji metai, t. y. 36 mėnesiai, jai bus po $36-15=21$ mėnesio.

Teisingas atsakymas **E**.

3. (A) 24

! Kadangi $17+3=20$, $20-16=4$, tai $x=20+4=24$.

Teisingas atsakymas **A**.

4. (A) 

! Žiūrint į veidrodį, atvaizde kairė ranka tampa dešiniąja, dešinė koja tampa kairiąja, t. y. kairė ir dešinė pusės susikeičia vietomis. Pipo gėlytė yra jam kairėje (prie kairės ausies) kaip ir peteliškės 3 taškeliai. Vadinasi, Pipo atvaizde gėlytė ir peteliškės trys taškeliai bus prie dešinės ausies, o Pipui į gėlytę atvaizde teks žiūrėti kairiau, t. y. kaip paveikslėlyje **A**.

Teisingas atsakymas **A**.

5. (D)

! Kadangi vietos 71 ir 72 yra tarp 61 ir 80, tai jiems teks pasirinkti kryptį .

Teisingas atsakymas **D**.

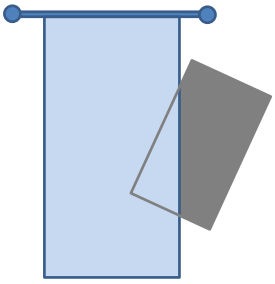
6. (B) 3

! Kiekvienam iš šešeto draugų teko po pusę obuolio. Kadangi obuolio pusių buvo šešios, tai obuolių buvo 3.

Teisingas atsakymas **B**.

7. (A) Trikampis

! Nesunku suvokti, kad tai trikampis. Galima papildyti juodąją dalį iki stačiakampio.

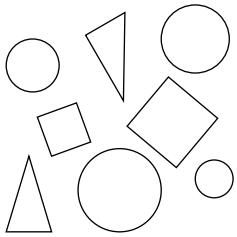


O galima samprotauti ir taip: užuolaida dengia vieną stačiakampio kampą, o dar susidaro du nauji kampai.

Teisingas atsakymas **A**.

8. (C) Apskritimų yra dvigubai daugiau nei trikampių

! Suskaičiuokime figūras: apskritimų yra 4, kvadratų yra 2, trikampių yra 2. Todėl sakinys **A** neteisingas (nes apskritimų yra daugiau), sakinys **B** neteisingas (nes apskritimų yra daugiau), sakinys **C** teisingas (nes 4 yra dvigubai daugiau nei 2), sakinys **D** neteisingas (nes kvadratų ir trikampių yra po lygiai), sakinys **E** neteisingas (nes trikampių yra 2 mažiau nei apskritimų).



Teisingas atsakymas **C**.

9. (B) 2025

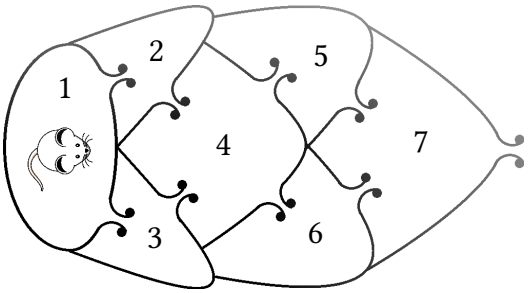
! Perrinkime atsakymų skaičius. Skaičius 2007 netinka, nes kalbame apie metus, einančius po 2016. Skaičius 2108 netinka, nes skaitmenų suma nelygi 9: juk $2 + 1 + 0 + 8 = 11$. Netinka ir 2134 – juk $2 + 1 + 3 + 4 = 10$. Liko du skaičiai – 2025 ir 2034. Ankščiau bus 2025 metai.

Teisingas atsakymas **B**.

!! Žinoma, galima daryti ir atvirkščiai – rinktis iš atsakymų artimiausius ateinančius metus ir žiūrėti, ar jų skaitmenų suma 9. „Mažiausi“ ateinantys metai yra 2025-ieji, jų skaitmenų suma lygi $2 + 0 + 2 + 5 = 9$, taigi jie ir yra reikiami metai.

10. (B) 4

! Sunumeruokime labirinto „kambarius“, kaip parodyta paveikslėlyje.



