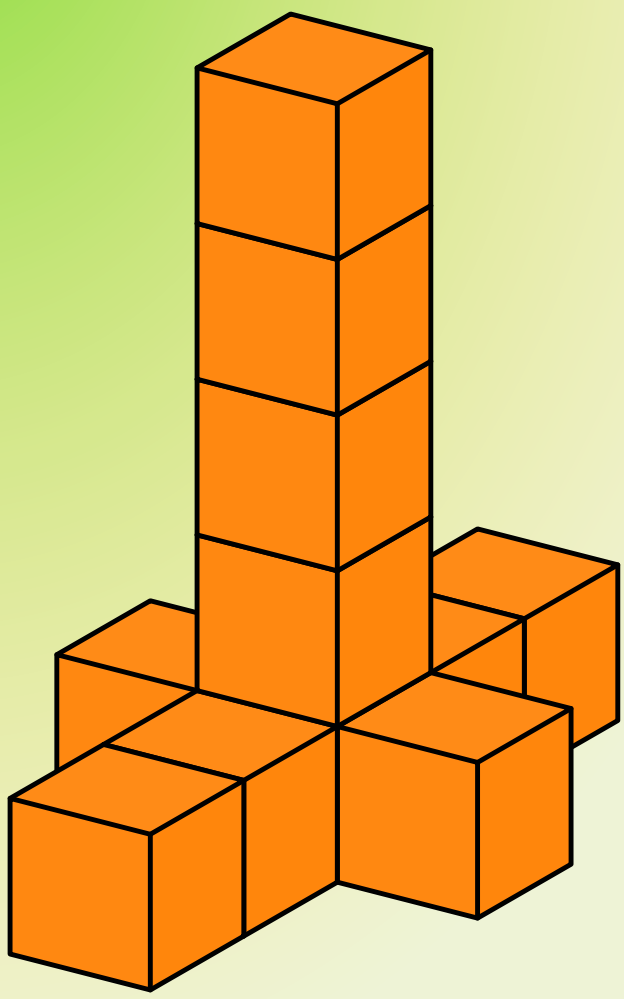
Kengūra

NYKŠTUKAS



Užduotys ir sprendimai

2016

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2016. NYKŠTUKAS

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavimas
Jonas Šiurys

Viršelio autorė
Ugnė Šiurienė

© Juozas Juvencijus Mačys, 2016
© *Kengūros* organizavimo komitetas, 2016

Turinys

Pratarmė **4**

Geriausiųjų sąrašas **6**

Dalyvio kortelės pavyzdys **8**

Sąlygos **9**

Užduočių sprendimai **12**

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 49000 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2016 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

50 lemtingų darbo minučių kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis besprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikos draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2016 metų kovo 17 dieną keliavo ir gausiai sprendė 1–2 klasių (*Nykštuko* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

Nykštukas, 1 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Nykštukas, 2 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Tarptautinis matematikos konkursas
KENGŪRA
Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: **Pavardė** P A V A R D E N I S

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys:

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

- Lietuvių ☐
- Lenkų ☐
- Rusų ☐
- Anglų ☐

Klasė	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9(G1)**	**10(G2)**	**11(G3)**	**12(G4)**
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	**7**	☐	☐	☐	☐	☐	**13**	☐	☐	☐	☐	☐	**19**	☐	☐	☐	☐	☐	**25**	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	**8**	☐	☐	☐	☐	☐	**14**	☐	☐	☐	☐	☐	**20**	☐	☐	☐	☐	☐	**26**	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	**9**	☐	☐	☐	☐	☐	**15**	☐	☐	☐	☐	☐	**21**	☐	☐	☐	☐	☐	**27**	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	**10**	☐	☐	☐	☐	☐	**16**	☐	☐	☐	☐	☐	**22**	☐	☐	☐	☐	☐	**28**	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	**11**	☐	☐	☐	☐	☐	**17**	☐	☐	☐	☐	☐	**23**	☐	☐	☐	☐	☐	**29**	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	**12**	☐	☐	☐	☐	☐	**18**	☐	☐	☐	☐	☐	**24**	☐	☐	☐	☐	☐	**30**	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

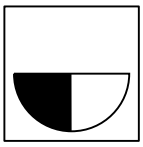
Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2013

