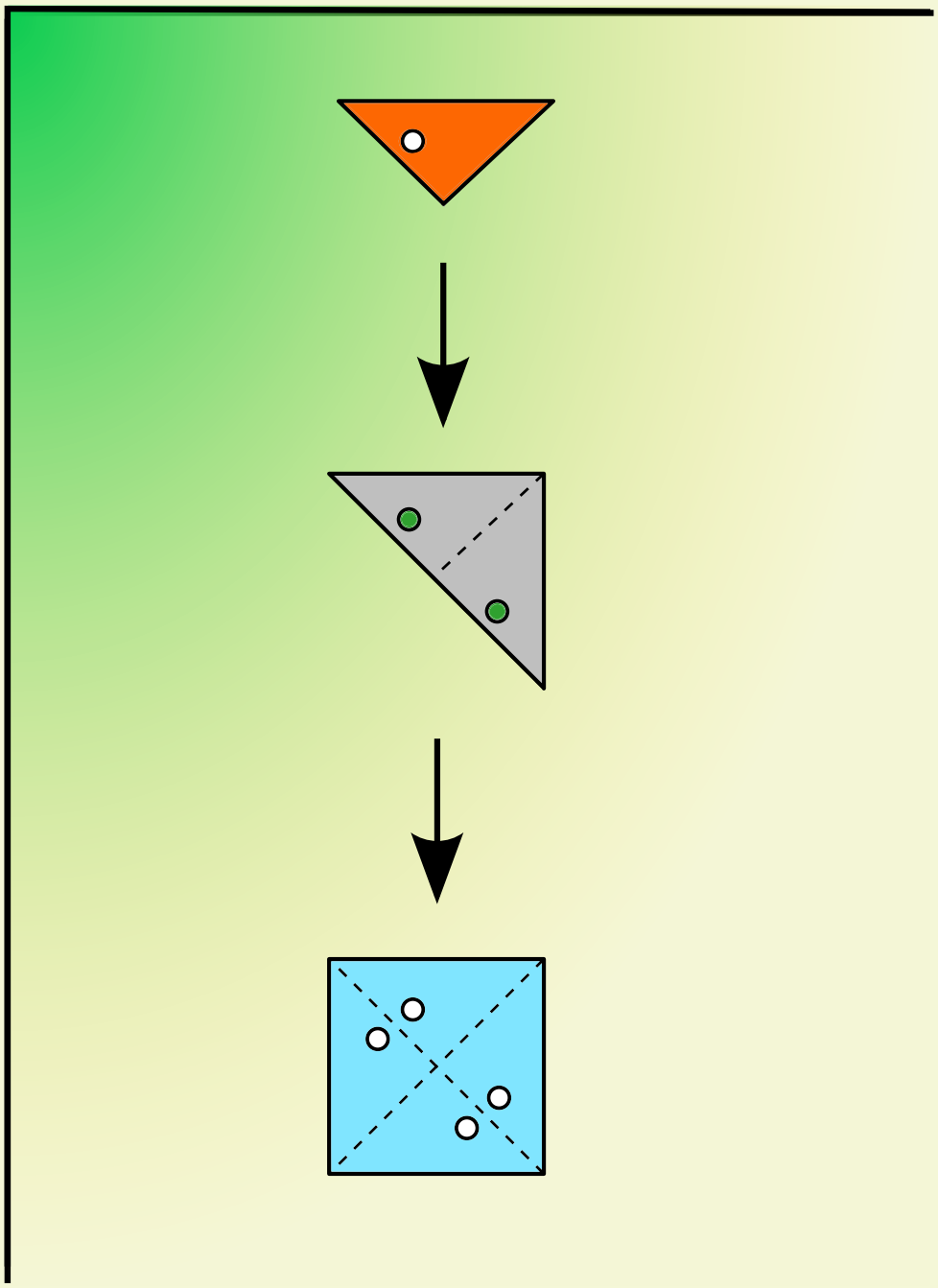
Kengūra

M A Ž Y L I S



Užduotys ir sprendimai

2017

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2017. Mažylis

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavimas
Jonas Šiurys

Viršelio autorė
Ugnė Šiurienė

© Juozas Juvencijus Mačys, 2017
© *Kengūros* konkurso organizavimo komitetas, 2017

Turinys

Pratarmė **4**

Geriausiųjų sąrašas **6**

Dalyvio kortelės pavyzdys **8**

Sąlygos **9**

Užduočių sprendimai **13**

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 48000 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2017 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis besprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2017 metų kovo 16 dieną keliavo ir gausiai sprendė 3–4 klasių (*Mažylio* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

Mažylis, 3 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Mažylis, 4 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Tarptautinis matematikos konkursas
KENGŪRA
Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: **Pavardė** P A V A R D E N I S

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys:

