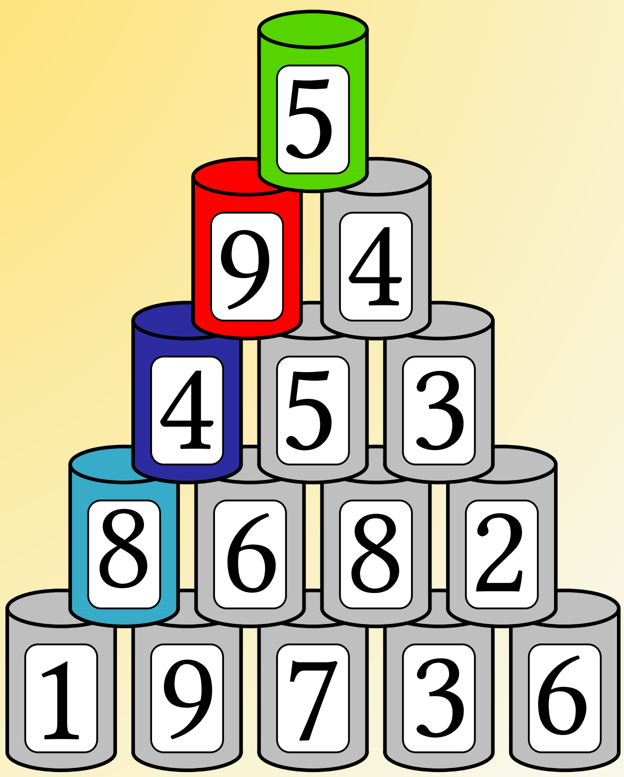
Tarptautinis matematikos konkursas

KENGŪRA Bičiulis



Užduotys ir sprendimai

2019

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VILNIAUS UNIVERSITETAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2019. Bičiulis

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorė ir sudarytoja
Ugnė Gudžinskaitė

Redaktorius
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavo
Ugnė Gudžinskaitė

Turinys

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 43000 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2019 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis besprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2019 metų kovo 21 dieną keliavo ir gausiai sprendė 5–6 klasių (*Bičiulio* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

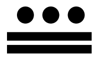
Organizatoriai

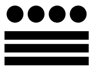
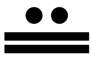
2019 m. *Bičiulio* užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

1. $2 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 9 + 2 + 0 + 1 + 9 =$
A) 2031 **B)** 2019 **C)** 0 **D)** 100 **E)** 12

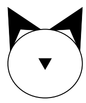
2. Majai užrašydavo skaičius brūkšniais ir taškais. Taškas reiškia 1, o brūkšnys reiškia 5. Dešinėje užrašytas skaičius 13. Kaip majai užrašydavo skaičių 17?

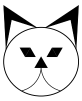
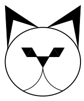
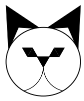
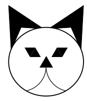
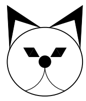


A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

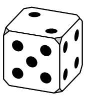
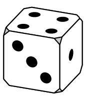
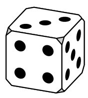
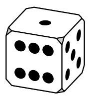
3. Skaitmeninis laikrodis rodo laiką 20:19. Kuris iš žemiau užrašytų laikų pasirodys laikrodžio ekrane anksčiausiai po 20:19?
A) 01:29 **B)** 09:21 **C)** 21:09 **D)** 09:12 **E)** 02:19

4. Katrė pradėjo piešti katę (žr. pav. dešinėje). Kuris iš žemiau esančių paveikslėlių gali būti jos pabaigtas piešinys?



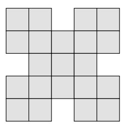
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

5. Standartinio žaidimo kauliuko bet kurių priešingų sienelių akučių suma yra lygi 7. Tik vienas iš žemiau pavaizduotų kauliukų yra standartinis. Kuris?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

6. Mokyklos chorą sudaro 14 penktokų ir 12 šeštokų. Lygiai pusė choristų važiavo į ekskursiją. Kiek mažiausiai penktokų galėjo važiuoti į ekskursiją?
A) 5 **B)** 4 **C)** 3 **D)** 2 **E)** 1

7. Laimis nori nuspalvinti vieną 2×2 kvadratą  dešinėje pavaizduotoje figūroje. Keliais skirtingais būdais jis gali išsirinkti tokį kvadratą?

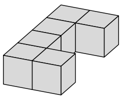
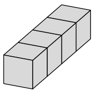
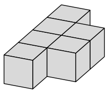
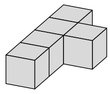
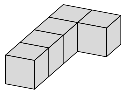


A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

8. Žaidimo kauliuko sienelėse užrašyti nelyginiai skaičiai 1, 3, 5, 7, 9 ir 11. Arvydas ridena kauliuką tris kartus ir sudeda gautus skaičius. Kuris iš šių skaičių negali būti jo išridentų skaičių suma?
A) 21 **B)** 3 **C)** 20 **D)** 19 **E)** 29

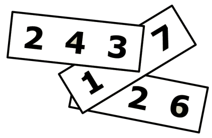
9. Vienos kengūrų šeimos narių amžių suma yra 36 metai. Po dvejų metų tų pačių kengūrų amžių suma bus 60 metų. Kiek kengūrų yra šioje šeimoje?
A) 10 **B)** 12 **C)** 15 **D)** 20 **E)** 24

10. Mantė dažo figūrėles, suklijuotas iš vienodų kubelių. Kuriai figūrėlei reikės daugiausiai dažų?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

Klausimai po 4 taškus

11. Trijose juostelėse parašyta po triženklį skaičių. Visų trijų skaičių suma lygi 826. Paveikslėlyje du skaitmenys uždengti. Kokia šių skaitmenų suma?



A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 11

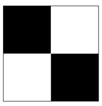
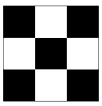
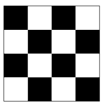
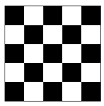
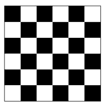
12. Varlė Kvaklė per dieną paprastai suryja 5 vorus. Kai Kvaklė būna itin išalkusi, ji per dieną suryja 10 vorų. Per pastarąsias 9 dienas ji surijo 60 vorų. Kelias iš šių dienų Kvaklė buvo itin išalkusi?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 6 **E)** 9

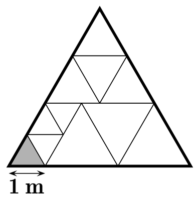
13. Lentoje užrašyti aštuoni iš eilės einantys natūralieji skaičiai. Mažiausių trijų skaičių suma lygi 66. Keli iš lentoje parašytų skaičių dalijasi iš 3?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

14. Penki lygūs kvadratai yra padalinti į mažesnius kvadratėlius. Kurio kvadrato juodai užspalvintos dalies plotas didžiausias?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

15. Trikampis padalintas į mažesnius lygiakraščius trikampius kaip parodyta paveikslėlyje. Pilkojo trikampio kraštinės ilgis yra 1 m. Koks yra didžiojo trikampio perimetras?