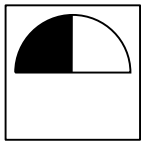
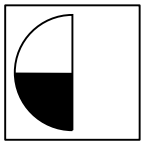
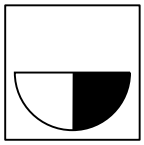
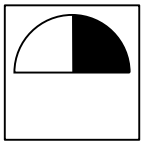
2016 m. *Nykštuko* užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

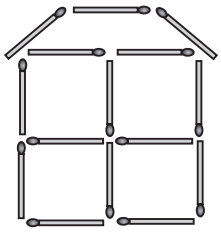
1. Kurios iš lentoje esančių raidžių nėra žodyje KOALA?
A) R **B)** L **C)** K **D)** N **E)** O

2. Kuri iš žemiau pavaizduotų kortelių yra tokia pat, kaip pavaizduotoji dešinėje?



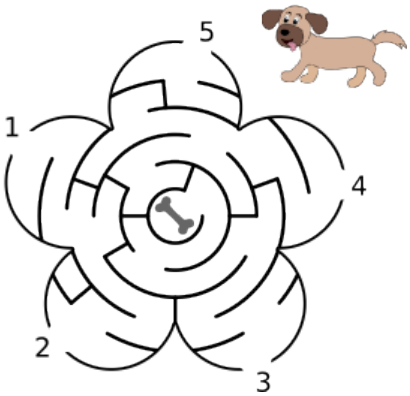
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)**

3. Mikas iš degtukų sudėjo namuką. Kiek degtukų jam prireikė?
A) 19 **B)** 18 **C)** 17 **D)** 15 **E)** 13



4. Povandeniniame urve buvo tik du jūros arkliukai, viena jūros žvaigždė ir trys vėžliai. Vėliau prie jų prisijungė dar penki arkliukai, trys žvaigždės ir keturi vėžliai. Kiek jūros gyvūnų susirinko urve?
A) 6 **B)** 9 **C)** 12 **D)** 15 **E)** 18

5. Kurį įėjimą į labirintą turi pasirinkti šuniukas, kad pasiektų kaulą?
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

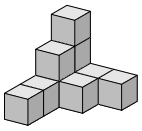
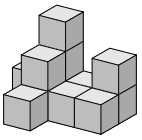
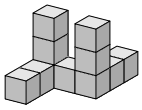
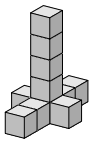
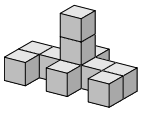


6. Į Jonuko gimtadienio šventę atėjo dešimt draugų, iš jų šešios buvo mergaitės. Kiek šventėje buvo berniukų?
A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

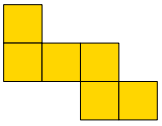
Klausimai po 4 taškus

7. Matas išnešiojo skrajutes apie pavasario šventę į visus Maloniosios gatvės namus, kurių numeriai nuo 15 iki 37. Kiek namų jis apėjo?
A) 21 **B)** 22 **C)** 23 **D)** 24 **E)** 25

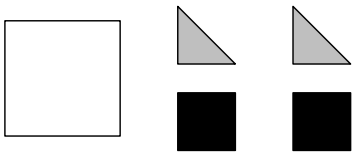
8. Kuris statinys sudėtas iš 10 kubelių?

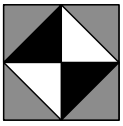
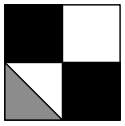
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

9. Adelė iš šešių kortelių sudėjo figūrą, pavaizduotą dešinėje. Kiek mažiausiai tokių kortelių ji turi pridėti prie šios figūros, kad gautų kvadratą?
A) 6 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 12



10. Darius turi penkias korteles, pavaizduotas dešinėje. Jis iš kortelių dėlioja paveikslėlius (korteles galima dėti ir viena ant kitos). Kurį iš žemiau pateiktų paveikslėlių gali sudėti Darius?