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

- Lietuvių ☐
- Lenkų ☐
- Rusų ☐
- Anglų ☐

Klasė	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9(G1)**	**10(G2)**	**11(G3)**	**12(G4)**
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	**7**	☐	☐	☐	☐	☐	**13**	☐	☐	☐	☐	☐	**19**	☐	☐	☐	☐	☐	**25**	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	**8**	☐	☐	☐	☐	☐	**14**	☐	☐	☐	☐	☐	**20**	☐	☐	☐	☐	☐	**26**	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	**9**	☐	☐	☐	☐	☐	**15**	☐	☐	☐	☐	☐	**21**	☐	☐	☐	☐	☐	**27**	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	**10**	☐	☐	☐	☐	☐	**16**	☐	☐	☐	☐	☐	**22**	☐	☐	☐	☐	☐	**28**	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	**11**	☐	☐	☐	☐	☐	**17**	☐	☐	☐	☐	☐	**23**	☐	☐	☐	☐	☐	**29**	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	**12**	☐	☐	☐	☐	☐	**18**	☐	☐	☐	☐	☐	**24**	☐	☐	☐	☐	☐	**30**	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

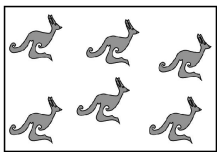
1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2013

2017 m. *Mažylio* užduočių sąlygos

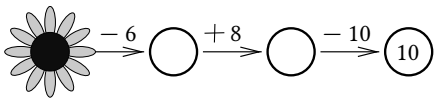
Klausimai po 3 taškus

1. Pažiūrėjęs pro langą, Jonas pamatė pusę visų parko kengūrų. Kiek kengūrų yra parke iš viso?



A) 12 **B)** 14 **C)** 16 **D)** 18 **E)** 20

2. Kokį skaičių slepia gėlytė?



A) 12 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 24 **E)** 28

3. Šalia pavaizduotos dvi kortelės. Kurią iš žemiau išvardytų kortelių reikia įstatyti tarp jų, kad kortelės liestųsi langeliais su vienodais daugybos rezultatais?

$6 \cdot 7$	$4 \cdot 9$

$6 \cdot 4$	$3 \cdot 9$

A)

$3 \cdot 6$	$2 \cdot 4$

B)

$3 \cdot 6$	$8 \cdot 3$

C)

$6 \cdot 6$	$2 \cdot 4$

D)

$6 \cdot 6$	$8 \cdot 3$

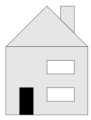
E)

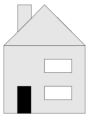
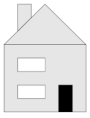
$6 \cdot 3$	$4 \cdot 8$

4. Dovilė iš skirtingos formos kortelių sudėjo paveiksliuką. Kelios kortelės turi lygiai tris kraštines?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

5. Paveikslėlyje pavaizduota, ką mato Ona, žiūrėdama į savo namą iš priekio. Iš kitos pusės name yra trys langai, bet nė vienerių durų. Ką Ona mato, žiūrėdama į namą iš užpakalio?

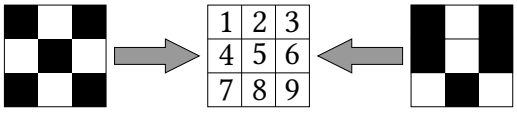


A)  **B)**  **C)** **D)** **E)**

6. Balionai parduodami pakeliuose po 5, 10 ir 25. Marius nori nusipirkti lygiai 70 balionų. Kiek mažiausiai pakelių jam teks nusipirkti?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

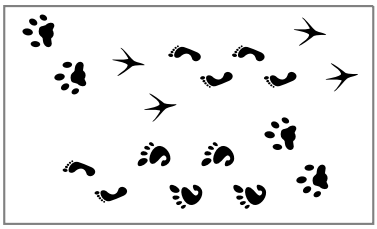
7. Dviejų peršviečiamų languotų lapelių kai kurie langeliai uždažyti juodai, kaip pavaizduota.

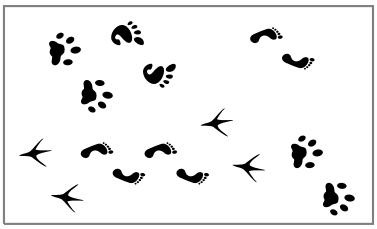


Jie vienas po kito nesukiojant užstumiami ant skaičių lentelės, pavaizduotos viduryje. Tada skaičiai, atsidūrę po juodaisiais langeliais, nebematomi. Matomas lieka vienintelis skaičius. Kuris?

A) 2 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 7 **E)** 9

8. Kairiajame paveikslėlyje pavaizduoti įvairūs pėdsakai.



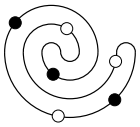


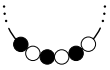
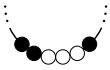
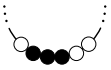
Dešinėje matome tą patį paveikslėlį, apsuktą „aukštyn kojomis“, tik jame nutrinta viena pora pėdsakų. Kuri?

A) **B)** **C)** **D)** **E)**

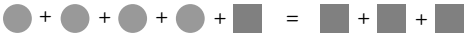
Klausimai po 4 taškus

9. Šalia paveikslėlyje matome vėrinį su šešiais karoliukais. Kuris iš apatinių paveikslėlių vaizduoja tą vėrinį?