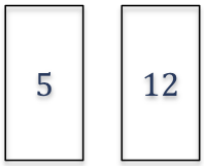
Iš 1 kambario galima eiti į 2 arba 3 kambarį – 2 galimybės. Po to tiek iš 2, tiek iš 3 kambario patenkame į 4 kambarį. Iš 4 kambario galima eiti tiek į 5, tiek į 6 kambarį – vėl 2 galimybės. Dabar ar iš 5, ar iš 6 kambario patenkame į 7 kambarį ir vieninteliu būdu išeiname iš labirinto. Taigi turime tokius kelius: 12457, 12467, 13457, 13567. Jų yra 4.

Teisingas atsakymas **D**.

!! Kiekvieną iš 2 pirmų galimybių (eiti per kambarį 2 ar per kambarį 3) atitinka 2 „antrosios“ galimybės (eiti per 5 ar 6). Vadinasi, susidaro $2 \cdot 2 = 4$ variantai. Toks skaičiavimo būdas vadinamas galimybių sandaugos taisykle.

11. (C) 11 ir 4

! Kadangi abiejų kortelių skaičių sumos lygios ir sudaro 32, tai kiekvienos kortelės skaičių suma lygi $32 : 2 = 16$. Vadinasi, pirmos kortelės nematomasis skaičius yra $16 - 5 = 11$, o antros $16 - 12 = 4$.



Teisingas atsakymas **C**.

12. (A) 36 kg

! Pilkoji kengūrėlė papilnėjo 3 kilogramais, todėl dabar ji sveria $17+3 = 20$ kg. Rudoji kengūrėlė dabar sveria 4 kilogramais mažiau, nei anksčiau, taigi ji sveria $20 - 4 = 16$ kg. Abi kengūrėlės dabar sveria $20 + 16 = 36$ kg.

Teisingas atsakymas **A**.

!! Žinoma, galima ir neieškoti, kiek dabar sveria kiekviena kengūrėlė.

Abi kengūrėlės kartu svėrė $17 + 20 = 37$ kg. Dabar viena pasunkėjo 3 kg, kita palengvėjo 4 kg, taigi jų bendras svoris sumažėjo $4 - 3 = 1$ kilogramu. Vadinasi, dabar jos kartu sveria $37 - 1 = 36$ kg.

13. (D) 3

! Pirmame paveikslėlyje trikampio nedengia niekas – vadinasi, jis yra viršuje. Skritulys padėtas virš kvadrato – kitaip jo nesimatytų. Tai trumpai žymėsime taip: KST (virš kvadrato uždėtas skritulys, virš skritulio – trikampis).

Antrame paveikslėlyje viršuje skritulys (jo niekas nedengia). Kvadratas padėtas ant trikampio – priešingu atveju nematytume kvadrato šoninių kraštinių apatinių galiukų (taip yra penktame paveikslėlyje). Taigi antrame paveikslėlyje figūros sukrautos taip: TKS.

Trečiame paveikslėlyje kvadratas viršuje, o štai pasakyti kaip padėti trikampis ir apskritimas, neįmanoma – ir vienu, ir kitu atveju kvadratas uždengia skritulį, taigi gali būti tiek STK, tiek TSK.

Ketvirtame paveikslėlyje viršuje skritulys, kvadrato apačią pridengia trikampis, taigi KTS.

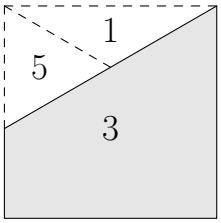
Penktame paveikslėlyje trikampis viršuje. Trikampis neuždengtų skritulio (žvilgtelėk į pirmą paveikslėlį), vadinasi, skritulį uždengia kvadratas – turime SKT.

Taigi trikampis aukščiau kvadrato (kitaip sakant – raidė T eina po K) atvejais KST, KTS, SKT – trijuose paveikslėliuose: pirmame, ketvirtame ir penktame.

Teisingas atsakymas **D**.

14. (A) 1, 3 ir 5

! Ne taip jau sunku suvokti, kad prie 3 figūros reikės pridėti kitų figūrėlių. Tai padaryti būtų lengva turint iškarpas. Dabar verčiamės taip. Pratęsiame trumpiausiąją 3 figūros kraštinę į viršų.



Dabar jau matome, kad į tą kampą telpa lygiakraštis trikampis 5, ir į susidariusį didelį kampą tinka trikampis 1.

Teisingas atsakymas **A**.