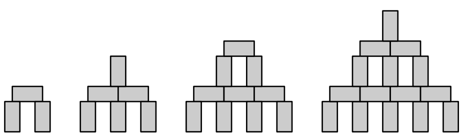


A) 15 m **B)** 17 m **C)** 18 m **D)** 20 m **E)** 21 m

16. Raganos kieme buvo 30 gyvūnų – šunų, kačių ir pelių. Kartą ragana 6 šunis pavertė katėmis, o 5 kates pavertė pelėmis. Po šių burtų raganos kieme šunų, kačių ir pelių skaičius išsilygino. Kiek kačių buvo jos kieme iš pradžių?

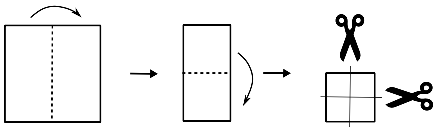
A) 4 **B)** 5 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 11

17. Iš stačiakampių kaladėlių, kurių dydis yra $1\,\text{cm} \times 1\,\text{cm} \times 2\,\text{cm}$, bokštai statomi taip, kaip parodyta paveikslėlyje. Koks bus bokšto, pastatyto iš 28 kaladėlių, aukštis?



A) 9 cm **B)** 11 cm **C)** 12 cm **D)** 14 cm **E)** 17 cm

18. Dalia dukart perlenkė kvadratinį popieriaus lapą pusiau, o tada perkirpo du kartus kaip pavaizduota. Kelias popieriaus skiauteles ji gavo?



A) 6 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 12 **E)** 16

19. Ali Baba ir 40 plėšikų po lygiai pasidalino 42 kapšus su auksinėmis monetomis. Kiekviename kapše buvo toks pats skaičius monetų. Visi gavo po vieną pilną kapšą ir dar dvi monetas. Kiek monetų buvo kiekviename kapše iš pradžių?
A) 42 **B)** 40 **C)** 82 **D)** 84 **E)** 41

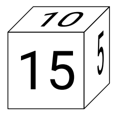
20. Kengūriukas Bičiulis įrašė sveikąjį skaičių į pirmą skrituliuką iš kairės, o tada paeiliui įrašė po skaičių į likusius skrituliukus pagal nurodytas taisykles. Keli iš įrašytųjų skaičių dalijasi iš 3?

$$\bigcirc \xrightarrow{+1} \bigcirc \xrightarrow{+1} \bigcirc \xrightarrow{\times 3} \bigcirc \xrightarrow{+2} \bigcirc \xrightarrow{\times 2} \bigcirc$$

A) Lygiai 1 **B)** Gali dalytis ir 1, ir 2 **C)** Lygiai 2 **D)** Gali dalytis ir 2, ir 3
E) Gali dalytis ir 3, ir 4

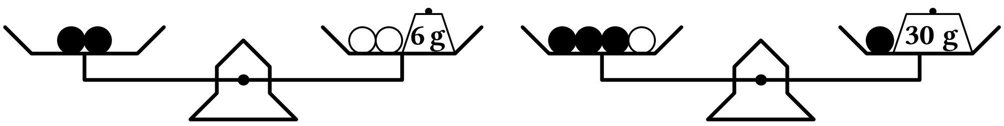
Klausimai po 5 taškus

21. Paveikslėlyje pavaizduotas kubas, kurio sienose užrašyta po natūralųjį skaičių. Bet kurių dviejų priešingų sienų skaičių sandauga yra tokia pati. Kokia gali būti mažiausia visų šešių kubo sienose užrašytų skaičių suma?



A) 36 **B)** 37 **C)** 41 **D)** 44 **E)** 60

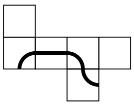
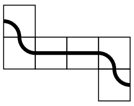
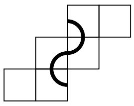
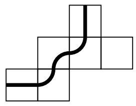
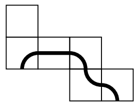
22. Šeši vienodi juodi rutuliukai ir trys vienodi balti rutuliukai yra padėti ant dvejų svirtinių svarstyklių kaip parodyta paveikslėlyje. Koks visų devynių rutuliukų svoris?



A) 100 g **B)** 99 g **C)** 96 g **D)** 94 g **E)** 90 g

23. Trys draugai – Kengas, Kingas ir Kongas – kasdien eina kartu pasivaikščioti. Jei kelionėje Kengas neturi skėčio, tai skėtį turi Kingas. O jei Kingas neturi skėčio, tai skėtį turi Kongas. Šiandien Kingas skėčio nepasiėmė. Kas pasiėmė skėtį?
A) Ir Kengas, ir Kongas **B)** Tik Kengas **C)** Tik Kongas **D)** Tik Kingas
E) Neįmanoma nustatyti

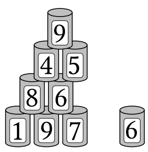
24. Žemiau pavaizduotos kubų išklotinės. Iš jų sulanksčius kubus, tik ant vieno iš jų storosios linijos pradžia ir galas susijungs. Kuri tai išklotinė?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

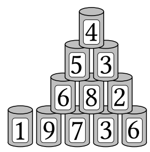
25. Šeimoje auga keturi vaikai: Ka, La, Ma ir Na. Jų mama vieną kartą pasakė:
trijulėje La, Ma ir Na yra viena mergaitė ir du berniukai,
trijulėje Ka, La ir Ma yra vienas berniukas ir dvi mergaitės,
poroje Ka ir La yra vienas berniukas ir viena mergaitė.
Kokie berniukų vardai?
A) La ir Na **B)** Ka ir La **C)** Ka ir Ma **D)** Ka ir Na **E)** Ma ir Na

26. Miglė nusifotografavo keliose asmenukėse su savo 8 pusseserėmis. Kiekviena iš 8 Miglės pusseserių yra arba dviejose, arba trijose nuotraukose. Kiekvienoje nuotraukoje yra lygiai 5 Miglės pusseserės. Kiek asmenukių padarė Miglė?
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

27. Audrius ir Ugnius metė po kamuolį į visiškai vienodas piramides iš 15 skardinių, ir kiekvienas gavo tiek taškų, kokia buvo skaičių ant numuštų skardinių suma. Audrius numušė 6 skardines ir gavo 25 taškus, o Ugnius numušė 4 skardines (žr. pav. apačioje). Kiek taškų gavo Ugnius?