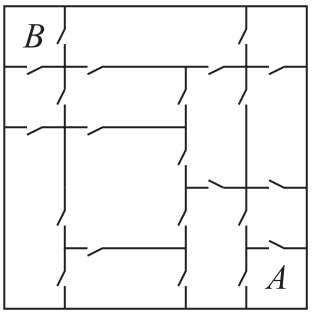
A) **B)**  **C)**  **D)** **E)**

11. Mažosios kengūrėlės Kengos amžius yra 6 savaitės ir 2 dienos. Po kiek dienų jos amžius bus 7 savaitės?
A) 6 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 2 **E)** 5

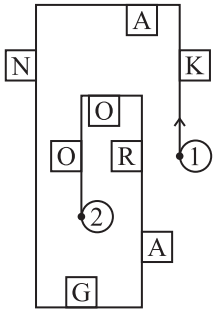
12. Močiutė išėjo į kiemą ir pašaukė visas savo vištas ir katę. Prie jos subėgo visos 20 kojų. Kiek vištų turi močiutė?
A) 11 **B)** 9 **C)** 8 **D)** 6 **E)** 4

Klausimai po 5 taškus

13. Kengūriuko Riuko name kiekvieną kambarį su kiekvienu gretimu kambariu jungia vienerios durys (žr. paveikslėlį). Riukas nori iš kambario A patekti į kambarį B. Pro kiek mažiausiai durų jam teks praeiti?
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

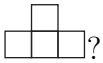


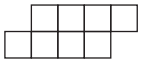
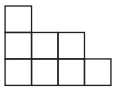
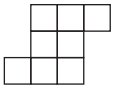
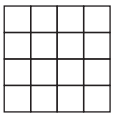
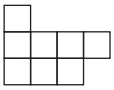
14. Viešbutėlyje yra dvylika kambarių, kiekviename kambaryje yra du langai. Grįždamas vakar vakare iš darbo, ponas Baltrus pastebėjo, kad viešbutėlyje švietė aštuoniolika langų. Keliuose kambariuose šviesa buvo išjungta?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6



15. Marta eina keliu ir skaito tik dešinėje kelio pusėje esančias raides. Ką ji perskaitys, eidama nuo taško 1 iki taško 2?
A) KNAO **B)** KNGO **C)** KNR **D)** AGRO **E)** KAO

16. Jono amžiaus ir Petro amžiaus suma yra 12. Kokia bus jų amžių suma po 4 metų?
A) 16 **B)** 17 **C)** 18 **D)** 19 **E)** 20

17. Kurio paveikslėlio negalima sudėti iš figūrėlių  ?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

18. Skaičius 1, 5, 8, 9, 10, 12 ir 15 reikia suskirstyti į grupes taip, kad kiekvienos grupės skaičių suma būtų ta pati. Kiek daugiausiai gali būti tokių grupių? (Kai grupę sudaro vienas skaičius, tai jis ir yra tos grupės skaičių suma.)
A) 3 **B)** 4 **C)** 2 **D)** 6 **E)** 5

Nykštuko užduočių sprendimai

1. (D) N

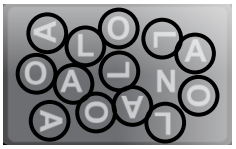
! Reikia patikrinti visas lentoje parašytas raides ir nustatyti, kurios (ar net kurių) iš jų nėra žodyje KOALA. Tikrinti, žinoma, galima įvairiai, svarbiausia patikrinti visas raides, nepraleidžiant nė vienos. Galima, pavyzdžiui, lentoje įžiūrėti tris eilutes : ALOLA, OALNO, ir AOAL, ir tada tikrinti raides iš eilės. Raidė A yra (bet kad daugiau jos nebetikrintume, išbraukime (ar pabraukime ją visur: ALOLA, OALNO, AOAL). Sekanti raidė L – ji yra (ALOLA, OALNO, AOAL). Dabar eina raidė O – ji taip pat yra (ALOLA, OALNO, AOAL). Priėjome nepabrauktą raidę N. Aišku, kad tai vienintelė raidė, kurios nėra žodyje KOALA.

Teisingas atsakymas **D**.

Žinoma, galima raides tikrinti ir pagal bet kurią kitą schemą, – pavyzdžiui, perrinkti raides einant stulpeliais (galima sau sakyti , kad yra penki stulpeliai: AOA, LAO, OLA, LNL, AO). Bet galima ir iš viso be jokios aiškios sistemos išbraukinėti lentos raides, kol kas nors liks.