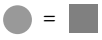
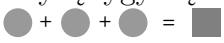
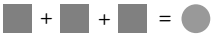


A) **B)** **C)**  **D)**  **E)** 

10. Vienodos figūros slepia vienodus skaičius, skirtingos figūros – skirtingus.



Kuri iš žemiau parašytų lygybių teisinga?

A)  **B)**  **C)**  **D)** **E)**

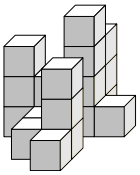
11. Matas dukart sulenkė popieriaus lapą, o tada jį pradūrė vieną kartą. Kai jis atlankstė lapą, vaizdas buvo toks, kaip parodyta šalia. Kaip Matas buvo sulankstęs popierių?

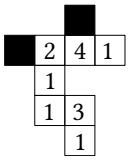
A) **B)** **C)** **D)** **E)**

12. Baseine organizuojamos varžybos. Iš pradžių jose dalyvauti užsirašė 13 vaikų, po to dar 19. Nuspręsta, kad varžybose dalyvaus 6 komandos po vienodai vaikų. Kiek mažiausiai vaikų turi dar užsirašyti, kad galima būtų sudaryti 6 komandas?

A) 10 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

13. Kairiajame paveikslėlyje pavaizduotas statinys iš vienodų kubelių. Dešiniajame paveikslėlyje pavaizduotas to statinio vaizdas iš viršaus, o skaičius langelyje rodo, kiek kubelių toje vietoje stovi vienas ant kito. Du langeliai plane užtušuoti. Kokia yra tuose langeliuose paslėptų skaičių suma?



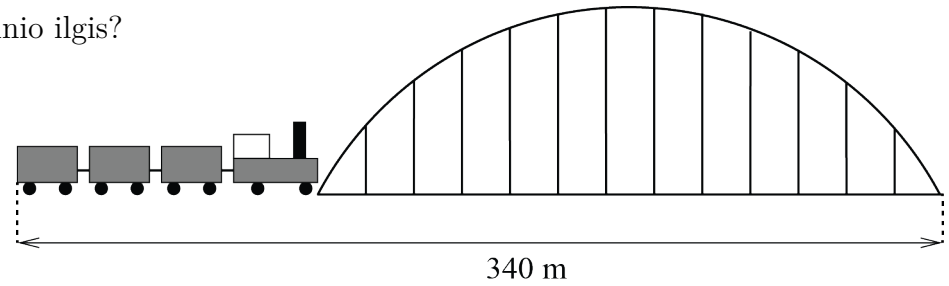


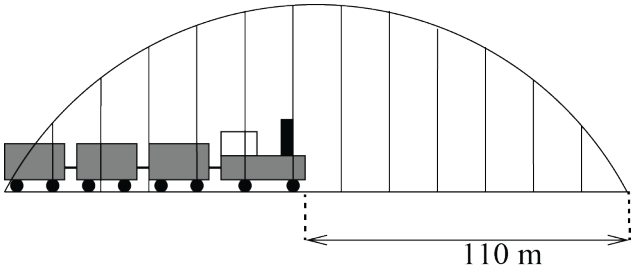
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

14. Penkios mergaitės Aistė, Brigita, Cilė, Dalia ir Emilija kiekviena metė dukart po strėlytę į taikinį, kurio dešimt sričių sužymėtos skaičiais nuo 1 iki 10. Kiekvienu iš dešimties metimų strėlytė pataikė į sritį su kitu skaičiumi. Už kiekvieną metimą duodama tiek taškų, kiek rodo toje srityje parašytas skaičius. Paaiškėjo, kad po dviejų metimų Aistė surinko 11 taškų, Brigita – 4 taškus, Cilė – 7 taškus, Dalia – 16 taškų, o Emilija – 17 taškų. Tada kiekviena iš mergaičių iš savo didesniojo rezultato atėmė mažesnįjį. Kuri iš jų gavo didžiausią skirtumą?
A) Aistė **B)** Brigita **C)** Cilė **D)** Dalia **E)** Emilija

15. Mama nori pagaminti penkis patiekalus ant viryklės su dviem kaitvietėmis. Patiekalų pagaminimo laikas atitinkamai yra 40 minučių, 15 min, 35 min, 10 min ir 45 min. Koks yra trumpiausias laikas, per kurį ji tai gali padaryti? (Patiekalą galima nuimti nuo viryklės tik kai jis gatavas.)
A) 60 min **B)** 70 min **C)** 75 min **D)** 80 min **E)** 85 min

16. Koks traukinio ilgis?

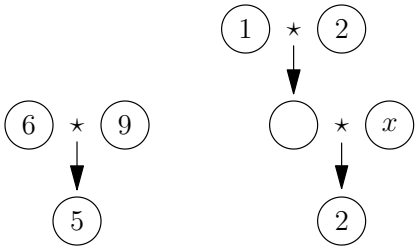




A) 55 m **B)** 115 m **C)** 170 m **D)** 220 m **E)** 230 m

Klausimai po 5 taškus

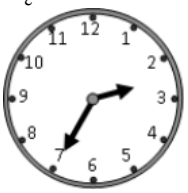
17. Veiksmas $\star$ sudeda du skaičius, o gautą sumą dalija iš 3. Pavyzdžiui, $6 \star 9 = (6 + 9) : 3 = 5$ (žr. kairįjį paveikslėlį). Kokiam skaičiui yra lygus x dešiniajame paveikslėlyje?
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5