Po Audriaus metimo



Po Ugniaus metimo

A) 22 **B)** 23 **C)** 25 **D)** 26 **E)** 28

28. Traukinys turi 11 vagonų, kuriuose iš viso važiuoja 350 keleivių. Bet kuriuose trijuose iš eilės sukabintuose vagonuose važiuoja lygiai 99 keleiviai. Kiek keleivių važiuoja šeštajame traukinio vagone?
A) 53 **B)** 46 **C)** 39 **D)** 33 **E)** 32

29. Linas iš 32 baltų ir 32 juodų $1 \times 1 \times 1$ kubelių deda $4 \times 4 \times 4$ kubą. Kokia didžiausia kubo viso paviršiaus ploto dalis gali būti balta?
A) $\frac{1}{4}$ **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** $\frac{2}{3}$ **D)** $\frac{3}{4}$ **E)** $\frac{3}{8}$

30. Vienas Tautės automatas 1 baltą žetoną pakeičia į 3 raudonus, kitas 1 raudoną žetoną – į 2 baltus. Iš pradžių Tautė turėjo 3 baltus žetonus. Po 9 keitimų ji turi lygiai 16 žetonų. Kiek iš jų yra raudonų?
A) 9 **B)** 7 **C)** 4 **D)** 12 **E)** 5

Bičiulio užduočių sprendimai

1. (E) 12

! Galime pastebėti, kad pirmasis dėmuo bus lygus 0, o visa kita paprasčiausia tiesiog suskaičiuoti: $2 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 9 + 2 + 0 + 1 + 9 = 2 + 1 + 9 = 12$. Renkamės atsakymą **E**.

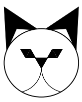
2. (C) 

! Pastebėkime, kad $17 = 15 + 2 = 5 \cdot 3 + 2$, taigi skaičių 17 užrašysime panaudodami tris brūkšnius ir du taškus. Toks yra atsakymas **C**.

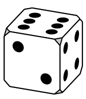
Pastaba. Galbūt skaitytojui sukirbėjo abejonė, ar to paties skaičiaus neįmanoma užrašyti dviem skirtingais būdais? Tarkime, skaičių 6 galime užrašyti su 1 brūkšniu ir 1 tašku (būtent toks yra atsakymas **A**), bet gal galima parašyti tiesiog 6 taškus? Kad taip nebūtų, geriausia susitarti, kad užrašant skaičių majų būdu galima panaudoti ne daugiau kaip keturis taškus (išties, visi uždavinio atsakymai iš tiesų turi ne daugiau kaip keturis taškus). Tada kiekvienas natūralusis skaičius turės lygiai vieną išraišką majų sistemoje: dalydami skaičių iš 5 su liekana dalmenį gausime brūkšnių skaičių, o dalijant gauta liekana bus taškų skaičius.

3. (C) 21:09

! Peržiūrėję atsakymo variantus pastebime, kad laikus **A**, **B**, **D** ir **E** laikrodis rodys jau kitą dieną, t. y. po vidurnakčio, o laiką **C** rodys dar tą pačią dieną. Vadinasi, būtent šis laikas pasirodys anksčiausiai. Renkamės atsakymą **C**.

4. (C) 

! Matome, kad iš visų variantų tik atsakymai **C** ir **D** turi tokias katės ausis kaip Katrės piešinyje – juodas, su mažu baltu „trikampėliu“ apačioje. Šie du atsakymai tarpusavy skiriasi nosies forma. Katrės piešinyje nosies forma tokia, kaip atsakymo **C**. Jį ir renkamės.

5. (E) 

! Panagrinėkime atsakyme **A** pavaizduotą kauliuką. Viršutinėje sienelėje nupieštos 2 akutės. Jei šis kauliukas būtų standartinis, tai priešingoje, apatinėje, sienelėje turėtų būti 5 akutės, kad jų abiejų suma būtų lygi 7. Tačiau taip būti negali, nes 5 akutės jau nupieštos ne apatinėje, o paveikslėlio priekyje pavaizduotoje sienelėje. Vadinasi, tai ne standartinis kauliukas. Šį pastebėjimą galime ir apibendrinti: standartinio kauliuko gretimų (t.y. nepriešingų) sienelių akučių suma negali būti lygi 7. Panašiai samprotaujame žiūrėdami į atsakymus **B**, **C** ir **D**: jų visų priekyje ir viršuje pavaizduotų sienelių akučių suma yra lygi 7, taigi jie nėra standartiniai. O štai atsakyme **E** jokių dviejų matomų sienelių akučių suma nėra lygi 7. Taigi jei apačioje esanti sienelė turi vieną akutę, užpakalinė sienelė – 5 akutes, o kairiajame šone esanti nematoma sienelė – 3 akutes, tai šis kauliukas ir bus standartinis. Kadangi lygiai vienas atsakymas yra teisingas, renkamės atsakymą **E**.

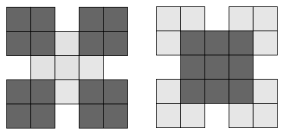
6. E 1

! Mokyklos chore iš viso dainuoja $14 + 12 = 26$ mokiniai. Į ekskursiją važiavo $26 : 2 = 13$ choristų. Net jei į ekskursiją būtų išvažiavę visi 12 šeštokų, dar liktų $13 - 12 = 1$ mokinys, kuris būtinai būtų penktokas. Taigi į ekskursiją važiavo mažiausiai 1 penktokas.

Teisingas atsakymas – **E**.

7. D 8

! Figūroje galime išskirti keturis 2×2 dydžio „kampukus“ ir vidurinę 3×3 dydžio kvadratinę dalį, kuri iš dalies persikloja su „kampukais“ (žr. pav. šone). Laimis gali nuspalvinti arba kurį nors vieną iš keturių „kampukų“, arba pasirinkti 2×2 kvadratą, kuris visas priklausytų 3×3 dydžio viduriniam kvadratui. Nesunku suskaičiuoti, kad iš vidurinės dalies 2×2 dydžio kvadratą galima išskirti 4 būdais. Taigi, iš viso Laimis kvadratuką gali išsirinkti $4 + 4 = 8$ būdais.



Kampukai Vidurinė dalis

Teisingas atsakymas – **D**.