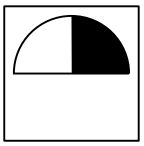
!! Galima uždavinį spręsti ir kitaip: išbraukinėti raides, esančias žodyje KOALA; kurios raidės liks, tų ir nėra žodyje KOALA

Raidės K lentoje nėra – išbraukti neturime ką. Iš eilės išbraukime visas O, visas A, tada visas L. Raidės A jau išbrauktos, ir turime tokį vaizdą:

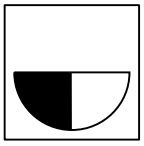


Nustatėme, kad žodyje KOALA nėra tik lentoje esančios raidės N.

Netikėta, kad galima apsirikti ir tokiame paprastame uždavinyje. Nemažai dalyvių nurodė kaip teisingą atsakymą **C**. Žinoma, jie neatidžiai perskaitė sąlygą ir sprendė atvirkščią uždavinį: *Kurios iš žodyje KOALA esančių raidžių nėra lentoje?* Nustatę, kad lentoje nėra raidės K, jie pasirinko atsakymą **C** ir gavo už tokį atsakymą baudą , t. y. minus 0,75 taško.

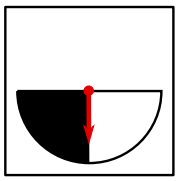


2. (D)



! Paprasčiausias būdas būtų toks. Dešinėje kortelėje pusskritulis yra kortelės apačioje, o tamsioji jo dalis – kairėje. Pasukame patį sąlygų lapelį taip, kad kortelėje **A** pusskritulį matytume apačioje – tada tamsiąją dalį matome dešinėje. Dabar lapelį pasukame taip, kad kortelėje **B** pusskritulis atsidurtų apačioje – tada tamsioji dalis vėl dešinėje. Tą patį gauname su kortelėmis **C** ir **E**. Ir tik atitinkamai pasukus lapelį, kortelės **D** tamsioji dalis atsiduria kairėje.

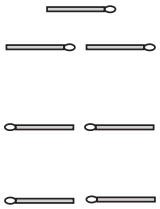
Teisingas atsakymas **D**.



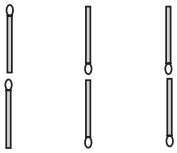
!! Turint gerą vaizduotę, lapelio galima ir nesukinėti, o įsivaizduoti, kad į pasirinktą kortelę žiūrime iš tos pusės, kad pusskritulis atsidurtų apačioje, o tada nustatome, į kurią pusę žiūri tamsioji dalis. Bet matematikai žino dar vieną būdą, kuris neleidžia apsirikti. Įsivaizduokime, kad dešinėje pavaizduotoje kortelėje mes pradedame iš skritulio (viso skritulio!) centro judėti linija, skiriančia tamsiąją ir šviesiąją skritulio dalis. Taip judant, kairėje mūsų bus šviesioji dalis. Kortelėje **A**, taip pat kortelėse **B**, **C**, **E** taip judėdami, kairėje matysime tamsiąją dalį, ir tik kortelėje **D** taip judant kairėje bus šviesioji dalis.

3. (D) 15

! Žinoma, čia reikia tik neapsirikti, bet pavojaus yra: netvarkingai veikiant, galima kurį nors degtukų praleisti arba įskaityti kelis kartus. Ypač tai būtų svarbu, jei tų degtukų būtų daug. Žodžiu, reikia susigalvoti nuoseklią skaičiavimo sistemą.



1 pav.



2 pav.

3 pav.

Pavyzdžiui, skaičiuoti galima taip: iš pradžių suskaičiuoti horizontalius degtuku (žr. 1 pav. – jų 7), tada vertikalius (2 pav. – jų 6) ir pagaliau pasvirusius (3 pav. – jų 2). Gauname $7 + 6 + 2 = 15$ degtukų.

Teisingas atsakymas **D**.

4. (E) 18

! Iš pradžių urve buvo 2 arkliukai, 1 žvaigždė ir 3 vėžliai – iš viso $2 + 1 + 3 = 6$ gyvūnai. Prie jų prisijungė dar $5 + 3 + 4 = 12$ gyvūnų. Vadinasi, urve susirinko $6 + 12 = 18$ jūros gyvūnų.

