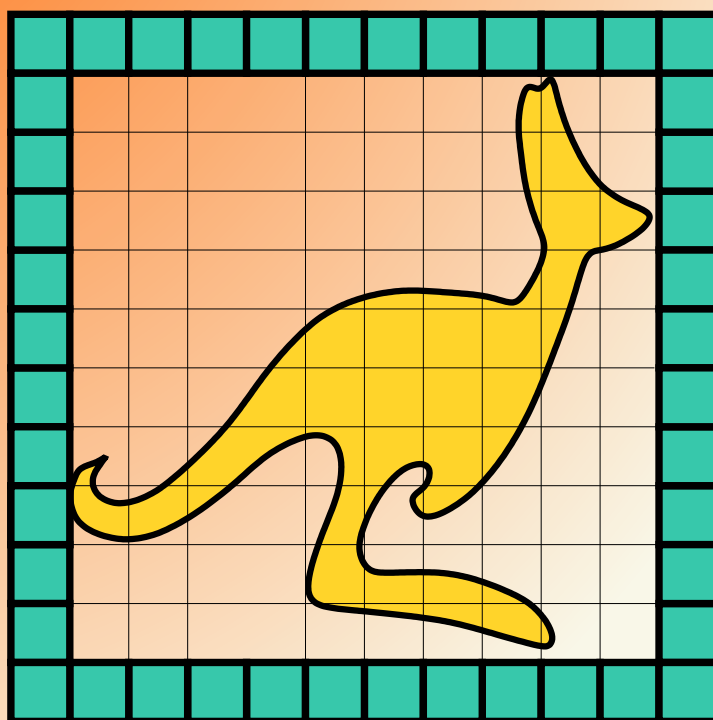


Tarptautinis matematikos konkursas

# KENGŪRA

## Mažylis



Užduotys ir sprendimai  
2019

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS  
VILNIAUS UNIVERSITETAS  
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA



## KENGŪRA 2019. Mažylis

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO  
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas  
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavo  
Ugnė Gudžinskaitė

# Turiny

Pratarmė	3
Sąlygos	5
Užduočių sprendimai	9

# Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdienišku) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopia į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsiseksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadyneje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spęsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 43000 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2019 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamas, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis besprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimircai ir paklauskime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrižtamai atšiuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažinę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai atečiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2019 metų kovo 21 dieną keliavo ir gausiai sprendė 3–4 klasių (*Mažylio* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu !), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu ?). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais ??, !!, !!! ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

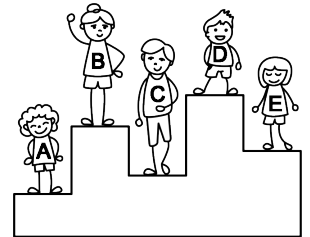
Organizatoriai

# 2019 m. *Mažylio* užduočių sąlygos

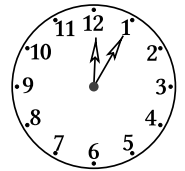
## Klausimai po 3 taškus

1. Vakar buvo sekmadienis. Kokia diena bus rytoj?  
 A) Antradienis    B) Ketvirtadienis    C) Trečiadienis  
 D) Pirmadienis    E) Šeštadienis

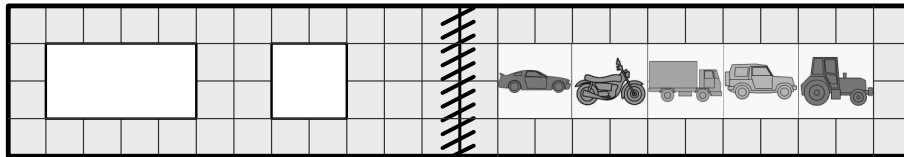
2. Kuo aukštesnę vietą užėmė bėgikas, tuo aukščiau jis stovi ant pakylės.  
 Kas finišavo trečias?  
 A) A    B) B    C) C    D) D    E) E



3. Laikrodis paveikslėlyje rodo, kada Adelė grįžo iš pasivaikščiojimo. Pasivaikščiojimas truko 38 minutes. Kada Adelė išėjo iš namų pasivaikščioti?  
 A) 11:33    B) 12:43    C) 11:38    D) 11:27    E) 12:38



4. Knygos viršelyje yra du langai. Kai knyga atversta, ji atrodo taip:

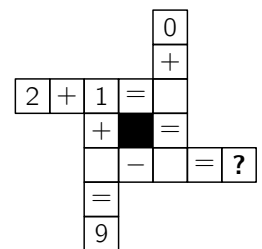


Kuriuos paveikslėlius Mykolas matys pro langus, užvertęs knygą?