!! Jei mokame elgtis su kampais, tai panašu, kad didysis figūros 3 kampas yra apie 120°, taigi lieka iki mūsų išvestos tiesės 60°, todėl į jį tinka lygiakraštis trikampis 5, kurio kampai po 60°. Sudarytos figūros viršutiniai kampai lygūs po $60° + 30° = 90°$, taigi gautas keturkampis yra kvadratas (pamatuokite – kraštinės taip pat lygios).

15. (C) 4

? Visiškai aišku, kad greta 1 (žr. 1 pav.) netinka nei 1 (tada eilutėje būtų du vienetai), nei 2 (tada stulpelyje būtų du dvejetai). Vadinasi, čia reikia rašyti 3. Lygiai taip pat 3 reikia rašyti po 1 (žr. 2 pav.).

1		
	2	

1 pav.

1	3	
3	2	

2 pav.

1	3	2
3	2	

3 pav.

Ir toliau lentelė pildoma vienareikšmiškai: pirmoje eilutėje trūksta tik 2, jį įrašome. Antroje eilutėje trūksta 1 – įrašome. Dabar trečiame stulpelyje trūksta 3 – įrašome. Užtušuotose langeliuose atsirado 2 ir 3 (3 pav.), jų suma $2 + 3 = 5$.

Renkamės atsakymą **C**.

! Ar pilnas toks sprendimas? *Kengūrai* tokio sprendimo gana: įsitikinome, kad užtušuotuose langeliuose gali būti tik 1 ir 3, ir niekas daugiau. Kadangi *Kengūros* konkurse tikrai teisingas vienintelis iš atsakymų, tai bus atsakymas **C**.

O ko gi tam sprendimui trūksta, jei pasirenkamieji atsakymai nenurodyti? Ogi štai ko: gal kartais tokios lentelės iš viso nėra – juk joje neturi likti tuščių langelių. Užpildykime juos. Vėl aišku, kad pirmame stulpelyje trūksta 2 (įrašome), antrame stulpelyje trūksta 1 (įrašome). Dabar visa lentelė jau užpildyta, ir įsitikinome, kad kitaip jos neužpildysi, taigi ieškomoji suma lygi $1 + 3 = 4$.

Teisingas atsakymas **C**.

16. (D) Numeris 5

? Išbandykime du „kraštinius“ mašinų sustatymus: užimant vietas nuo pradžių – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ir užimant vietas iš galo – 11, 1, 9, 8, 7, 6, 5, 4. Matome, kad abiem atvejais užimtos vietos 4, 5, 6, 7, 8. Iš atsakymuose nurodytų vietų abiem atvejais užimta buvo tik vieta 5.

Renkamės atsakymą **D**.

! Nesunku įsitikinti, kad ir kitaip statant mašinas, visada užimtos bus vietos 4, 5, 6, 7, 8. Iš tikrųjų, sustatykime mašinas nuo pradžių – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Jei jas statysime pradėdami nuo vietos 2, užimtos liks ir vietos 4, 5, 6, 7, 8. Kai statysime nuo 3 ar 4 vietos, bus tas pats. O nuo 5 vietos pradėti statyti mašinas nebegalima – būtų per mažai vietų, tik 7: tai vietos 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Taigi kad ir kaip statytum, vietos 4, 5, 6, 7, 8 bus užimtos.

Teisingas atsakymas **D**.

17. (D) 3

! Čia neverta pradėti skirstyti skaičius bet kaip, be minties. Visų skaičių suma yra lygi $1 + 5 + 8 + 9 + 10 + 12 + 15 = 60$. Kadangi grupės skaičių suma ne mažesnė kaip 15 (juk vienoje iš grupių tikrai bus 15), tai grupių bus ne daugiau kaip 4. Bet keturių grupių būti negali: kiekvienos grupės skaičių suma turi būti lygi 15, bet skaičius 12 netinka nė į vieną grupę – papildyti jį trejetu neįmanoma. Vadinasi grupių gali būti tik dvi arba trys.

Pažiūrėkime, ar galima sudaryti tris tokias grupes. Tada kiekvienos iš jų skaičių suma bus 20. Skaičių 15 iki 20 papildyti galima tik penketu, skaičių 12 iki 20 galima papildyti tik aštuonetu, ir trečiai grupei lieka 1, 9 ir 10. Matome, kad sudaryti tris grupes galima (ir tik vieninteliu būdu). Tai ir yra didžiausias grupių skaičius.