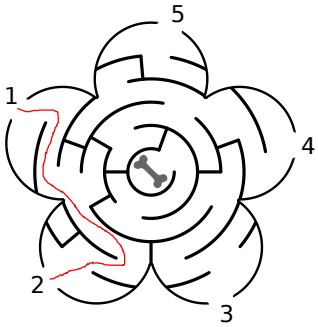
Žinoma, galima skaičiuoti ir kitaip. Urve susirinko $2+5 = 7$ arkliukai, $1+3 = 4$ žvaigždės, $3 + 4 = 7$ vėžliai. Iš viso susirinko $7 + 4 + 7 = 18$ gyvūnų.

Teisingas atsakymas **E**.

5. (C) 3

? Įėję į labirintą per 1 įėjimą, tuoj pat išeiname laukan per 2 įėjimą (žr. 1 pav.). Vadinasi, netinka ir antras įėjimas. Iš karto įsitikiname, kad 5 įėjimas niekur neveda. Įėję per 4 įėjimą, šiek tiek paklaidžioję išeiname taip pat per jį patį. Vadinasi, jau galima tikėtis, kad kaulą pasiekti pavyks įėjus per 3 įėjimą.

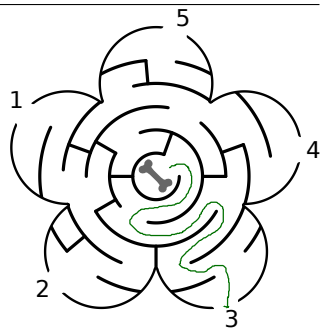
Renkamės atsakymą **C**.



1 pav.

! Žinoma, griežtai kalbant, reikėtų dar patikrinti, ar įėjus per 3 įėjimą galima pasiekti kaulą. Kelią rasti nėra sunku (žr. 2 pav.).

Teisingas atsakymas **C**.



2 pav.

!! Kaip dažnai būna, verta pradėti nuo galo, – šiuo atveju „nuo kaulo“. Tada nesunkiai randame kelią, vedantį iš labirinto. Vadinasi, grįždami tuo keliu, nesunkiai rasime kaulą.

Matome, kad toks būdas žymiai greitesnis. Iš viso, matematikoje (ir ne tik) patarimas „spręsti nuo galo“ dažnai praverčia.

6. (B) 5

! Kadangi iš 10 svečių 6 buvo mergaitės, tai berniukų atėjo $10 - 6 = 4$. Bet šventėje dalyvavo ir pats Jonukas, taigi berniukų iš viso buvo $4 + 1 = 5$.

Teisingas atsakymas **B**.

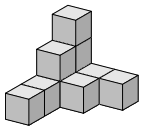
7. (C) 23

! Pats paprasčiausias būdas – lankstyti pirštus: padedame rankas ant stalo ir skaičiuojame nuo 15 iki 37. Tardami 15 pakeliame pirmą pirštą, tardami 16 – antrą pirštą ir t. t., dešimtą pirštą pakelsime tardami 24. Dabar iš naujo tardami 25 pakeliame pirmą pirštą ir t. t., pakeldami dešimtą pirštą tariame 34. Jau suskaičiavome 20 namų. Liko nr. 35, 36 ir 37, taigi iš viso Matas apėjo $20 + 3 = 23$ namus.

Teisingas atsakymas **C**.

!! Kai skaičių daug, pirštų nepakilnosi. Dažnai naudojamasi tokia taisykle: norint sužinoti, kiek skaičių yra nuo pirmo iki paskutinio, reikia iš paskutinio atimti pirmą ir pridėti 1. Taigi turime $37 - 15 + 1 = 23$.

Bet dar paprastesnis būdas toks: iš 15 atimame tiek, kad gautume 1, t. y. atimame 14. Dabar tuos 14 atimame ir iš 37, gauname $37 - 14 = 23$. O štai skaičiuoti, kiek yra skaičių nuo 1 iki 23, nebereikia – žinoma, tai 23.