8. C 20

? Čia svarbiausia pastebėti, kad trijų nelyginių skaičių suma visada yra nelyginis skaičius. Iš penkių pateiktų atsakymų tik atsakymas **C** yra lyginis – šis skaičius tikrai negali būti Arvydo išridentų skaičių suma. Todėl renkamės atsakymą **C**.

! Įsitikinkime, kad galime gauti kituose atsakymuose nurodytas sumas:

A) $21 = 7 + 7 + 7$

B) $3 = 1 + 1 + 1$

D) $19 = 7 + 7 + 5$

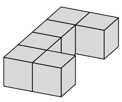
E) $29 = 9 + 9 + 11$

Vadinasi, galime gauti visas sumas išskyrus **C**. Teisingas atsakymas – **C**.

9. B 12

! Per dvejus metus kengūrų šeimos narių amžių suma padidėjo $60-36 = 24$ metais. Kiekvienam šeimos nariui „atitenka“ po 2 iš šių 24 metų, todėl iš viso šeimoje yra $24 : 2 = 12$ kengūrų.

Teisingas atsakymas – **B**.

10. A 

? Galime spėti, kad daugiausia dažų reikės toms figūrėlėms, kurios suklijuotos iš didžiausio skaičiaus kubelių, t. y. iš 6 kubelių suklijuotoms figūrėlėms **A** ir **C**. Lygindami šias dvi figūrėles vieną su kita pastebime, kad figūrėlėje **C** iš dešinės priklijuoti du kubeliai yra greta vienas kito, o figūrėlėje **A** – atskirai. Dažant šiuos du kubelius figūrėlėje **C** reikės mažiau dažų nei figūrėlėje **A**, nes nereikės dažyti šių kubelių sienų, kurios yra suklijuotos viena su kita. Renkamės atsakymą **A**.

! Dalies **?** mintį galime panaudoti ir spręsdami uždavinį nuosekliai. Kiekvienas kubelis turi 6 sienas, todėl galime suskaičiuoti, kiek kiekvienos figūrėlės kubeliai iš viso turi sienų, o tada atimti skaičių tų sienų, kurios figūrėlėje yra suklijuotos tarpusavyje (kiekvienas suklijavimas sutaupo dvi sienas, kurių nebereikia dažyti).

A) Figūrėlė sudaryta iš 6 kubelių ir yra suklijuota 5 vietose, todėl iš viso reikės dažyti $6 \cdot 6 - 5 \cdot 2 = 36 - 10 = 26$ sienas.

B) 4 kubeliai ir 3 suklijuotos vietos, todėl dažyti reikės $4 \cdot 6 - 3 \cdot 2 = 24 - 6 = 18$ sienų.

C) 6 kubeliai ir 6 suklijuotos vietos, todėl dažyti reikės $6 \cdot 6 - 6 \cdot 2 = 36 - 12 = 24$ sienas.

D) 5 kubeliai ir 4 suklijuotos vietos, todėl dažyti reikės $5 \cdot 6 - 4 \cdot 2 = 30 - 8 = 22$ sienas.

E) 5 kubeliai ir 4 suklijuotos vietos, todėl dažyti reikės $5 \cdot 6 - 4 \cdot 2 = 30 - 8 = 22$ sienas.

Daugiausia nudažytų sienų, 26, turės figūrėlė **A**, todėl teisingas atsakymas – **A**.

11. (C) 9

! Užrašykime trijų juostelių sudėties veiksmą stulpeliu, nežinomus skaitmenis pakeisdami žvaigždutėmis (žr. pav. dešinėje). Iš pradžių sudedame vienetų skaitmenis: $3 + 7 + 6 = 16$, taigi sudėdami dešimčių skaitmenis turėsime pridėti „vieną minty“. Dabar sudedame žinomus dešimčių skaitmenis: $4+2+1 = 7$. Sumos dešimčių skaitmuo yra 2, todėl vietoj pirmosios žvaigždutės turime įrašyti 5 (nes $4+5+2+1 = 12$). Pereiname prie šimtų sudėties, kur irgi pridėsime „vieną minty“: $2+1+1+* = 8$, iš čia matome, kad vietoj antrosios žvaigždutės reikia įrašyti 4. Sudėję 4 ir 5, gausime 9.

$$\begin{array}{r} 2\,4\,3 \\ +\,1\,*\,7 \\ *\,2\,6 \\ \hline 8\,2\,6 \end{array}$$

Teisingas atsakymas – **C**.

!! Kadangi nežinomi skaitmenys yra skirtingų eilių (vienas – šimtų eilės, kitas – dešimčių), galime spręsti ir kitaip. Nekreipkime dėmesio į sąlygos žodžius, jog visi skaičiai yra triženkliai, ir įsivaizduokime, kad abu uždengti skaitmenys yra 0. Tuomet visų trijų skaičių suma būtų $243 + 107 + 26 = 376$, o tai yra $826 - 376 = 450$ mažiau nei tikroji suma. Vadinasi, vietoj uždengto šimtų skaitmens reikia parašyti 4 (nes taip visa suma padidės 400), o vietoj uždengto dešimčių skaitmens – 5 (taip visa suma padidės dar 50). Kadangi $4+5 = 9$, teisingas atsakymas – **C**.

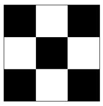
12. (C) 3

! Jei per visas 9 dienas Kvaklė būtų rijusi vorus kaip paprastai (t. y. po 5), tai iš viso ji būtų suvalgiusi $9 \cdot 5 = 45$ vorus, o iš tiesų ji suvalgė $60 - 45 = 15$ vorų daugiau. Šiuos „papildomus“ 15 vorų ji surijo būtent tomis dienomis, kai buvo itin išalkusi, kiekvieną didelio alkio dieną surydama penkiais vorais daugiau nei paprastai. Vadinasi, 15 papildomų vorų pasiskirsto į $15 : 5 = 3$ dienas, kai Kvaklė buvo itin išalkusi.

Teisingas atsakymas – **C**.

13. (C) 3

! Pastebėkime, kad trijų iš eilės einančių natūraliųjų skaičių suma lygi trigubam viduriniajam skaičiui, nes mažiausias skaičius bus vienetu mažesnis už vidurinį, o didžiausias – vienetu didesnis už vidurinį, tad galime įsivaizduoti, kad didžiausias skaičius „paskolina“ vienetą mažiausiam ir taip visi trys skaičiai tampa lygūs. Padalinę sumą 66 iš trijų, gauname $66 : 3 = 22$, vadinasi, lentoje užrašyti trys mažiausi skaičiai yra 21, 22 ir 23. Dabar nesunku rasti visus aštuonis skaičius, kurie buvo užrašyti lentoje: 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27 ir 28. Iš trijų dalijasi 3 skaičiai (21, 24 ir 27). Renkamės atsakymą **C**.