Teisingas atsakymas **A**.

Pastaba. Pasidomėkime, keliais būdais galima sudaryti dvi grupes. Jeigu turime 2 grupes, tai kiekvienos iš jų skaičių suma yra 30. Galvokime apie grupę, kurioje yra 15. Toje grupėje negali būti 12, nes $15 + 12 = 27$, ir likusių 3 nėra iš kur paimti. Jeigu toje grupėje yra 10, tai $15 + 10 = 25$, ir šią sumą papildyti iki 30 galima tik penketu. Jeigu toje grupėje yra 9, tai $15 + 9 = 24$, ir papildyti šią sumą galima taip: $5 + 1 = 6$. Pagaliau, jei toje grupėje yra 8, tai $15 + 8 = 23$, ir papildyti šią sumą nėra kaip.

Vadinasi, dvi grupes galima sudaryti dviem būdais:

$15 + 10 + 5 = 12 + 9 + 8 + 1 = 30$,

$15 + 9 + 5 + 1 = 12 + 10 + 8 = 30$.

18. (B) 27

? Kadangi Simas vyresnis 3 metais už savo brolius trynukus, tai atmetus 3 iš jo amžiaus, visi keturi turėtų metų po lygiai.

Tikrinkime atsakymą **A**. Atmetę 3 iš keturių brolių amžių sumos 25, gausime 22. Bet 22 iš keturių nesidalija, taigi amžių suma 25 neįmanoma.

Tikrinkime atsakymą **B**. Atmetę 3 iš visų keturių brolių amžių sumos 27, gausime 24. Vadinasi, trynukų amžius būtų $24 : 4 = 6$ metai, Simo amžius būtų 9 metai. Taigi tokia amžių suma įmanoma.

Renkamės atsakymą **B**.

! Įsitikinti, kad kiti atsakymai netinka, paprasta. **C** atsakymo atveju iš 29 atėmę 3 gauname 26 – iš 4 nesidalija. **D** atsakymo atveju iš 30 atėmę 3 gauname 27 – iš 4 nesidalija. **E** atsakymo atveju $60 - 3 = 57$, o 57 iš 4 nesidalija.

Teisingas atsakymas **B**.

19. (D) 50

! Kadangi kiekviename vaismedyje kriaušių yra dukart daugiau nei obuolių, tai ir visuose medžiuose kriaušių yra dukart daugiau, nei obuolių t. y. $2 \cdot 25 = 50$.

Teisingas atsakymas **D**.

!! Sunkiau uždavinį spręsti neatkreipus dėmesio į tai, kad abiejų rūšių medžiuose kriaušių yra dukart daugiau nei obuolių.

Medžius, kuriuose kabo 6 kriaušės ir 3 obuoliai, vadinsime skurdesniais, o kuriuose 8 kriaušės ir 4 obuoliai – derlingesniais. Pagalvokime, kiek gali būti derlingesniųjų medžių. Jeigu jų vienas, tai ant skurdesniųjų medžių kabo $25 - 4 = 21$ obuolys, o tai reiškia, kad tų medžių yra $21 : 3 = 7$. Vadinasi, kriaušių ant jų yra $7 \cdot 6 = 42$, o iš viso kriaušių yra 50.

Jau galima būtų rinktis atsakymą **D**, bet įdomu pažiūrėti, ar derlingesniųjų medžių negali būti daugiau.

Jų negali būti 2, nes tada obuolių juose būtų $2 \cdot 4 = 8$, skurdesniems medžiams liktų $25 - 8 = 17$. Bet 17 iš 3 nesidalija.

Jų negali būti 3: obuolių juose būtų $3 \cdot 4 = 12$, o skurdesniems medžiams jų liktų $25 - 12 = 13$, bet 13 iš 3 nesidalija.

Jei derlingesnių medžių būtų 4, tai juose obuolių $4 \cdot 4 = 16$, skurdesniems medžiams liktų $25 - 16 = 9$, taigi skurdesniųjų medžių būtų $9 : 3 = 3$. Kriaušių iš viso būtų $3 \cdot 6 + 4 \cdot 8 = 50$. Vėl viskas išeina taigi sode gali būti ir $1 + 7 = 8$ medžiai, ir $3 + 4 = 7$ medžiai.

Toliau, derlingųjų medžių negali būti 5, nes juose būtų $5 \cdot 4 = 20$ obuolių, ir skurdesniems liktų 5 obuoliai, bet 5 iš 3 nesidalija.