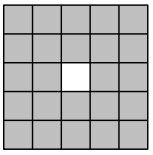
18. Zita kai kuriuose lentelės langeliuose paslėpė po vieną šypsenėlę ☺. Kai kuriuose iš likusių langelių ji įrašė skaičių, rodantį, kiek šypsenėlių yra tam langeliui gretimuose langeliuose (du langeliai yra gretimi, jeigu jie turi bendrą kraštinę arba bendrą kampinį tašką). Kiek šypsenėlių Zita paslėpė?
A) 4 **B)** 5 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 11

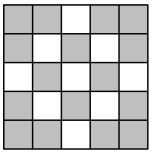
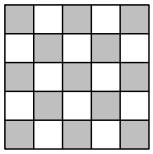
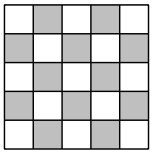
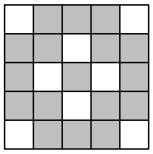
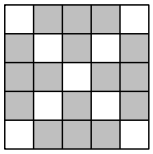
	3	3	
2			
		2	
	1		

19. Luko teniso treniruotė prasideda 17:05. Nuo namų iki autobusų stotelės jis eina 5 minutes. Autobusas eina kas 10 minučių pradedant šešta valanda ryto. Autobusu Lukas važiuoja 15 minučių. Nuo autobusų stotelės iki teniso kortų jis eina 5 minutes, tada 5 minutes persirenginėja rūbinėje. Kada jis vėliausiai turi išeiti iš namų, kad laiku suspėtų į treniruotę?

A) **B)** **C)** **D)** **E)** 

20. Elektroninėje lentelėje švietė centrinis langelis (žr. paveikslėlį šalia). Po minutės nušvito visi keturi langeliai, turintys su juo bendrą kraštą, o centrinis langelis užgeso. Po kiekvienos sekančios minutės nušvisdavo langeliai, turintys bent vieną bendrą kraštą su švietusiais praėjusią minutę, o švietusieji užgesdavo. Kaip atrodė lentelė po 4 minučių ir 30 sekundžių?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

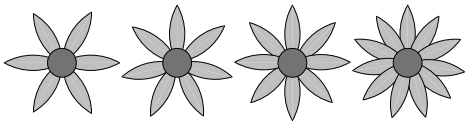
21. Keturi broliai kartu suvalgė 11 keksų. Kiekvienas iš jų suvalgė bent 1 keksą, bet jokie du iš jų nesuvalgė vienodo skaičiaus keksų. Trys iš jų suvalgė kartu 9 keksus. Vienas iš brolių suvalgė 3 keksus. Kiek keksų suvalgė tas brolis, kuris keksų suvalgė daugiausia?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

22. Yra dešimt pakelių, juose visuose skirtingas saldainių skaičius nuo 1 iki 10. Kiekvienas iš penkių berniukų ėmė po du pakelius. Aliui atiteko 5 saldainiai, Benui – 7 saldainiai, Cesiui – 9 saldainiai, Domui atiteko 15 saldainių. Edis paėmė du paskutinius pakelius. Kiek saldainių atiteko Edžiui?

A) 9 **B)** 11 **C)** 13 **D)** 17 **E)** 19

23. Monika turi 4 gėles – vieną su 6 lapeliais, vieną su 7, vieną su 8 ir vieną su 11 lapelių. Monika skina po vieną lapelį iš karto nuo trijų gėlių. Taip ji daro keletą kartų, imdama kiekvieną kartą bet kurias tris gėles. Ji sustoja, kai nebelieka trijų gėlių, nuo kurių ji vienu metu galėtų nuskinti po vieną lapelį. Koks yra mažiausias skaičius lapelių, kurie gali likti nenuskinti?



A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

24. Karolis, Ričardas ir Jonas – buvę klasės draugai. Dabar vienas iš jų – lakūnas, kitas – inžinierius, o trečias – gydytojas. Yra žinoma, kad Karolis vyresnis už lakūną, Ričardas ir gydytojas nėra bendraamžiai, o gydytojas jaunesnis už Joną. Kuris sakinys teisingas?

A) Jonas yra lakūnas **B)** Ričardas yra inžinierius **C)** Karolis nėra gydytojas
D) Jonas yra inžinierius **E)** Ričardas nėra lakūnas

Mažylio užduočių sprendimai

1. (A) 12

! Kadangi Jonas per langą mato 6 kengūras, ir tai yra pusė visų parko kengūrų, tai iš viso parke kengūrų yra $2 \cdot 6 = 12$.

Teisingas atsakymas **A**.

2. (B) 18

! Kadangi iš skaičiaus po gėlyte atimta $6 + 10 - 8 = 8$ ir gauta 10, tai gėlytė slepia skaičių 18.