14. B 

? Lengva pastebėti, kad atsakymuose **A**, **C** ir **E** nuspalvinta lygiai pusė ploto, o atsakymuose **B** ir **D** – truputį daugiau nei pusė. Abiejuose šiuose atsakymuose juodų kvadratėlių yra vienu daugiau nei baltų, tik **B** atsakyme tas vienas juodas kvadratėlis yra didesnis nei **D**. Todėl renkamės atsakymą **B**.

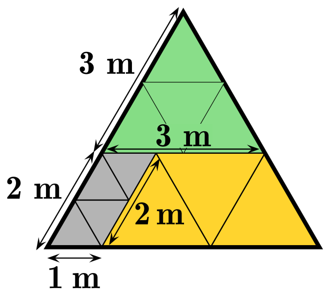
! Galime palyginti atsakymus **B** ir **D** skaičiais. **B** atsakyme nuspalvinta $\frac{5}{9}$ ploto, o **D** – $\frac{13}{25}$ ploto. Subendravardiklinę šias trupmenas, gauname

$$\frac{5 \cdot 25}{9 \cdot 25} = \frac{125}{225} \quad \text{ir} \quad \frac{13 \cdot 9}{25 \cdot 9} = \frac{117}{225}.$$

Kadangi $\frac{125}{225} > \frac{117}{225}$, tai atsakymo **B** juodosios dalies plotas didesnis.

Teisingas atsakymas – **B**.

15. A 15 m

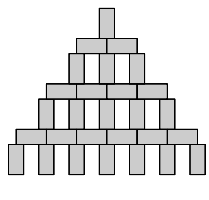


! Sprendimo idėja grafiškai pavaizduota brėžinyje. Didysis trikampis taip pat bus lygiakraštis, nes jo visi kampai lygūs 60 laipsnių. Lygūs trikampiai yra nuspalvinti ta pačia spalva. Pilkų trikampių kraštinės ilgis lygus 1 m, kaip duota sąlygoje. Geltonų trikampių kraštinės ilgis dvigubai didesnis – 2 m. Keturi žali trikampiai kartu sudaro vieną didelį žalią lygiakraštį trikampį, kurio kraštinės ilgis yra $1 + 2 = 3$ m. Dabar nesunkiai randame, kad didžiojo trikampio kraštinės ilgis yra $2 + 3 = 5$, o perimetras – $3 \cdot 5 = 15$ m. Teisingas atsakymas – **A**.

16. C 9

! Spręskime uždavinį nuo galo, tarsi raganos burtai būtų nufilmuoti ir mes juos žiūrėtume „atbulai“ . Pačioje pabaigoje šunų, kačių ir pelių buvo po lygiai, t. y. po $30 : 3 = 10$. Tada 5 pelės atvirsta atgal katėmis, todėl pelių palieka $10 - 5 = 5$, o kačių padaugėja iki $10 + 5 = 15$. Tada 6 katės atvirsta į šunis ir kačių sumažėja iki $15 - 6 = 9$, o šunų padaugėja iki $10 + 6 = 16$. Taigi iš pradžių raganos kieme buvo 9 katės. Renkamės atsakymą **C**.

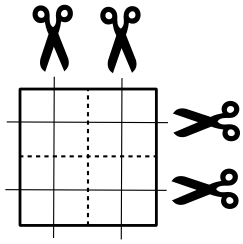
17. B 11 cm



! Galime įsivaizduoti, kad bokštai statomi iš atskirų „aukštų“, kur vienas aukštas kaladėlių statomas gulsčiai (jo aukštis yra 1 cm), kitas – stačiai (jo aukštis – 2 cm), ir t. t. Sąlygoje pavaizduoti dviejų, trijų, keturių ir penkių aukštų bokštai. Nesunku pastebėti, kad viršutinis aukštas visada turi vieną kaladėlę, o kiekvieną žemiau esantį aukštą sudaro viena kaladėle daugiau nei aukščiau esantį.

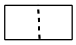
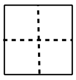
Kiek aukštų turės bokštas, pastatytas iš 28 kaladėlių? Kaip matome sąlygos brėžinyje, penkių aukštų bokštui reikės $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ kaladėlių, šešių aukštų bokštui reikės šešiomis kaladėlėmis daugiau, t y. $15 + 6 = 21$ kaladėlių, o septynių aukštų $21 + 7 = 28$ kaladėlių. Taigi, statysime septynių aukštų bokštą. Stačiai statysime kaladėles 1-ame, 3-iame, 5-ame ir 7-ame aukštuose, o gulsčiai – 2-ame, 4-ame ir 6-ame (žr. pav. viršuje). Bendras 4 stačių ir 3 gulsčių aukštų aukštis bus $4 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 8 + 3 = 11$ (cm).
Teisingas atsakymas – **B**.

18. C 9



! Geriausia, jei turime atliekamą popieriaus lapą po ranka: perlenkiame ir sukarpome jį kaip nurodyta, o tada suskaičiuojame gautų skiautelių skaičių. Štai uždavinys ir išspręstas!

O ką daryti, jei tokio popieriaus lapo neturime? Nesunku suprasti, kad lenkimo linijos padalins lapą į keturias lygias dalis, ir kiekviena iš jų bus vienodai perkirpta du kartus. Kad būtų lengviau įsivaizduoti, pasinaudokime dešinėje pavaizduotu brėžiniu, kur lenkimo linijos pažymėtos punktyru, o ištisinėmis linijomis pažymėtos vietos, kur lapas bus perkirptas.

Matome, kad sukarpius lapą iš didžiojo lapo kampų gausime 4 mažas skiauteles . Taip pat gausime 4 dvigubai didesnes skiauteles , o lapo viduryje lieka viena keturis kartus didesnė skiautelė .

Taigi iš viso turėsime $1 + 2 + 2 + 4 = 9$ skiauteles. Teisingas atsakymas – **C**.

19. C 82

! Šiame uždavinyje svarbu nepražiopsoti, kad grobį dalinasi ne tik 40 plėšikų, bet ir Ali Baba, iš viso 41 asmuo. Kiekvienas iš jų gavo po kapšą ir dar liko $42 - 41 = 1$ kapšas. Iš paskutinio kapšo kiekvienam kliuvo po 2 monetas, taigi iš viso šiame kapše buvo $2 \cdot 41 = 82$ monetos. Teisingas atsakymas – **C**.