Derlingųjų medžių negali būti 6, nes tada skurdesniesiems liktų 1 obuolys. Pagaliau, jų negali būti 7 ir daugiau, nes juose būtų 28 obuoliai ar daugiau – o tiek obuolių nėra visame sode.

!!! Jei skurdžiųjų medžių būtų S, o derlingųjų D, tai obuolių juose būtų $3S + 4D$. Kriaušių juose būtų $6S + 8D$, t. y. dvigubai daugiau. Kadangi obuolių iš viso yra 25, tai kriaušių yra $2 \cdot 25 = 50$.

20. (C) 6

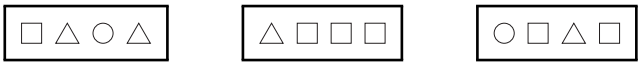
! Šuo turi 4 kojas ir 1 nosį, taigi kojų jis turi $4 - 1 = 3$ daugiau. Vadinasi, kojų nei nosių daugiau turi $18 : 3 = 6$ šunys.

Beje, turint laiko verta pasitikrinti (žinoma, tai visai neprivalu). Jei šunų 6, tai kojų jie turi $6 \cdot 4 = 24$, nosių 6, taigi jie turi $24 - 6 = 18$ daugiau kojų nei nosių, kaip ir parašyta sąlygoje.

Teisingas atsakymas **C**.

21. (B) 1914

! Palyginkime pirmą ir trečią dėžutes. Atmetus iš jų vienodas trinkeles – po trikampį, po kvadratą ir po skritulį – pirmoje lieka trikampis, trečioje kvadratas. Vadinasi, trikampis lengvesnis už kvadratą.



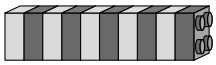
Palyginkime antrą ir trečią dėžutes. Atmetus iš jų po trikampį ir du kvadratus, lieka kvadratas ir skritulys. Vadinasi, kvadratas lengvesnis už skritulį. Todėl sunkėjimo tvarka išrikiuotos trinkelės yra trikampis, kvadratas, skritulys.

Teisingas atsakymas **B**.

22. (C) 1917

! Skaičius 102 už 201 mažesnis $201 - 102 = 101 - 2 = 99$ vienetais. Tiek pat sumažės ir suma, taigi ji taps $2016 - 99 = 2017 - 100 = 1917$.

Teisingas atsakymas **C**.

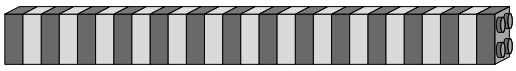
23. (E) 

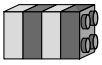
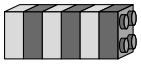
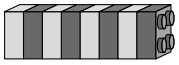
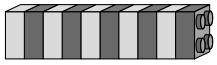
? Paprasčiau kalbėti ne apie strypus, o apie jų ilgius, nes tai skaičiai. Po pirmo dalijimo skaičius 27 suskaidomas į du dėmenis, kurių vienas du kartus didesnis už kitą. Vadinasi, 27 – tai trys mažieji dėmenys, taigi mažasis dėmuo yra 9, didesnysis 18. Dabar kiekvieną gautąjį skaičių vėl reikia skaidyti, kaip nurodyta, ir klausiama, ar kada nors gausime skaičių 10. Aišku, kad skaidant 9 gauti nauji skaičiai bus per maži, taigi skaidome 18. Mažasis dėmuo bus $18 : 3 = 6$, didesnysis – 12. Vėl užtenka tikrinti tik 12, jis išskaidomas į $12 : 3 = 4$ ir 8. Šie dėmenys jau mažesni už 10, taigi dėmens 10 niekada negausime.

Renkamės atsakymą **E**.

! O gal negalima gauti dar kurio nors dėmens iš atitinkančių atsakymus: 2, 4, 6, 8, 10? Jau gavome skaičius 9, 18, 6, 12, 4, 8. Iš jų neskaidėme tik 9 ir 6 (4 ir 8 iš 3 nesidalija). Skaidydami 9, gauname 3 ir 6, iš 3 gauname 1 ir 2, iš 6 – 2 ir 4. Daugiau skaidyti nebėra ką. Taigi skaidant galima gauti tik skaičius 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18. Vadinasi, vienintelis skaičius atsakymuose, kurio negalima gauti, yra 10.