Teisingas atsakymas **B**.

!! Kaip dažnai būna, verta skaičiuoti nuo galo: $10 + 10 = 20$, $20 - 8 = 12$, $12 + 6 = 18$.

Galime rašyti ir lygtį (bet čia jai per daug garbės): $x - 6 + 8 - 10 = 10$. Sprendžiame: $x - 6 + 8 = 10 + 10$, $x + 2 = 20$, $x = 18$.

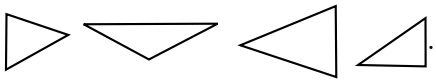
3. (D)

$6 \cdot 6$	$8 \cdot 3$

! Kadangi $4 \cdot 9 = 36$, o $6 \cdot 4 = 24$, tai įstatyti reikia tą kortelę, kurios kairėje sandauga lygi 36, o dešinėje 24. Tokia yra tik kortelė **D**: $6 \cdot 6 = 36$, $8 \cdot 3 = 24$.

Teisingas atsakymas **D**.

4. (C) 4

! Tris kraštines turi kortelės  . Jų yra keturios.

Teisingas atsakymas **C**.

5. (E)

! Paveikslėliuose **A** ir **B** yra du langai, paveikslėlyje **C** – 4 langai. Lieka paveikslėliai **D** ir **E**. Iš pirmo žvilgsnio jie tapatūs, bet geriau įsižiūrėję, matome, kad viename jų kaminas dešinėje pusėje, kitame – kairėje. Kadangi, žiūrėdama iš priekio, Ona matė kaminą dešinėje, tai žiūrėdama iš užpakalio ji matys kaminą kairėje.

Teisingas atsakymas **E**.

6. (B) 4

? Kaip visada parduotuvėje ar prie kasos verta pradėti nuo stambesnių dėmenų. Galima imti vieną pakelį su 25 balionais, bet dar geriau imti 2 pakelius – turėsime $2 \cdot 25 = 50$ balionų. Trečiojo pakelio su 25 balionais per daug, bet 20 balionų gauname paėmę 2 pakelius po 10 balionų. Iš viso turime 4 pakelius.

Renkamės atsakymą **B**.

! Įsitikinkime, kad mažiau pakelių jis pirkti negali. Iš tikrųjų, dviejų (juo labiau vieno) pakelių jam neužteks – juose bus ne daugiau kaip $2 \cdot 25 = 50$ balionų. Bet nepavyks jam nusipirkti 70 balionų ir perkant 3 pakelius: jeigu jis pirktų bent vieną pakelį su 5 ar 10 balionų, tai turėtų ne daugiau kaip $10 + 25 + 25 = 60$ balionų; o jeigu pirktų vis tris didžiuosius pakelius, tai gautų $3 \cdot 25 = 75$ balionus – per daug.

Teisingas atsakymas **B**.

7. (A) 2

! Užstūmus kairįjį lapelį ant lentelės, joje lieka matomi skaičiai 2, 4, 5, 8. Užstūmus dešinįjį lapelį, iš jų uždengiami skaičiai 4, 6, 8. Vadinasi, neuždengtas lieka skaičius 2.

Teisingas atsakymas **A**.

8. (C)

? Iš karto dešiniajame paveikslėlyje galima pastebėti tuščią vietą viršuje (tarp pėdsakų, pavaizduotų atsakymuose **A** ir **B**). Apsukę paveikslėlį, įsitikiname, kad dingo viena iš dviejų gretimų vienodų porų **C**.

Renkamės atsakymą **C**.

?? Galima tikrinti visus atsakymus. Pėdsakai **A** apsuktame paveikslėlyje yra net dviejose vietose (žinoma, antrame paveikslėlyje „pirštai“ nukreipti į kitą pusę – apsukus sąlygų lapelį, viskas atsidurs savo vietoje).

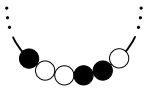
Pėdsakai **B** yra net trijose vietose. Kaip ir turi būti, jie apsisuko.

Pėdsakai **C** buvo dviejose vietose, liko tik vienoje vietoje (žinoma, apsisukę).

Renkamės atsakymą **C**.

! Žinoma, galima dar patikrinti atsakymus **D** ir **E**, – šie pėdsakai išliko. Dabar sprendimas jau pilnas.

Teisingas atsakymas **C**.

9. (A) 

? Pradėję, pavyzdžiui, nuo apatinio baltojo karoliuko eiti (iš pradžių) į dešinę ir paeiliui žymėdami karoliukus J (juodas) ir B (baltas), gauname, pavyzdžiui, BJBBJJBJBB…. Matome, kad nėra trijų vienodų karoliukų, todėl atsakymai **B**, **D**, **E** atkrinta. Atkrinta ir atsakymas **C**: kad nebūtų greta dviejų baltų karoliukų, teks pradėti nuo ketvirtojo karoliuko, bet tada penktas ir šeštas juodi; kad nebūtų dviejų juodų karoliukų, teks pradėti nuo šeštojo juodo karoliuko, bet tada devintas ir dešimtas balti karoliukai bus greta.