8. (A) 

? Svarbiausia atpažinti, kelių kubelių mes paveikslėliuose nematome. Pavyzdžiui, paveikslėlyje **D** nematome tik 1 kubelio – to, ant kurio stovi dar 4. Kadangi, statinyje **D** matome 10 kubelių, tai jame yra $1 + 10 = 11$ kubelių. Panašiai statinyje **A** yra $2 + 8 = 10$ kubelių.

Renkamės atsakymą **A**.

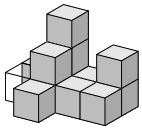
! Žinoma, turint laiko verta suskaičiuoti ir kitų statinių kubelius – taip apsisaugosime nuo klaidos. Nustatykime, kiek kubelių yra statinyje **B**. Matome 10 kubelių – o kelių gi nematome? Nematome 3 kubelių bokšto apatinio kubelio ir šalia stovinčio 2 kubelių bokšto apatinio kubelio. Taigi statinyje **B** yra $2 + 10 = 12$ kubelių.

Kiekviename iš statinių **C** ir **E** nematome vieno kubelio, o matome 10. Taigi juose yra po 11 kubelių.

Taigi statiniuose yra 10, 12, 11, 11, 11 kubelių.

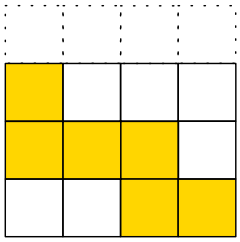
Teisingas atsakymas **A**.

!! Iš pirmo žvilgsnio atrodo, kad statinyje **A** gali būti ir 11-tas kubelis – prigludęs prie 3 kubelių bokšto. Vis dėlto paveikslėlis **B** įtikina, kad jo dalis būtų matoma. (Verta paveikslėlį **B** išsididinti kompiuteryje ir atsispausdinti – tik tada matuodami suprasite, kad paveikslėlis viską vaizduoja idealiai tiksliai. Kad būtų vaizdžiau, čia paveikslėlyje **B** pripiešėme vieną „stiklinį“ kubelį.) Beje, bet kurį iš statinių papildžius vienu kubeliu, tas kubelis bus matomas.



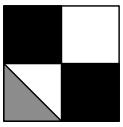
9. (D) 10

! Įsivaizduokime, kad jau turime reikiamą kvadratą. Aišku, kad juo uždengus pradinę figūrą, bus uždengtas ir visas stačiakampis 4×3. Dabar jau aišku, kad kvadrato kraštinė turi būti mažiausiai 4. Stačiakampį 4×3 uždengti kvadratu paprasta.



Kadangi kvadratą sudaro 16 kortelių, tai Adelė turės pridėti prie figūros $16 - 6 = 10$ kortelių.

Teisingas atsakymas **D**.

10. (C) 

! Paveikslėlio **A** sudėti nekarpant kortelių negalima – neturime tokio ilgio juodų juostelių.

Paveikslėliui **B** reikia 4 pilkų trikampių, o turime tik 2. Paveikslėlį **C** sudėti paprasta : dedame ant baltos kortelės du juodus kvadratus, o pilką trikampį į apatinį kampą. Galima padėti ir kitą pilkąjį trikampį: arba uždėti jį ant pirmojo trikampio, arba pakišti po baltąja arba po kuria nors juodąja korta.

Paveikslėlio **D** sudėti negalima – du juodus trikampius galima gauti uždengus juodus kvadratus pilkaisiais trikampiais, bet trečio juodo trikampio negausime.

Paveikslėlio **E** sudėti negalima – vieną juodą trikampį galima gauti pilkąja kortele uždengus pusę juodojo kvadrato, bet kito kvadrato pusės uždengti nėra kuo.

Teisingas atsakymas **C**.

11. (E) 5

! Galima viską versti dienomis: kadangi savaitė – tai 7 dienos, tai dabar Kengos amžius yra $7 \cdot 6 + 2 = 44$ dienos; amžius 7 savaitės yra $7 \cdot 7 = 49$ dienos. Vadinasi, laukti reikės $49 - 44 = 5$ dienas.

Teisingas atsakymas **E**.

!! Versti dienomis nebūtina: iš 7 savaičių galima atimti 6 savaites, liks 1 savaitė, t. y. 7 dienos. Atėmę iš jų 2 dienas, turėsime $7 - 2 = 5$ dienas.