Teisingas atsakymas **E**.



A) **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

!! Uždavinį sprendėme laikydami, kad visi 27 kauliukai vienodi, o strypai pamarginti tik tam, kad lengviau būtų skaičiuoti kiekvieno jų kauliukus. Bet vis dėlto paveikslėliai gali reikšti, kad kauliukų čia yra dviejų rūšių – 14 juodų ir 13 baltų. Ir jeigu anksčiau kreipėme dėmesį tik į strypelių ilgį, tai dabar teks galvoti ir apie jų sudėtį. Pavyzdžiui, sakykime, kad turime ilgio 3 strypelį . Jį dabar galima dalyti pagal sąlygą ne vienu, o jau dviem būdais: arba ir , arba ir (kauliukai ir skiriasi – jų dantukai turi būti nukreipti į dešinę, taigi apsukti jų negalima). Pastaruosius galima žymėti $2j$ ir $2b$ – skaičius rodo strypelio kauliukų skaičių, o raidė nurodo pirmojo (kairiojo) kauliuko spalvą. Panašiai žymėsime ir kitus strypelius, taigi sąlygos strypelis yra $27j$, o atsakymų strypeliai $2b$, $4b$, $6b$, $8b$, $10b$.

Vėl surašykime visus strypelius, kuriuos galime gauti. Strypelį $27b$ galima padalyti dviem būdais: arba $9j$ ir $18b$ arba $18j$ ir $9j$. Dabar dalyti $9j$ galima vėl dviem būdais: arba $3j$ ir $6b$, arba $6j$ ir $3j$. Padalyti $18b$ pavyksta tik vienu būdu: $6b$ ir $12b$. Dalyti $18j$ taip pat galima tik vienaip: $6j$ ir $12j$. Kad nieko nepraleistume, vis imkime didžiausią, kurio dar nedalijome – dabar eilė $12b$ ir $12j$. Išskaidyti $12b$ galima tik į $4b$ ir $8b$, o $12j$ – tik į $4j$ ir $8j$. Dabar iš tų strypelių, kurių ilgis dalijasi iš 3 ir kurie dar neskaidyti, didžiausi $6j$ ir $6b$. Iš $6b$ gauname $2b$ ir $4b$, iš $6j$ – $2j$ ir $4j$. Dabar $3j$ duoda $2j$ ir $1j$ arba $1j$ ir $2b$, o $3b$ – $2b$ ir $1b$ arba $1b$ ir $2j$.

Surašome visus gautus strypelius: $1j$, $1b$, $2j$, $2b$, $3j$, $3b$, $4j$, $4b$, $6j$, $6b$, $8j$, $8b$, $9j$, $12j$, $12b$, $18j$, $18b$. Kad šis atsakymas ne toks jau paprastas, rodo tai, kad jame yra strypelis $9j$, bet nėra strypelio $9b$. O teisingas mūsų uždavinio atsakymas lieka tas pats **E**: negalima gauti strypelio $10b$.

24. (**B**) Berta

? Peržiūrėkime atsakymus. Adas mato 4 žvirblius, jei jis pasisuktų – matytų 0 žvirblių. Kiti žvirbliai kiek matė, tiek ir matytų, taigi čirkštelėjimų skaičius sumažėtų keturiais.

Berta dabar mato tik Adą, pasisukusi ji matytų daugiau – net tris žvirblius. Taigi ir bendras čirkštelėjimų skaičius padidėtų (dviem).

Renkamės atsakymą **B**.

! Užbaigti sprendimą iki pilno nesunku. Matėme, kad čirkštelėjimų skaičius priklauso tik nuo pasisukančiojo, ir neverta bendro čirkštelėjimų skaičiaus ieškoti. Jei pasisuktų Cilė, ji matytų du žvirblius, – kaip ir dabar, nepasisukusi. Jei pasisuktų Deivis, jis vietoj 3 žvirblių matytų tik 1. Pagaliau Elas mato 4 žvirblius, o pasisukęs nematytų nė vieno. Taigi čirkštelėjimų skaičius padidėja tik pasisukus Bertai.

Teisingas atsakymas **B**.

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	E
2	E
3	A
4	A
5	D
6	B
7	A
8	C
9	B
10	B
11	C
12	A
13	D
14	A
15	C
16	D
17	D
18	B
19	D
20	C
21	B
22	C
23	E
24	B