- A) , ,    B) , ,    C) , ,    D) , ,   
 E) , ,

5. Koks skaičius stovės klaustuku pažymėtame langelyje, teisingai atlikus veiksmus?

- A) 4    B) 5    C) 6    D) 7    E) 8

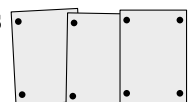


6. Raudona žvakė sudega per 2 valandas, o balta – per 1 valandą. Vienu metu uždegamos dvi raudonos ir trys baltos žvakės. Po kelių valandų visos jos sudegės?

- A) Po 7 val.    B) Po 5 val.    C) Po 4 val.    D) Po 3 val.    E) Po 2 val.

7. Prismeigti 3 nuotraukoms eilute prie lentos Tėjai prirėkė 8 smeigtukų. Kajus nori panašiai prismeigti 7 nuotraukas. Kiek jam prirėiks smeigtukų?


- A) 14    B) 16    C) 18    D) 22    E) 26



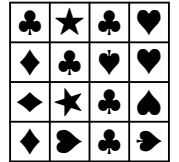
8. Jorė ir Emilija turi po tiek pat riešutų. Kiekviena jų turi mažiau nei 12 riešutų, o kartu jos turi daugiau nei 20 riešutų. Po kelis riešutus turi mergaitės?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

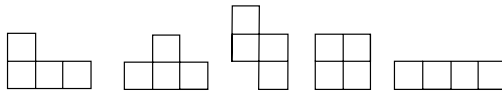
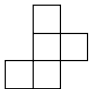
### Klausimai po 4 taškus

9. Marija iš kortelės iškirpo tokį gabalą: . Kuris tai galėtų būti gabalas iš nurodytų žemiau?

- A)  B)  C)  D)  E) 



10. Iš penkių kartoninių kvadratėlių Tomas sudėjo figūrą, pavaizduotą dešinėje. Jis nori iš jos pašalinti vieną kvadratėlį. Kelias iš žemiau pavaizduotų figūrų jis gali gauti?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. Lėja turi 16 mėlynų stiklinių rutuliukų. Keistis rutuliukais galima dviem būdais: arba gauti 1 raudoną rutuliuką už 3 mėlynus rutuliukus, arba gauti 5 žalius rutuliukus už 2 raudonus. Kiek daugiausiai žalių rutuliukų ji gali susirinkti?

- A) 5 B) 10 C) 13 D) 15 E) 20

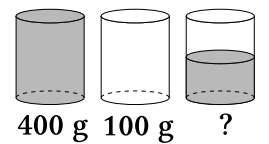
12. Stepas nori taip įrašyti skaitmenis 1, 2, 3 ir 9 po vieną į langelius, kad gautųjų triženklis ir vienaženklis skaičių suma būtų didžiausia. Kurį skaitmenį jis gali įrašyti vietoje klausuko?



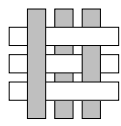
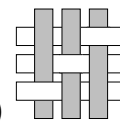
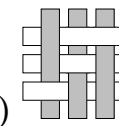
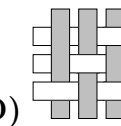
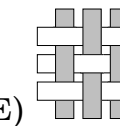
- A) 1 arba 2 B) 1 arba 3 C) Tik 1 D) Tik 2 E) Tik 3

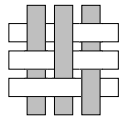
13. Pilna stiklinė vandens sveria 400 gramų. Tuščia stiklinė sveria 100 g. Kiek gramų sveria stiklinė, pripilta vandens iki pusės?

- A) 150 B) 200 C) 225 D) 250 E) 300

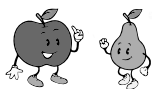


14. Šešios lentelės tvorelėje sunertos kaip pavaizduota. Kaip jos atrodo iš kitos tvorelės pusės?

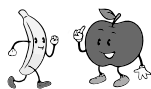
- A)  B)  C)  D)  E) 



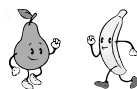
15.