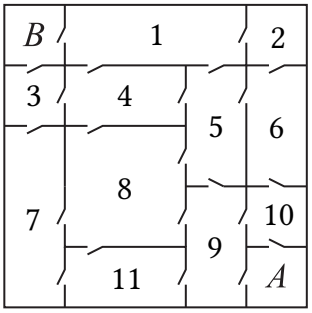
12. (C) 8

! Kadangi katė turi 4 kojas, tai vištoms lieka $20 - 4 = 16$ kojų. Bet vištos turi po 2 kojas, todėl jų yra $16 : 2 = 8$.

Teisingas atsakymas **C**.

13. (B) 4

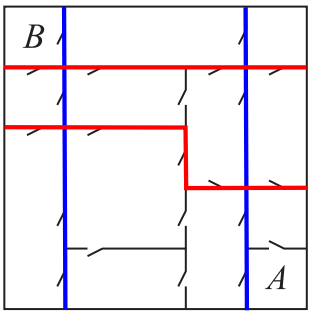
? Sunumeruokime kambarius, kaip paveikslėlyje:



Atspėti reikiamą maršrutą „pavaikščiojus“ nesunku. Galima samprotauti ir taip: reikia eiti per kuo mažiau kambarių, taigi neverta eiti per „trumpus“ kambarius. Vadinasi, pradėti kelionę reikia iš A į kambarį 9, o užbaigti iš 1 kambario į kairę. 9 ir 1 kambarius teskiria vos vienas 5 kambarys.

Renkamės atsakymą **B**.

! Įsitikinti, kad trejų durų neužteks, galima taip. Sudalykime namą dviem raudonomis linijomis į 3 dalis, taip pat išveskime dvi vertikalias mėlynas linijas.



Riukas eidamas iš A į B kils į viršų ir būtinai kirs tas linijas – t. y. eis per „horizontalias“ duris. Bet lygiai taip pat jis judės iš dešinės į kairę ir kirs mėlynąsias linijas – eis per „vertikalias“ duris. Taigi jis eis mažiausiai per $2 + 2 = 4$ duris.

14. (B) 3

! Viešbutėlyje yra $12 \cdot 2 = 24$ langai. Kadangi švietė 18 langų, tai neapšviesti buvo $24 - 18 = 6$ langai. Vadinasi, šviesa buvo išjungta $6 : 2 = 3$ kambariuose.

Teisingas atsakymas **B**.

15. (A) KNAO

! Čia svarbiausia nesupainioti kairės ir dešinės. Iš pradžių Marta prieina ženklą K – jis dešinėje. Po to eina ženklas A, bet jis kairėje jos kelio pusėje. Toliau dešinėje yra N, A ir O, taigi Marta perskaito žodį KNAO.

Teisingas atsakymas **A**.

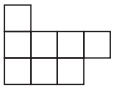
16. (E) 20

? Atspėti teisingą atsakymą paprasta, imant kokį nors pavyzdį. Sakykime, kad Jonas ir Petras yra vieno amžiaus, jiems po $12 : 2 = 6$ metus. Po 4 metų kiekvienam jų bus $6 + 4 = 10$ metų. Vadinasi, jų amžių suma taps $10 \cdot 2 = 20$ metų.

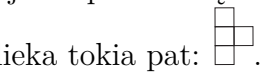
Renkamės atsakymą **E**.

! Po 4 metų kiekvieno jų amžius padidės 4 metais, taigi amžių suma padidės $4 \cdot 2 = 8$ metais. Vadinasi, ji taps $12 + 8 = 20$ metų.

Teisingas atsakymas **E**.

17. (E) 

! Pradėkime nuo paveikslėlio **A**. Kadangi kiekvienas langelis priklauso kuriai nors figūrėlei, tai pradėkime nuo patogiausio, pavyzdžiui kairiojo apatinio. Jis turi tik vieną kaimyną, taigi turime jau du figūrėlės langelius □□. Jei trečią imsime į dešinę, □□□, tai ketvirtą teks imti į viršų, . O jei trečią imsime į viršų , tai ketvirtą teks imti apačioje į dešinę, ir gausime tą pačią figūrėlę. Ją atkirpus, liks kaip tik antra pradinė figūrėlė, .