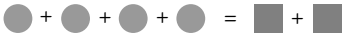
Lieka atsakymas **A**.

! Nesunku gauti eilę **A**: reikia mūsų sekoje pradėti nuo antrojo (juodo) karoliuko – kaip ir reikia, gausime JBBJJB.

Teisingas atsakymas **A**.

10. (E)

! Atmeskime iš pradinės lygybės po kvadratėlį – liks

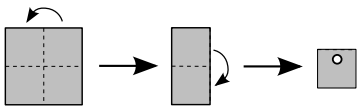


Čia keturis skrituliukus atitinka du kvadratėliai, todėl du skrituliukai atitiks vieną kvadratėlį.

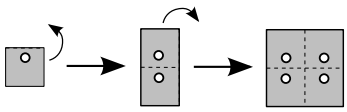
Teisingas atsakymas **E**.

11. (C)

? Iš karto matome, kad galima sulenkti popierių kaip atsakyme **C** ir pradurti skylę kaip parodyta



Atlankstę popierių, gausime:

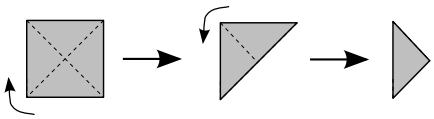


Skylės atsidūrė tose vietose, kaip parodyta sąlygoje.

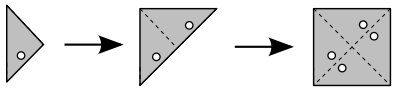
Renkamės atsakymą **C**.

! Pravartu pasižiūrėti, kas išeitų sulanksčius lapą kitaip ir pradūrus vieną kartą.

Lankstykime kaip paveikslėlyje **A**:



Matome, kad pradūrus skylę reikiamoje vietoje ir atlankstę, gausime tokį vaizdą:



Tai galima nusakyti taip: skylių (kaip viršūnių) sudaromo stačiakampio kraštinės lygiagrečios lapo įstrižainėms (o ne kraštinėms, kaip norėtume).

Aišku, kad sulenkus lapą kaip paveikslėlyje **B** (pusiau ir dar kartą pusiau) ir pradūrus, visos 4 skylės atlanksčius lapą bus vienoje tiesėje. Vienoje tiesėje atsidurs visos 4 skylės ir atveju **D** (beje, galima pradurti sulankstytą lapą taip, kad būtų tik 2 skylės). Atveju **E** skylės bus trys, ir jas atlanksčius jos bus vienoje tiesėje.

Teisingas atsakymas **C**.

12. (D) 4

! Dalyvauti jau užsirašė $13 + 19 = 32$ vaikai. Bendras vaikų skaičius turi dalytis iš 6, t. y. būti skaičiaus 6 kartotinis. Mažiausias 6-ių kartotinis, didesnis už 32, yra 36 ($= 6 \cdot 6$). Todėl dar užsirašyti turi mažiausiai $36 - 32 = 4$ vaikai.

Teisingas atsakymas **D**.

13. (D) 6

! Iš statinio paveikslėlio įžiūrime, kad į kairę nuo dviaukštės „kolonos“ yra triaukštė. Taip pat už 4-aukštės kolonos matome 3-aukštę. Vadinasi, užtušuotuose langeliuose yra skaičiai 3 ir 3. Jų suma lygi 6.

Teisingas atsakymas **D**.

14. (D) Dalia

! Pradėti reikia nuo tos sumos, kuri vieninteliu būdu užrašoma kaip dviejų nelygių dėmenų suma. Tai Brigitos suma $4 = 1 + 3$. Sumą 7 galima būtų sudaryti keliais būdais: $7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4$. Bet skaičiai 1 ir 3 jau užimti Brigitos, taigi Cilei lieka $7 = 2 + 5$. Aistės suma yra 11, o $11 = 1 + 10 = 2 + 9 = 3 + 8 = 4 + 7 = 5 + 6$. Skaičiai 1, 2, 3, 5 jau užimti, taigi Aistei lieka $11 = 4 + 7$. Sumą 16 galima sudaryti tik kaip $9 + 7$ ir $10 + 6$, o kadangi 7 užimtas, tai Dalia gavo 10 ir 6 taškus. Sumą 17 duoda tik $9 + 8$ ir $10 + 7$, bet 10 užimtas, taigi Emilija išmušė 9 ir 8 taškus. Mergaičių rezultatų skirtumai: A, $7 - 4 = 3$; B, $3 - 1 = 2$; C, $5 - 2 = 3$; D, $10 - 6 = 4$; E, $9 - 8 = 1$. Didžiausią skirtumą gavo Dalia.

Teisingas atsakymas **D**.

Pastaba. Uždavinys labai primena vienos iš *sudoku* rūšių – *kakuro* – uždavinį. Su kakuro uždaviniais galima susipažinti iš galvosūkių žurnaliukų ir knygelių arba internete.