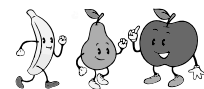
Kartu mes  
kainuojame  
5 centus.



Kartu mes  
kainuojame  
7 centus.



Kartu mes  
kainuojame  
10 centų.

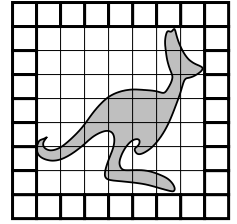


Kiek mes visi trys  
kainuojame kartu?

- A) 8 centus B) 9 centus C) 10 centų D) 11 centų E) 12 centų

16. Įrėminti kvadratiniam paveikslėliui, sudarytam iš 49 langelių, Liepai prirėkė 32 baltų langelių. Kiek langelių jai prirėiks įrėminti kvadratiniam paveikslėliui iš 100 langelių?

A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 52



### Klausimai po 5 taškus

17. Vienodos figūrėlės reiškia vienodus skaičius. Kiekvienos eilutės trijų skaičių suma nurodyta tos eilutės dešinėje. Kokį skaičių reiškia žvaigždutė ★?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

●	★	♥	15
●	●	●	12
★	♥	♥	16

18. Knygos puslapiai sunumeruoti skaičiais 1, 2, 3, 4, 5 ir t. t. Puslapių numeriuose skaitmuo 5 pasitaikė lygiai 16 kartų. Kiek daugiausiai puslapių gali turėti tokia knyga?

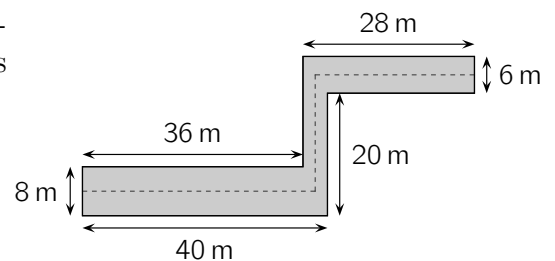
A) 49 B) 64 C) 66 D) 74 E) 80

19. Pievoje ganosi karvės, avys ir žąsų, iš viso 15 gyvūnų. Žinome, kad 10 iš jų – ne karvės, o 8 iš jų – ne avys. Kiek žąsų ganosi pievoje?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 10

20. Koridoriaus matmenys nurodyti paveikslėlyje. Koridoriaus viduriu išvesta brūkšninė linija. Koks tos linijos ilgis metrais?

A) 63 B) 68 C) 69  
D) 71 E) 83



21. Stebuklingame sode auga obelis ir kriaušė. Kiekvieną rytą nuo obels nukrenta vienas obuolys, bet per pietus atauga du, o nuo kriaušės kiekvieną rytą nukrenta dvi kriaušės, bet per pietus atauga trys. Sekmadienį vakare ant tų vaismedžių buvo 3 obuoliai ir 5 kriaušės. Kurią savaitės dieną vakare ant abiejų medžių kartu kabos 100 vaisių?

A) Pirmadienį B) Antradienį C) Trečiadienį D) Ketvirtadienį  
E) Penktadienį

22. Vienas iš 5 vaikų, kurių vardai Alius, Balys, Celestinas, Domas ir Edis, neatsiklausęs suvalgė keksą.

Alius sako: *Aš nevalgiau keksa.*

Domas sako: *Aš nevalgiau keksa.*

Balys sako: *Aš suvalgiau keksą.*

Edis sako: *Alius suvalgė keksą.*

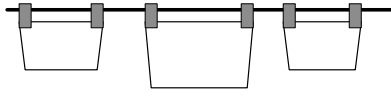
Celestinas sako: *Edis nevalgė keksa.*

Tik vienas iš vaikų sumelavo. Kas suvalgė keksą?

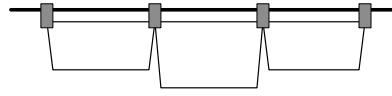
A) Alius B) Balys C) Celestinas D) Domas E) Edis



23. Nojus pradėjo kabinti išskalbtus rankšluosčius kiekvieną atskirai, imdamas kiekvienam rankšluosčiui du spaustukus (žr. 1 pav.). Supratęs, kad spaustukų jam neužteks, likusius rankšluosčius jis sukabino vieną prie kito (žr. 2 pav.). Iš viso jis pakabino 35 rankšluosčius ir panaudojo 58 spaustukus. Kiek rankšluosčių Nojus pakabino atskirai?