20. C Lygiai 2

? Pamėginkime įrašyti į kairįjį skrituliuką pasirinktą skaičių ir žiūrėti, ką gauname. Pvz., įrašę 1, gauname tokią skaičių seką: 1, 2, 3, 9, 11, 22. Joje iš trijų dalijasi du skaičiai (3 ir 9). Pamėginę kitokius skaičius, vis įsitikiname, kad lygiai du skaičiai dalijasi iš 3, todėl spėjame atsakymą **C**.

! Įsitikinkime, kad **?** dalies spėjimas teisingas. Nesunku pastebėti, kad skaičius ketvirtajame skrituliuke visada dalijasi iš trijų, nes jis gaunamas trečiojo skrituliuko skaičių padauginus iš trijų. Prie tokio skaičiaus pridėję du, gausime skaičių, nedalų iš trijų, todėl penktojo skrituliuko skaičius niekada nesidalys iš trijų. Šį iš trijų nedalų skaičių padauginę iš dviejų, taip pat gausime iš trijų nedalų skaičių. Vadinasi, iš trijų paskutinių skrituliukų lygiai vienas skaičius dalysis iš trijų.

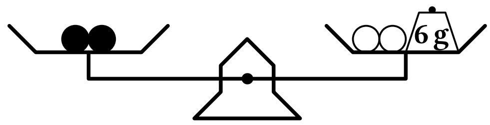
Sunkiau surasti, kiek skaičių pirmuose trijuose skrituliukuose dalijasi iš trijų. Atrodytų, viskas priklauso nuo to, kokį skaičių pasirinksime įrašyti į pirmą langelį: juk jis gali ir dalytis iš trijų, ir ne. Tačiau atkreipkime dėmesį, kad kokį skaičių bepasirinktume, pirmuose trijuose langeliuose turėsime įrašyti tris iš eilės einančius sveikuosiu skaičius, o tarp trijų iš eilės einančių skaičių lygiai vienas dalysis iš trijų.

Vadinasi, iš viso iš trijų dalysis du skaičiai. Teisingas atsakymas – **C**.

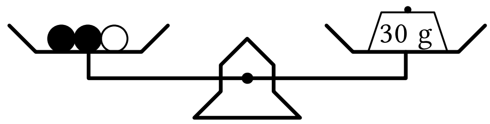
21. (C) 41

! Kadangi priešingų sienų sandauga yra ta pati, tai ji turi dalytis ir iš 10, ir iš 15, ir iš 5. Mažiausias toks skaičius yra 30. Tuomet sienose, kurių paveikslėlyje nematome, turi būti užrašyti skaičiai $30 : 15 = 2$, $30 : 10 = 3$ ir $30 : 5 = 6$. Visų šešių skaičių suma bus $15 + 10 + 5 + 2 + 3 + 6 = 41$. Toks ir yra atsakymas **C**.

22. (E) 90 g



! Abejos svarstyklės yra pusiausvyros. Iš pirmųjų svarstyklių (viršutinis paveikslėlis) matome, kad du juodi rutuliukai yra šešiais gramais sunkesni už du baltus rutuliukus. Vadinasi, vienas juodas rutuliukas yra trimis gramais sunkesnis už baltą rutuliuką.



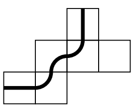
Toliau, nuo antrųjų svarstyklių abiejų lėkštelių nuėmus po vieną juodą rutuliuką, svarstyklės vis tiek liktų pusiausvyros (apatinis paveikslėlis). Tada kairiojoje lėkštelėje būtų vienas baltas ir du juodi rutuliukai, o dešinėje – 30 g svarelis, t. y. du juodi rutuliukai ir vienas baltas kartu sveria 30 g. Šį baltą rutuliuką pakeitus juodu bendras svoris padidėtų 3 g ir būtų $30+3 = 33$ g. Taigi vienas juodas rutuliukas sveria $33 : 3 = 11$ g, o baltas $11 - 3 = 8$ g. Vadinasi, visi rutuliukai kartu sveria $6 \cdot 11 + 3 \cdot 8 = 66 + 24 = 90$ g. Teisingas atsakymas – **E**.

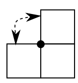
!! Nebūtina ieškoti atskirų rutuliukų svorių. Grįžkime prie **!** pastabos, kad 1 baltas ir 2 juodi rutuliukai kartu sveria 30 g. Atkreipkime dėmesį, kad iš viso tiek baltų, tiek juodų rutuliukų yra tris kartus daugiau: 3 balti ir 6 juodi rutuliukai. Taigi ir sveria visi rutuliukai tris kartus daugiau – $30 \cdot 3 = 90$ (g). Teisingas atsakymas – **E**.

23. (A) Ir Kengas, ir Kongas

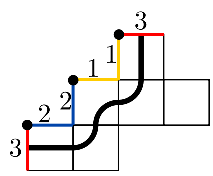
! Kingas skėčio nepasiėmė, taigi pagal sąlygą Kongas tikrai pasiėmė skėtį.

Lieka atsakyti į klausimą, ar skėtį pasiėmė Kengas. Tarkime, jis skėčio nepasiėmė. Tuomet skėtį turėjo paimti Kingas. Bet juk žinome, kad Kingas skėčio nepasiėmė. Gauname prieštarą. Vadinasi, Kengas skėtį pasiėmė. Renkamės atsakymą **A**.

24. (D) 

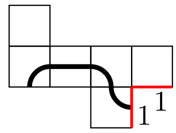


? Paprasčiausia uždavinį išspręsti būtų patiems pasigaminus išklotines. Mintyse lankstyti kubus sunkiau, bet ir tada uždavinys išsprendžiamas. Pastebėkime, kad kiekviena kubo viršūnė priklauso trims kubo sienoms. Jei išklotinėje trys sienos išsidėsto „kampuku“ (žr. pav.), tai išlanksčius kubą jos visos trys taps gretimomis kubo sienomis, o jų bendra viršūnė atsiduria „kampuko“ viduryje (ši viršūnė pažymėta juodu rutuliuku).

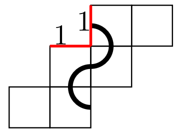


Panagrinėkime išklotinę **D** (žr. pav. dešinėje). Čia pastebime keletą tokių „kampukų“: lankstydami kubą, į vieną briauną suklijuosime kraštines, pažymėtas 1, į kitą briauną suklijuosime kraštines, pažymėtas 2. Taip pat visi trys juodais rutuliukais pažymėti kampai susijungs į vieną viršūnę, todėl turėsime suklijuoti į vieną briauną ir 3 pažymėtas kraštines. Kaip tik čia yra ir linijos pradžia ir galas, taigi jie susijungs. Renkamės atsakymą **D**.