15. (C) 75 min

! Visiems patiekalams pagaminti reikia $40 + 15 + 35 + 10 + 45 = 145$ minučių. Atrodytų, kad turint dvi kaitvietes užtektų $145 : 2 = 72{,}5$ minutės, bet kadangi patiekalų gaminimo laikai yra 5 kartotiniai, tai viską pagaminti truks ne mažiau kaip 75 minutes. Paskirstyti laiką tinkamai paprasta: ant vienos kaitvietės gaminame pirmą ir trečią patiekalus $40 + 35 = 75$ minutes, ant antros kaitvietės – likusius patiekalus $15 + 10 + 45 = 70$ minučių.

Teisingas atsakymas **C**.

!! Uždavinį ypač paprasta spręsti sustambinus laiko vienetus – skaičiuoti penkminutėmis (pmin). Tada gaminimo laikai yra 8, 3, 7, 2, 9 pmin. Iš viso patiekalai gaminami $8+3+7+2+9 = 29$ pmin, taigi vienos kaitvietės prireiks ne mažiau kaip 15 pmin. Bet tiek laiko užtenka: ant vienos gaminame $8 + 7 = 15$ pmin, ant kitos $3 + 2 + 9 = 14$ pmin. Beje, kitaip paskirsčius patiekalus 15 pmin neužtektų. O sudaryti sumą $15 = 8 + 7$ kitaip nepavyks. Griežtai įrodyti tai galima taip. Sumoje, lygioje 15, bus bent vienas iš dėmenų 7, 8, 9 – kitaip suma $3 + 2$ per maža. Jei joje yra 7, tai tenka imti ir 8 – kitaip aštuoneto iš 2, 3 ir 9 nesudarysi. Jei joje yra 8, tai tenka imti ir 7 – kitaip septyneto iš 2, 3 ir 9 nesudarysi. Jei joje yra 9, tai iš viso nėra kaip sudaryti trūkstamus 6 – iš 2, 3, 7, 8 šešeto nesudarysi.

Taigi trumpiausias laikas – 15 pmin, kai ant vienos iš kaitviečių gaminami patiekalai 8 pmin ir 7 pmin.

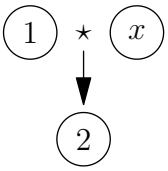
16. (B) 115 m

! Iš paveikslėlio matome, kad du traukinio ilgiai plius 110 m sudaro 340 metrų. Todėl dvigubas traukinio ilgis lygus $340 - 110 = 230$ metrų, o traukinio ilgis lygus $230 : 2 = 115$ metrų.

Teisingas atsakymas **B**.

17. (E) 5

! Į tuščią skrituliuką įrašome veiksmo $1 \star 2$ rezultatą: $(1 + 2) : 3 = 1$. Dabar turime trijulę



Vadinasi, $(1 + x) : 3 = 2$, todėl $1 + x = 6$, o $x = 5$.

Teisingas atsakymas **E**.

18. Ⓑ 5

! Įveskime šachmatų „koordinačių sistemą“:

4		3	3	
3	2			
2			2	
1		1		
	a	b	c	d

Langelyje $a3$ stovi skaičius 2, o langelyje $c4$ skaičius 3, todėl skaičius 3 langelyje $b4$ reiškia, kad gretimuose jam langeliuose $a4$, $b3$, $c3$ yra šypsenėlės:

4	☺	3	3	
3	2	☺	☺	
2			2	
1		1		
	a	b	c	d

Dabar skaičius 2 langelyje $a3$ reiškia, kad šis langelis turi tik 2 gretimas šypsenėles. Bet šypsenėlės $a4$ ir $b3$ jam gretimos, todėl likusiuose jam gretimuose langeliuose $a2$ ir $b2$ šypsenėlių nėra:

4	☺	3	3	
3	2	☺	☺	
2	—	—	2	
1		1		
	a	b	c	d

Panašiai skaičius 2 langelyje $c2$ reiškia, kad jis nebeturi kitų šypsenėlių nei $b3$ ir $c3$:

4	☺	3	3	
3	2	☺	☺	—
2	—	—	2	—
1		1	—	—
	a	b	c	d

Dabar 1 langelyje $b1$ reiškia, kad langelyje $a1$ yra šypsenėlė, o 3 langelyje $c4$ reiškia, kad trečioji gretima jam šypsenėlė yra langelyje $d4$:

4	☺	3	3	☺
3	2	☺	☺	—
2	—	—	2	—
1	☺	1	—	—
	a	b	c	d

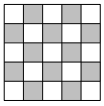
Liko suskaičiuoti šypsenėles – jų yra 5.

Teisingas atsakymas **B**.

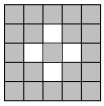
19. (A)

! Kadangi Lukas į autobusų stotelę ateis 17:10, tai autobuso laukti jam nereikės – autobusas eina 6:00, 6:10, ..., 17:00, 17:10, ... Vadinasi iki kortų kelias jam truks $5 + 15 + 5 + 5 = 30$ minučių. Todėl išeiti iš namų Lukui reikia ne vėliau, kaip 16:35. Tokį laiką rodo laikrodis **A**.

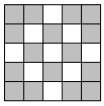
Teisingas atsakymas **A**.