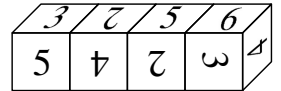
1 pav.



2 pav.

- A) 12   B) 13   C) 21   D) 22   E) 23

24. Kauliuko sienelės sunumeruotos skaičiais nuo 1 iki 6. Keturi vienodi tokie kauliukai suklijuoti kaip parodyta paveikslėlyje. Kam lygi šesių skaičių, esančių suklijuotose sienelėse, suma?



- A) 25   B) 18   C) 21   D) 22   E) 20

# Mažylio užduočių sprendimai

1. (A) Antradienis

! Jei vakar buvo sekmadienis, tai šiandien yra pirmadienis, o rytoj bus antradienis.

2. (E) E

! Peržiūrėję ir sulyginę aukščius matome, kad aukščiausiai stovi D, kiek žemiau B, dar žemiau E.

Taip pat patogų žiūrėti, kas stovi žemiausiai – A, aukštėliau C, dar aukštėliau – E. Kadangi E – trečias nuo galo, tai tarp 5 bėgikų jis trečias ir nuo pradžios.

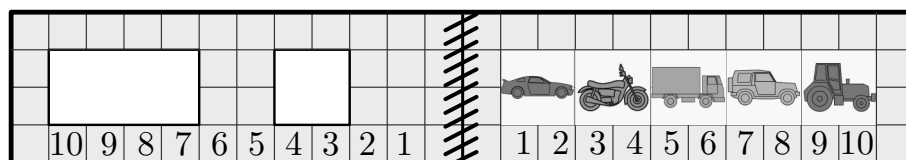
3. (D) 11:27

! Laikrodis rodo, kad Adelė grįžo iš pasivaikščiojimo 12:05. Iš šito laiko reikia atmesti 38 minutes. Patogu iš pradžių atmesti 5 minutes – tada bus 12:00, o tada dar 33 minutes:  $12:00 = 11:60$ ,  $60 - 33 = 27$ . Vadinasi, Adelė išėjo pasivaikščioti 11:27.

4. (D) , , 

? Aišku, kad pro didįjį langą Mykolas matys visureigį ir traktorių, o pro mažąjį – motociklą. Išvardytos mašinos yra atsakyme D.

! Galima sunumeruoti kvadratėlius po paveikslėliais, o viršelyje su langais kvadratėlius sunumeruoti atvirkščiai.

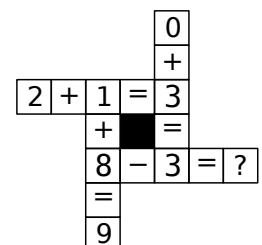


Langai atsiduria virš kvadratėlių 3-4 ir 7-10. Dešinėje virš 3-4 langelių yra motociklas, o virš 7-10 langelių – visureigis ir traktorius. Automobilis ir sunkvežimius liks uždengti.

5. (B) 5

! Paprasta atlikti veiksmus  $2 + 1 = 3$  (įrašome 3), tada  $0 + 3 = 3$  (įrašome 3). Kadangi  $1 + \dots = 9$ , tai į tuščiąjį langelį įrašome 8 ( $9 - 1 = 8$ ).

Dabar aišku, kad klaustuku pažymėtame langelyje bus 5, nes  $8 - 3 = 5$ .



6. (E) Po 2 val.

! Visos žvakės uždegamos vienu metu, todėl po 1 val. sudegs visos 3 baltos žvakės. Kiekviena iš raudonų žvakių sudega per 2 val, todėl tai įvyks po 2 valandų.

## 7. (B) 16

! Skaičiuoti patogiau taip: kiekviena nuotrauka iš kairės prismeigiama dviem smeigtukais, ir tik paskutinė prismeigiama dar dviem smeigtukais iš dešinės. Iš tikrųjų, paveikslėlyje 3 nuotraukos iš kairės prismeigtos 6 smeigtukais ( $3 \cdot 2 = 6$ ), ir dar trečioji nuotrauka prismeigta 2 smeigtukais iš dešinės. Iš viso išeina  $6 + 2 = 8$  smeigtukai.