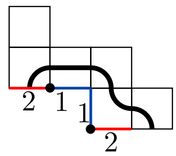
! Patikrinkime, ar netinka kitos išklotinės. Pažvelgę į išklotinę **A** pastebime kaip tik tokį „kampuką“, koks parodytas **?** dalyje. Sulanksčius kubą vieną briauną sudarys vienetu pažymėtos kraštinės, taigi šioje vietoje, linija nutrūks ir nesusijungs su savo pradžia.



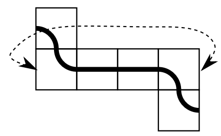
Analogiškus „kampukus“ turi ir išklotinė **C**: ir čia į vieną briauną susijungus vienetu pažymėtoms kraštinėms linija nutrūks ir nesusijungs su savo pradžia.



Išklotinėje **E** „kampuko“ rasti neužtenka, tačiau galime pastebėti kad į briauną suklijavus skaičiumi 1 pažymėtas kraštines į vieną viršūnę, susijungtų dviem rutuliukais pažymėti kampai ir toliau klijuotume prie jų esančias ir skaičiumi 2 pažymėtas kraštines. Vienai iš šių kraštinių priklauso linijos galas, kitai – ne, todėl ir čia linija nesusijungs su savo pradžia.



Išklotinė **B** turi keturias sienas vienoje eilėje, todėl lengva įsivaizduoti visą sulankstytą kubą – vienoje eilėje esančios keturios sienos susijungia tarpusavy, sudarydamos savotišką „žiedą“, viena iš likusių dviejų sienų tampa kubo „dugnu“, o kita – „stogu“ (žr. pav.). Linijos pradžia ir galas priklauso kubo „dugnui“ ir „stogui“ – priešingoms sienoms, todėl susijungti negali.



Sulanksčius išklotines **A**, **B**, **C** ir **E** linijos pradžia ir galas nesusijungs, taigi dalies **?** spėjimas yra teisingas.

25. (A) La ir Na

! Iš dviejų paskutinių sakinių aišku: kadangi Ka ir La yra berniukas ir mergaitė, o jie kartu su Ma yra berniukas ir dvi mergaitės, tai Ma yra mergaitė. Grįžtame prie pirmojo sakinio. Kadangi trijulėje La, Ma ir Na yra tik viena mergaitė Ma, tai La ir Na yra berniukai. Vadinasi, Ka ir Ma yra mergaitės, ir nesunkiai įsitikiname, kad visos uždavinio sąlygos išpildytos.

Renkamės atsakymą **A**.

26. (B) 4

? Pažymėkime aštuonias Miglės pusseseres raidėmis A, B, C, D, E, F, G ir H ir pamėginkime sudėlioti, kaip jos galėjo pasirodyti nuotraukose. Tarkime, pirmoje nuotraukoje buvo pusseserės A, B, C, D ir E, antroje likusios pusseserės F, G ir H, ir dar dvi pusseserės, kurios buvo ir pirmoje nuotraukoje: A ir B. Vienas iš galimų būdų, kaip pratęsti tolimesnį pusseserių išdėliojimą nuotraukose, parodytas lentelėje, kur kiekvienas stulpelis skirtas vienai iš pusseserių, ir langelis pažymėtas burbuliuku •, jei pusseserė yra toje nuotraukoje:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1-oji nuotrauka	•	•	•	•	•			
2-oji nuotrauka	•	•				•	•	•
3-oji nuotrauka			•	•	•	•	•	
4-oji nuotrauka	•	•	•	•				•
Keliose nuotraukose pasirodė:	3	3	3	3	2	2	2	2

Matome, kad užtenka keturių nuotraukų, kur kiekviena pusseserė yra dviejose arba trijose nuotraukose. Todėl renkamės atsakymą **B**.

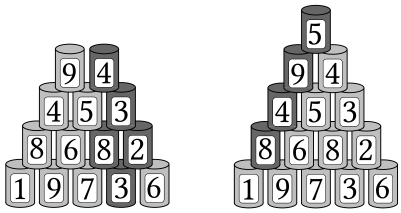
! O gal įmanomas kitoks skaičius nuotraukų, pvz. 3 arba 5? Įrodykime, kad kiti atsakymai negalimi.

Suskaičiuokime, kiek bendrai kartų nuotraukose pasirodė Miglės pusseserės. Jei kiekviena pusseserė būtų tik dviejose nuotraukose, tai bendras jų pasirodymų skaičius būtų $8 \cdot 2 = 16$. O jei kiekviena pusseserė pasirodytų trijose nuotraukose, šis skaičius būtų $8 \cdot 3 = 24$. Vadinasi, Miglės pusseserės nuotraukose pasirodė ne mažiau nei 16 ir ne daugiau nei 24 kartus.

Kita vertus, kiekvienoje nuotraukoje yra lygiai 5 Miglės pusseserės, todėl šis pusseserių pasirodymų nuotraukose skaičius turi dalytis iš 5. Tarp 16 ir 24 yra vienintelis skaičius, kuris dalijasi iš 5 – tai 20. Padaliję 20 iš 5, gausime Miglės darytų asmenukių skaičių, t.y. $20 : 5 = 4$. Taigi Miglė padarė lygiai 4 asmenukes. Kad įmanoma išpildyti visas uždavinio sąlygas, jau įsitikinome **?** dalyje. Vadinasi, teisingas atsakymas – **B**.

27. D 26

! Sprendimą pradėkime atkurdami pradinę piramidę. Galime tai padaryti papildydami iki pilnos piramidės skardinių statinį, kuris liko po Audriaus metimo, lygindami su tuo, kas liko po Ugniaus metimo. Šitaip galime atstatyti trūkstamas skardines iš keturių apatinių „aukštų“, kaip kairiajame paveikslėlyje (Audriaus numuštos skardinės pažymėtos tamsesne spalva). Šių penkių atstatytų skardinių skaičių suma yra $3 + 8 + 2 + 3 + 4 = 20$.



Tačiau iš viso Audrius numušė ne penkias, o šešias skardines, ir už jas gavo 25 taškus. Vadinasi, piramidės viršuje stovėjo dar viena skardinė, ant kurios užrašytas skaičius buvo $25 - 20 = 5$ (žr. paveikslėlį viršuje dešinėje).