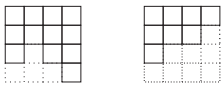
Lygiai taip pat nagrinėjame paveikslėlį **B**. Pradėję nuo dešiniojo langelio, gauname tik figūrėlę  , o ją atkirpus lieka tokia pat: .

Panašiai įsitikiname, kad paveikslėlį **C** sudėti galima. Pradėję nuo kairiojo langelio, gauname figūrėlę , o atkirpus lieka .

Dabar imkime paveikslėlį **E**. Pradėję, pavyzdžiui, nuo dešiniojo langelio galime iškirpti tik figūrėlę , o lieka keturių langelių, bet jau kitokia figūrėlė, . Vadinasi, sudėti figūrėlės **E** neįmanoma.

Taigi atsakymą **E** jau drąsiai galima rinktis, bet vis dėlto smagu įsitikinti, jog paveikslėlį **D** sudėti galima.

Pradėti galima nuo kairiojo apatinio langelio (lygiai tas pats bus, jei pradėsime nuo kito kampinio langelio – juk mūsų paveikslėlį galima taip pasukti, kad tas langelis ateitų į kairės apačią. Kaimyninį langelį galima imti į dešinę, □□, arba į viršų, . Užtenka nagrinėti pirmą atvejį – juk antras atvejis pavirs pirmuoju, jei paveikslėlį apversime per įstrižainę. Dabar □□ pratęsti galima tik iki figūrėlės . Iškirpę ją ir pradėję nuo dešiniojo apatinio langelio, galime jį papildyti tik iki figūrėlės . Galima būtų karpyti ir toliau, bet įdomu pastebėti, kad jau nukirptoji apatinė dalis yra lygiai tokia pat kaip ir likusioji viršutinė. Vadinasi, ir viršutinę dalį galime padalyti į 2 pradines figūrėles.



Taigi sudėti negalima tik paveikslėlio **E**, teisingas atsakymas **E**.

18. (A) 3

! Čia neverta pradėti skirstyti skaičius bet kaip, be minties. Visų skaičių suma yra lygi $1 + 5 + 8 + 9 + 10 + 12 + 15 = 60$. Kadangi grupės skaičių suma ne mažesnė kaip 15 (juk vienoje iš grupių tikrai bus 15), tai grupių bus ne daugiau kaip 4. Bet keturių grupių būti negali: kiekvienos grupės skaičių suma turi būti lygi 15, bet skaičius 12 netinka nė į vieną grupę – papildyti jį trejetu neįmanoma. Vadinasi grupių gali būti tik dvi arba trys.

Pažiūrėkime, ar galima sudaryti tris tokias grupes. Tada kiekvienos iš jų skaičių suma bus 20. Skaičių 15 iki 20 papildyti galima tik penketu, skaičių 12 iki 20 galima papildyti tik aštuonetu, ir trečiai grupei lieka 1, 9 ir 10. Matome, kad sudaryti tris grupes galima (ir tik vieninteliu būdu). Tai ir yra didžiausias grupių skaičius.

Teisingas atsakymas **A**.

Pastaba. Pasidomėkime, keliais būdais galima sudaryti dvi grupes. Jeigu turime 2 grupes, tai kiekvienos iš jų skaičių suma yra 30. Galvokime apie grupę, kurioje yra 15. Toje grupėje negali būti 12, nes $15 + 12 = 27$, ir likusių 3 nėra iš kur paimti. Jeigu toje grupėje yra 10, tai $15 + 10 = 25$, ir šią sumą papildyti iki 30 galima tik penketu. Jeigu toje grupėje yra 9, tai $15 + 9 = 24$, ir papildyti šią sumą galima taip: $5 + 1 = 6$. Pagaliau, jei toje grupėje yra 8, tai $15 + 8 = 23$, ir papildyti šią sumą nėra kaip.

Vadinasi, dvi grupes galima sudaryti dviem būdais:

$15 + 10 + 5 = 12 + 9 + 8 + 1 = 30,$

$15 + 9 + 5 + 1 = 12 + 10 + 8 = 30.$

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	D
2	D
3	D
4	E
5	C
6	B
7	C
8	A
9	D
10	C
11	E
12	C
13	B
14	B
15	A
16	E
17	E
18	A