(Suprantama, iš tiesų kiekviena nuotrauka bus prismeigta ir iš kairės, ir iš dešinės, bet mums patogiau tai pamiršti.)









Dabar panašiai skaičiuojame smeigtukus, prismeigiant 7 nuotraukas. Iš kairės prismeigiamos 7 nuotraukos  $7 \cdot 2 = 14$  smeigtukų, tada septintoji nuotrauka prismeigiama dar ir iš dešinės 2 smeigtukais. Iš viso prireiks  $14 + 2 = 16$  smeigtukų.

## 8. (E) 11

! Kadangi Jorė ir Emilija riešutų (kurių daugiau nei 20) turi po lygiai, tai kiekviena turi daugiau nei  $20 : 2 = 10$  riešutų. Bet kiekviena jų turi mažiau nei 12 riešutų, vadinasi, turi 11 riešutų.



9. (A) 


? Jeigu iš sąlygos dar gali būti ne visai aišku, kad gabalą galima sukioti, tai pažiūrėjus į atsakymus abejonių nebekyla. Šalia žvaigždės i karto randame kryžių (dobilėlį, jei taip jums labiau patinka). Renkamės atsakymą A.


! Reikia įsitikinti, kad kitų gabalų iškirpti neįmanoma. Gabale B  šalia žvaigždės pikas (lapas), o kortelėje nei viena žvaigždė tokio kaimyno neturi. Gabale C  žvaigždės greta, o kortelėje – ne greta. Gabale D  šalia širdies (čirvo) yra „keturkampis“ (būgnas). Tokį gabalą galima iškirpti iš kortelės apačios, bet tai bus gabalas , o apsuktas – gabalas , bet ne gabalas D. Gabale E  greta dvi širdys. Iš kortelės galima iškirpti net du gabalus su širdimis  ir , bet nė vienas jų sukiojat netaps gabalu E.


Vadinasi, Marija iškirpo gabalą A.

## 10. (C) 3

! Sunumeruokime Tomo figūros kvadratėlius: . Pašalinę kvadratėlį 1, gauname figūrą , o tai pasukta trečia figūra iš atsakymų.

Pašalinę kvadratėlį 2, gauname figūrą . Tai „netvirta“ figūra – ne kiekvienas jos kvadratėlis turi kaimyną (kvadratėlio kaimynas – tai kvadratėlis, turintis bendrą kraštinę su pirmuoju). Tokios figūros tvirtai ir nesuklijuosi. Bet tokių netvirtų figūrų tarp penkių sąlygos figūrų nėra.

Pašalinę kvadratėlį 3, gauname . Žinoma, tai pasukta pirma figūra iš atsakymų.

Pašalinę kvadratėlį 4, gauname . Tai pasukta antra figūra.

Pašalinę kvadratėlį 5, vėl gauname netvirtą figūrą.

Vadinasi, pašalinus vieną kvadratėlį galima gauti tris pirmąsias iš atsakymo figūras. Beje, vos žvilgtelėję suvokiame, kad ketvirtos ir penktos figūros tikrai negausime.

11. **(B)** 10

! Kadangi žalių rutuliukų galima gauti tik už raudonus, tai reikia turėti kuo daugiau raudonų rutuliukų. Kadangi 1 raudoną rutuliuką Lėja gaus už 3 mėlynus, tai už 15 mėlynų gaus  $15 : 3 = 5$  raudonus rutuliukus (deja, 1 mėlynas rutuliukas lieka nepanaudotas). Kadangi už 2 raudonus rutuliukus ji gauna 5 žalius, tai už 4 raudonus ji gaus 10 žalių rutuliukų (vienas raudonas rutuliukas liks nepanaudotas).

Vadinasi, Lėja gali gauti daugiausiai 10 žalių rutuliukų.

12. **(A)** 1 arba 2

! Kad triženklis ir vienaženklis skaičių suma būtų didžiausia, į pirmą kvadratėlį būtinai reikia įrašyti skaitmenį 9 – tada suma bus didesnė už 900 (įrašius bet kurią kitą skaitmenį, triženklis bus mažesnis, pavyzdžiui, už 400, o suma – už  $400 + 9 = 409$ ).

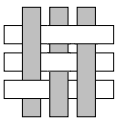
Į antrą kvadratėlį būtinai reikia įrašyti 3, tada suma bus didesnė už 930 (įrašius bet kurią kitą skaitmenį, suma tikrai bus mažesnė už  $923 + 3 = 926$ ).