Žinodami, kokia buvo pradinė piramidė, galime rasti, kokias skardines numušė Ugnius. Tai skardinės su skaičiais 8, 4, 9 ir 5, o jų suma $8 + 4 + 9 + 5 = 26$. Teisingas atsakymas – **D**.

!! Galime išspręsti uždavinį net neatkurdami pradinės piramidės.

Po Audriaus metimo liko nenumuštos 9 skardinės, kurių skaičių suma yra $1 + 9 + 7 + 6 + 8 + (6 + 4) + 5 + 9 = 10 + 21 + 10 + 14 = 55$. Kadangi Audrius surinko 25 taškus, tai numušus visas piramidės skardines iš viso būtų galima surinkti $55 + 25 = 80$ taškų.

Po Ugniaus metimo likusių nenumuštų 11 skardinių suma yra $1 + 9 + 7 + 3 + 6 + 6+ +8 + 2 + 5 + 3 + 4 = 20 + 20 + 14 = 54$, vadinasi, Ugniaus gautų taškų suma buvo $80 - 54 = 26$. Taigi, teisingas atsakymas – **D**.

28. B 46

! Jei bet kuriuose trijuose iš eilės sukabintuose vagonuose važiuoja 99 keleiviai, tai pirmuose 9-iuose vagonuose važiuoja $99 \cdot 3 = 297$ keleiviai. Tada 10-ame ir 11-ame vagonuose kartu važiuoja $350 - 297 = 53$ keleiviai. Prie šių dviejų vagonų pridėjus 9-ojo vagono keleivius, iš viso gausime 99 keleivius, todėl 9-ajame vagone važiuoja $99 - 53 = 46$ keleiviai.

Panašiai tęsiame ir toliau. 7-ame, 8-ame ir 9-ame vagonuose iš viso važiuoja 99 keleiviai, todėl 7-ame ir 8-ame vagonuose kartu važiuoja $99 - 46 = 53$ keleiviai. O prie 7-o ir 8-o vagonų pridėję 6-ą vagoną, vėl turėsime 99 keleivius, todėl 6-ame vagone važiuoja $99 - 53 = 46$ keleiviai.

Teisingas atsakymas – **B**.

!! Pirmuose šešiuose vagonuose važiuoja $2 \cdot 99$ keleiviai. Paskutiniuose šešiuose (nuo 6 iki 11) vagonuose taip pat važiuoja $2 \cdot 99$ keleiviai. Jeigu sudėtume šiuos skaičius, tai 6-ojo vagono keleiviai būtų įskaityti du kartus. Todėl 6-ame vagone važiuoja $4 \cdot 99 - 350 = 396 - 350 = 46$ keleiviai.

29. (D) $\frac{3}{4}$

! Kelios vieno kubelio sienos priklauso didžiojo kubo paviršiui? Jei šis kubelis „tupi“ didžiojo kubo viršūnėje, tai 3 jo sienos priklauso didžiojo kubo paviršiui. Jei kubelis priklauso didžiojo kubo briaunai, tokių sienų bus 2, jei kubelis priklauso didžiojo kubo sienai, bet ne briaunai, tai kubo paviršiui priklauso 1 kubelio siena, o jei kubelis vidinis, tai nei viena jo siena nepriklauso kubo paviršiui.

Taigi norėdami, kad kuo didesnė kubo paviršiaus ploto dalis būtų balta, sieksime, kad kiekvienas kubelis turėtų kuo daugiau didžiojo kubo paviršiui priklausančių sienų: 8 baltus kubelius dėsime prie 8 kubo viršūnių, o likusius $32-8=24$ baltus kubelius dėsime prie didžiojo kubo briaunų. Kubas iš viso turi 12 briaunų, o kiekvienai briaunai iš viso priklauso 4 kubeliai, bet du iš jų (pirmasis ir paskutinis) kartu priklauso ir kubo viršūnėms, vadinasi, ties kiekviena briauna dar galima padėti po $4-2=2$ kubo viršūnėms nepriklausančius kubelius. Taigi iš viso prie kubo briaunų padėsime būtent $12 \cdot 2 = 24$ baltus kubelius – visus, kurie buvo likę.

Taip sudėjus kubą, jo paviršiui priklausančių baltų sienelių skaičius bus $8 \cdot 3 + 24 \cdot 2 = 24 + 48 = 72$. Kiekvieną iš 6 didžiojo kubo sienų sudaro $4 \cdot 4 = 16$ kubelių sienelių, taigi iš viso kubo paviršiuje yra $6 \cdot 16 = 96$ sienelių, o balta viso paviršiaus dalis bus $\frac{72}{96} = \frac{3}{4}$.

Teisingas atsakymas – **D**.

30. (B) 7

! Pirmasis automatas žetonų skaičių padidina dviem, o antrasis – vienetu. Tad, nekreipdami dėmesio į žetonų spalvas, iš pradžių įsivaizduokime, kad visus kartus Tautė žetonus keitė antruoju automatu. Tada po 9 keitimų ji turėtų $3+9=12$ žetonų.

Tačiau iš tiesų po 9 keitimų Tautė turėjo ne 12, o 16 žetonų, t.y. 4 žetonais daugiau. Vadinasi, 4 kartus ji turėjo žetonus keisti pirmuoju automatu.

Žinodami, kad Tautė iš viso 4 kartus 1 baltą žetoną keitė į 3 raudonus, o likusius 5 keitimus 1 raudoną žetoną keitė į 2 baltus, galime sudėlioti tokią keitimų seką:

1. – 3. Pirmais trim keitimais Tautė 3 baltus žetonus iškeičia į 9 raudonus.

4. – 8. Kitais penkiais keitimais Tautė 5 raudonus žetonus iškeičia į 10 baltų. Jai dar lieka $9-5=4$ raudoni žetonai.

9. Vieną baltą žetoną devintuoju keitimu Tautė iškeičia į 3 raudonus. Tada iš viso ji turi $3+4=7$ raudonus žetonus, ir jai dar lieka $10-1=9$ balti žetonai.

Taigi po 9 keitimų Tautė turi $9+7=16$ žetonų, iš kurių 7 – raudoni. Teisingas atsakymas – **B**.

Pastebėsime, kad sprendime aprašyta keitimų seka nėra vienintelė. Ar galite sugalvoti daugiau?

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	E
2	C
3	C
4	C
5	E
6	E
7	D
8	C
9	B
10	A
11	C
12	C
13	C
14	B
15	A
16	C
17	B
18	C
19	C
20	C
21	C
22	E
23	A
24	D
25	A
26	B
27	D
28	B
29	D
30	B