20. (C) 

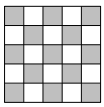
! Po minutės lentelė atrodė taip:



Po dviejų minučių vaizdas buvo toks kaip paveikslėlyje **A**:



Po trijų minučių lentelė buvo tokia kaip paveikslėlyje **B**:



Todėl po keturių minučių (taigi ir po 4 minučių ir 30 sekundžių) visi juodieji langeliai tapo baltais, o baltieji – juodais, taigi atrodė kaip paveikslėlyje **C**.

Teisingas atsakymas **C**.

Pastaba. Žinoma, po 5 minučių vėl turėsime **B**, po 6 – vėl **C** ir taip toliau.

21. (C) 5

! Kadangi trys broliai suvalgė 9 keksus, tai ketvirtajam liko 2 keksai. Vadinasi, yra brolis, suvalgęs 2 keksus, ir yra brolis, suvalgęs 3 keksus. Kitiems dviem lieka $11 - 2 - 3 = 6$ keksai. Sumą 6 iš dviejų nelygių dėmenų galima sudaryti dviem būdais: $6 = 1 + 5 = 2 + 4$. Bet dvejetas jau užimtas, taigi tinka tik 1 ir 5 keksai. Vadinasi, broliai atitinkamai suvalgė 2, 3, 1, 5 keksus. Daugiausiai suvalgęs brolis suvalgė 5 keksus.

Teisingas atsakymas **C**.

!! Sumą 11 iš keturių nelygių dėmenų galima sudaryti tik taip: $11 = 1 + 2 + 3 + 5$. Taigi iš karto gauname atsakymą **C**.

Pastaba. Matome, kad antrą ir trečią sąlygos sakinius galima tiesiog išbraukti – tie duomenys nereikalingi, t. y. pertekliniai. Beje, uždavinys iš esmės labai panašus į 14 ir 15 uždavinius.

22. (E) 19

! Aišku, kad Edžiui liko $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) - 5 - 7 - 9 - 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 10 - 15 = 2 + 3 + 6 + 8 = 19$ saldainių.

Teisingas atsakymas **E**.

!! Galima skaičiuoti ir taip: saldainių buvo $(1+10)+(2+9)+(3+8)+(4+7)+(5+6) = 5 \cdot 11 = 55$. Pirmieji keturi berniukai paėmė $5 + 7 + 9 + 15 = 36$ saldainius. Taigi Edžiui liko $55 - 36 = 19$ saldainių.

23. (B) 2

? Paprasčiausia skabyti po lapelį nuo „turtingesnių“ gėlių. Taip iš (6, 7, 8, 11) gauname (6, 6, 7, 10), tada (5, 6, 6, 9), (5, 5, 5, 8), (4, 4, 5, 7), (3, 4, 4, 6), (3, 3, 3, 5), (2, 2, 3, 4), (1, 2, 2, 3), (1, 1, 1, 2), (0, 0, 1, 1). Liko nenuskinti 2 lapeliai.

Renkamės atsakymą **B**.

! Pasitelkime matematiką. Iš viso yra $6 + 7 + 8 + 11 = 32$ lapeliai. Kadangi nuskintų lapelių skaičius kartotinis skaičiui 3, tai likti gali 2 (o gal 5 ar 8) lapeliai. Šiaip jau aišku, kad „išmintingai“ skinant (pavyzdžiui, stengiantis apvienodinti likusių lapelių skaičių kaip sprendime **?**) liks 2 lapeliai. Įrodykime tai.

Paprasta nuskinti 12 žiedlapių – po 3 nuo kiekvienos gėlės. Iš tikrųjų, pirmą kartą neskiname nuo pirmos gėlės (skiname po lapelį nuo kitų), antrą kartą neskiname nuo antros, trečią kartą – nuo trečios, ketvirtą nuo ketvirtos. Taip po 4 skynimų nuo kiekvienos gėlės bus nuskinta po 3 lapelius, ir po jų iš (6, 7, 8, 11) turėsime (3, 4, 5, 8).

Dabar 3 kartus nelieskime pirmos ir skinkime nuo kitų – turėsime (3, 1, 2, 5). Užbaigti paprasta – gauname (2, 1, 1, 4), (1, 0, 1, 3), (0, 0, 0, 2). Dabar jau skinti nebegalime, liko 2 lapeliai.

24. (D) Jonas yra inžinierius

! Įsiskaitykime į sąlygą: Ričardas ir gydytojas ne bendraamžiai, gydytojas jaunesnis už Joną. Kitaip sakant, gydytojas – ne Ričardas ir ne Jonas. Vadinasi, gydytojas – tai Karolis. Kadangi dabar Karolis (gydytojas) jaunesnis už Joną ir vyresnis už lakūną, tai Jonas – ne lakūnas. Todėl Jonas inžinierius, o Ričardas – lakūnas. Matome, kad sakiniai **A**, **B**, **C**, **E** neteisingi, o **D** – teisingas.

Teisingas atsakymas **D**.

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	A
2	B
3	D
4	C
5	E
6	B
7	A
8	C
9	A
10	E
11	C
12	D
13	D
14	D
15	C
16	B
17	E
18	B
19	A
20	C
21	C
22	E
23	B
24	D