Liko skaitmenys 1 ir 2, kuriuos reikia įrašyti į trečią ir ketvirtą langelį. Kad ir kaip juos įrašysime (1 ir 2 ar 2 ir 1), triženklis ir vienaženklis skaičių suma bus didžiausia ir ta pati:  $931 + 2 = 932 + 1 = 933$ .

Vadinasi, vietoj klausuko Stepas gali įrašyti 1 arba 2.

13. **(D)** 250

! Stiklinė vandens (be stiklinės) sveria  $400 - 100 = 300$  gramų. Todėl pusė stiklinės vandens sveria  $300 : 2 = 150$  g. Kartu su stikline tas vanduo sveria  $150 + 100 = 250$  gramų.

14. **(C)** 

? Tvorelėje vidurinę tamsiąją lentelę dengia tik apatinė šviesioji lentelė. Vadinasi, žiūrint iš kitos pusės, tą tamsiąją lentelę dengs viršutinė ir vidurinė baltosios lentelės, apatinė nedengs. Taip vidurinė tamsioji lentelė atrodo tik paveikslėlyje C.

! Dar reikėtų pažiūrėti, ar taip atrodys kitos (bent jau tamsiosios) lentelės. Kairiąją tamsiąją lentelę dengia vidurinė ir apatinė baltosios. Kadangi iš kitos pusės žiūrint ji bus dešinioji, tai ją dengs tik viršutinė balta lentelė. Taip ir yra paveikslėlyje C.

Pagaliau dešiniąją tamsiąją lentelę dengia viršutinė ir vidurinė baltosios, todėl vaizde iš kitos pusės kairiąją tamsiąją lentelę dengs tik apatinė. Taip yra paveikslėlyje C.

Vadinasi, C tikrai yra tvorelės vaizdas iš kitos pusės.

15. **(D)** 11 centų

! Palyginę pirmus du paveikslėlius, matome, kad bananas už kriaušę kainuoja 2 centais daugiau. Iš trečio paveikslėlio aišku, kad dvi kriaušės kainuoja  $10 - 2 = 8$  centus. Vadinasi, viena kriaušė kainuoja 4 centus, o tada bananas kainuoja 6 centus. Vadinasi, obuolys kainuoja 1 centą, o bananas, kriaušė ir obuolys kartu kainuoja  $6 + 4 + 1 = 11$  centų.

!! Ypač gražus toks sprendimas. Sudėkime visų 3 paveikslėlių vaisius – tai bus 2 bananai, 2 kriaušės ir 2 obuoliai. Jie kainuoja  $5 + 7 + 10 = 22$  centus. Vadinasi, 1 bananas, 1 kriaušė ir 1 obuolys kainuos dukart mažiau, t. y.  $22 : 2 = 11$  centų.

16. Ⓒ 44

! Kai paveikslėlis  $7 \times 7$ , įrėminimui reikia  $7 \cdot 4$  langelių prie paveikslėlio kraštinių ir dar 4 langelių rėmo kampuose. Paveikslėlis iš 100 langelių – tai kvadratas  $10 \times 10$ , taigi jam įrėminti reiks  $4 \cdot 10 + 4 = 44$  kvadratėlių.

17. Ⓔ 6

! Paprasčiausia pradėti nuo vienodų skrituliukų eilutės – matome, kad skrituliukas reiškia skaičių  $12 : 3 = 4$ . Tada iš pirmos eilutės žvaigždutė ir širdutė dengia  $15 - 4 = 11$ . Dabar jau iš trečios eilutės aišku, kad širdutė reiškia  $16 - 11 = 5$ . Vadinasi, žvaigždutė reiškia  $11 - 5 = 6$ .

18. Ⓑ 64

! Jeigu knygoje būtų 10 puslapių, tai penketas būtų tik vienas – žymintis 5-tą puslapį. Knygoje iš 20 puslapių penketų būtų 2, knygoje iš 30 puslapių – 3, iš 40 puslapių – 4. Jeigu knyga turėtų 50 puslapių, tai prisidėtų jau 2 penketai – iš puslapių 45 ir 50, ir numeriuose būtų 6 penketai. Numeriuose nuo 51 iki 60 yra  $9 + 1 = 10$  penketų (nes numeryje 55 jų du). Vadinasi, knyga iš 60 puslapių jau turi 16 penketų. Bet jeigu knyga turės dar 2 puslapius 61 ir 62, penketų skaičius nepadidės. Nepadidės jis ir po puslapių 63 ir 64. O štai sekantis puslapis jau turėtų 17-tą penketą. Vadinasi, knyga su 16 penketų daugiausiai gali turėti 64 puslapius.

19. Ⓑ 3

! Iš sąlygos aišku, kad avių ir žąsų yra 10, o karvių ir žąsų yra 8. Vadinasi, karvių yra  $15 - 10 = 5$ , o avių yra  $15 - 8 = 7$ . Todėl žąsų yra  $15 - 5 - 7 = 3$ .

20. Ⓔ 83

! Apatinė brūkšninė linija lygi 36 m plus pusė vertikaliojo koridoriaus pločio, t.y. lygi  $36 + (40 - 36) : 2 = 38$  m. Viršutinė linija yra 28 m minus pusė vertikaliojo koridoriaus pločio, t.y.  $28 - 2 = 26$  m. Vertikalioji brūkšninė linija lygi 20 m minus pusė apatinio koridoriaus pločio plus pusė viršutinio koridoriaus pločio, t. y. lygi  $20 - 8 : 2 + 6 : 2 = 19$  m. Visų trijų linijų ilgių suma yra  $38 + 26 + 19 = 83$  metrai.

21. Ⓓ Ketvirtadienį

! Kiekvieną dieną obuolių skaičius padidėja  $2 - 1 = 1$  obuoliu, o kriaušių skaičius padidėja  $3 - 2 = 1$  kriauše. Vadinasi, per dieną vaisių padaugėja dviem. Sekmadienį vakare vaisių kabojo 8, vadinasi, 100 vaisių kabos po  $(100 - 8) : 2 = 46$  parų. Tai pilnos 6 savaitės ir dar 4 dienos. Kai praeis 6 savaitės, vėl bus sekmadienis, o po 4 parų bus ketvirtadienis.

22. **B** Balys

? Tikrinkime atsakymus.

**A)** Jeigu keksą būtų suvalgęs Alius, tai Alius ir Balys meluotų, o pagal sąlygą melavo vienas vaikas. Vadinasi, atsakymas **A** netinka.

**B)** Jeigu keksą suvalgė Balys, tai Balys nemelavo. Nemelavo ir Alius, ir Celestinas, ir Domas, o sumelavo Edis.

Renkamės atsakymą **B**.

! Vis dėlto reikėtų patikrinti ir likusius atsakymus (o gal, pavyzdžiui, paaiškėtų, kad tinka net du atsakymai!).

**C)** Jeigu keksą būtų suvalgęs Celestinas, tai meluotų Balys ir Edis.

**D)** Jeigu keksą būtų suvalgęs Domas, tai meluotų ir jis, ir Balys, ir Alius.

**E)** Jeigu keksą būtų suvalgęs Edis, tai meluotų Balys, Celestinas ir Edis.

23. **D** 22

? Pabandykime tikrinti atsakymus.

**A)** Jei Nojus paskirai būtų pakabinęs 12 rankšluosčių, tai jiems reikėtų  $12 \cdot 2 = 24$  spaustukų. Vieną prie kito jis pakabintų  $35 - 12 = 23$  rankšluosčius. Bet kabinant 23 rankšluosčius reikėtų 23 spaustukų kiekvieno rankšluosčio kairėje ir dar vieno spaustuko 23-čio rankšluosčio dešinėje, t. y. reikėtų 24 spaustukų. Iš viso prireiktų  $24 + 24 = 48$  spaustukų, o pagal sąlygą prireikė 58 spaustukų.

**B)** Jei paskirai kabo 13 rankšluosčių, tai jie „turi“  $13 \cdot 2 = 26$  spaustukus. Vienas prie kito kabo  $35 - 13 = 22$  rankšluosčiai su  $22 + 1 = 23$  spaustukais. Iš viso spaustukų  $26 + 23 = 49$ , – prieštara.

**C)** 21 paskiras rankšluostis turi  $21 \cdot 2 = 42$  spaustukus, vienas prie kito kabantys  $35 - 21 = 14$  rankšluosčiai turi  $14 + 1 = 15$  spaustukų. Iš viso spaustukų  $42 + 15 = 57$ .

**D)** 22 paskiri rankšluosčiai turi  $22 \cdot 2 = 44$  spaustukus, likusieji  $35 - 22 = 13$  rankšluosčių turi  $13 + 1 = 14$  spaustukų. Iš viso spaustukų  $44 + 14 = 58$ , – kiek ir turi būti.

Renkamės atsakymą **D**.

! Kas atsitiktų, jei vieną rankšluostį iš kartu kabančių perkabintume atskirai? Ogi nuimtume 1 spaustuką, o kabindami panaudotume du. Kitaip sakant, spaustukų skaičius padidėtų vienetu.

Taigi sukabinkime visus 35 rankšluosčius kartu. Tada spaustukų bus  $35 + 1 = 36$ . Kad spaustukų pasidarytų 58, jų skaičių reikia padidinti  $58 - 36 = 22$ . Vadinasi, reikia 22 rankšluosčius iš kartu kabančių perkabinti paskirai.

!! Galime spręsti ir lygtimi. Sakykime, kad paskirai kabo  $x$  rankšluosčių, tada kartu kabo  $35 - x$  rankšluosčių. Paskirai kabantys rankšluosčiai turės  $x \cdot 2$  spaustukų, kartu kabantys turės  $(35 - x) + 1$  spaustukų. Pagal sąlygą spaustukų yra 58, taigi

$$2x + 36 - x = 58, \quad x + 36 = 58, \quad x = 22.$$

Paskirai kabo 22 rankšluosčiai.

24. **E** 20

**!** Žiūrėdami į pirmą kauliuką iš kairės matome, kad trumpiausias kelias kubelio paviršiumi iš sienelės 3 centro į sienelės 5 centrą prasideda „į apačią“ nuo skaitmens 3  $\binom{3}{\downarrow}$ , pasiekia bendros sienelių briaunos vidurį ir jungia tą vidurį su sienelės 5 centru.

Žiūrėdami į trečią kauliuką, matome, kad panašiai eidami iš sienelės 5 centro „į apačią“ nuo skaitmens 5  $\binom{5}{\downarrow}$  pateksime į sienelės 2 centrą. Žiūrėdami į antrą kauliuką matome, kad tęsdami kelionę iš sienelės 2 centro „į viršų“ nuo skaitmens 2  $\binom{2}{\uparrow}$  pateksime į sienelės 4 centrą. Pagaliau žiūrėdami į ketvirtą kubelį matome, kad iš sienelės 4 centro eidami „į viršų“ nuo skaitmens 4  $\binom{4}{\uparrow}$  vėl pateksime į sienelę 3. Taigi taip eidami kubelio paviršiumi apeiname 4 sienelės „ratu“ (tiksliau – „kvadratu“), o lieka neapeitos sienelės 1 ir 6. Žinoma, šis maršrutas 3-5-2-4-3 gali prasidėti ir nuo kitos sienelės: 5-2-4-3-5, 2-4-3-5-2, 4-3-5-2-4. Priešingų sienelių poros yra šios: 1 ir 6, 2 ir 3, 4 ir 5.

Dabar aišku, kad antro ir trečio kauliukų šoninės sienelės bus 1 ir 6. Ketvirto kauliuko klijuojamoji yra kairioji sienelė, tai sienelė 5. Liko nustatyti, kokia yra pirmojo kauliuko dešinioji sienelė. Žiūrėdami į pirmą kauliuką matome, kad iš sienelės 3 centro į dešinę sienelę pateksime eidami „į dešinę“  $\binom{3}{\rightarrow}$ . O žiūrėdami į ketvirtą kauliuką matome, kad eidami iš sienelės 3 „į dešinę“ nuo skaitmens  $\binom{3}{\rightarrow}$  patenkame į apatinę sienelę, o tai sienelė 1.

Sudėkime suklijuotųjų sienelių numerius:  $1+(1+6)+(1+6)+5 = 20$ . Teisingas atsakymas **E**.

Taigi paskutinis uždavinys, kaip ir dera, sunkiausias.

# Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	A
2	E
3	D
4	D
5	B
6	E
7	B
8	E
9	A
10	C
11	B
12	A
13	D
14	C
15	D
16	C
17	E
18	B
19	B
20	E
21	D
22	B
23	D
24	E