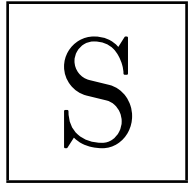


KENGŪRA 2019

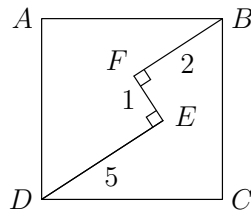
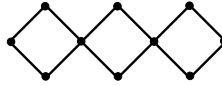


Senjoras
11–12 klasės

Konkurso trukmė – 75 minutės
Konkurso metu negalima naudotis skaičiuokliais

Klausimai po 3 taškus

22. Kokia yra parametro a visų reikšmių, kurioms lygtis $2 - |x| = ax$ turi lygiai du sprendinius x , aibė?
A) $(-\infty; -1]$ B) $[1; +\infty)$ C) $(-1; 1)$ D) $\{0\}$ E) $\{-1, 1\}$
23. Visi natūralieji skaičiai nuo 1 iki 99 didėjimo tvarka be tarpų surašyti į vieną eilę. Gautoji skaitmenų seka suskaidyta į skaitmenų trejetus: $(123)(456)(789)(101)(112) \dots (979)(899)$. Kurio trejeto nėra tame skaidinyje?
A) (222) B) (444) C) (464) D) (646) E) (888)
24. Pažymėtieji pynės taškai (žr. pav.) sunumeruoti skaičiais nuo 1 iki 10. Kiekvienam iš trijų kvadratų jo keturių viršūnių skaičių suma lygi tam pačiam skaičiui S . Kokia yra mažiausia galima S reikšmė?
A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22
25. Kiek yra tokių sveikųjų skaičių n , kad skaičius $|n^2 - 2n - 3|$ yra pirminis?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Be galo daug
26. Stačiakampėje koordinačių sistemoje per koordinačių pradžią nubrėžtos keturios tiesės, kertančios parabolę $y = x^2 - 2$ aštuoniuose skirtinguose taškuose. Kokia gali būti visų aštuonių taškų abscisų (t. y. x koordinačių) sandauga?
A) Tik 16 B) Tik -16 C) Tik 8 D) Tik -8
E) Sandauga gali įgyti kelias reikšmes
27. Seka a_1, a_2, a_3, \dots sudaroma taip: 1) $a_1 = 16$; 2) sekos narys a_{n+1} , kai $n = 1, 2, \dots$, gaunamas, prie a_n skaitmenų sumos pridėjus 1 ir rezultatą pakėlus kvadratu. Pavyzdžiui, $a_2 = (1 + 6 + 1)^2 = 64$. Raskite a_{2019} .
A) 16 B) 25 C) 64 D) 100 E) 121
28. Duotas kubas. Kiek yra plokštumų, einančių per mažiausiai tris jo viršūnes?
A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20
29. Žaibo formos lauztė $DEFB$ jungia dvi kvadrato $ABCD$ viršūnes. Duota, kad $DE \perp EF$, $EF \perp FB$, $DE = 5$, $EF = 1$ ir $FB = 2$. Koks yra kvadrato kraštinės ilgis?
A) 5 B) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{11}{2}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$
30. Marytė atsitiktinai pasirinko tris skirtingus skaičius iš aibės $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Kokia yra tikimybė, kad vienas iš tų skaičių lygus kitų dviejų skaičių aritmetiniam vidurkiui?
A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$



1. Kengūrijos vėliavą sudaro trys lygūs stačiakampiai (žr. pav.). Koks yra vėliavos ilgio ir pločio santykis?



- A) 2 : 1 B) 3 : 2 C) 5 : 3 D) 8 : 5 E) 9 : 4

2. Skaičiai 1, 2, 3 ir 4 įrašyti į 2×2 lentelės skirtingus langelius. Suskaičiuotos kiekvienos eilutės ir kiekvieno stulpelio skaičių sumos. Dvi iš keturių sumų lygios 4 ir 5. Kokios yra kitos dvi sumos?



- A) 6 ir 6 B) 3 ir 5 C) 4 ir 5 D) 4 ir 6 E) 5 ir 6

3. Trys trikampiai sunerti į grandinę (žr. pav. dešinėje). Kuriam paveikslėlyje pavaizduota ši grandinė?



- A) B) C) D) E)

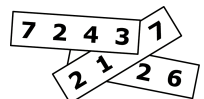
4. Koks yra mažiausio natūraliojo skaičiaus, kurio skaitmenų suma lygi 25, pirmasis skaitmuo?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

5. Piramidė turi 23 trikampes sienas. Kiek ši piramidė turi briaunų?

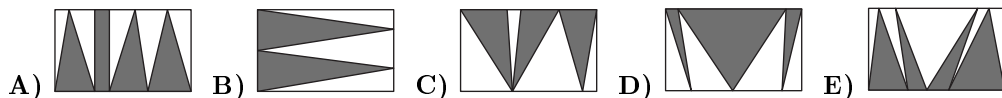
- A) 23 B) 24 C) 46 D) 48 E) 69

6. Trijose juostelėse parašyta po keturženklį natūralųjį skaičių. Visų trijų skaičių suma lygi 11126. Paveikslėlyje trys skaitmenys uždengti. Kokie tai skaitmenys?

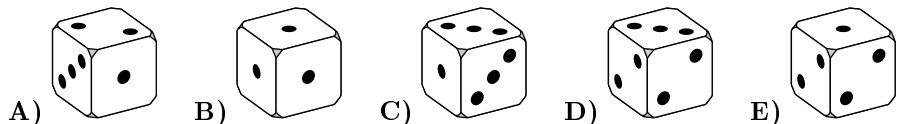


- A) 1, 4, 7 B) 1, 5, 7 C) 3, 3, 3 D) 4, 5, 6 E) 4, 5, 7

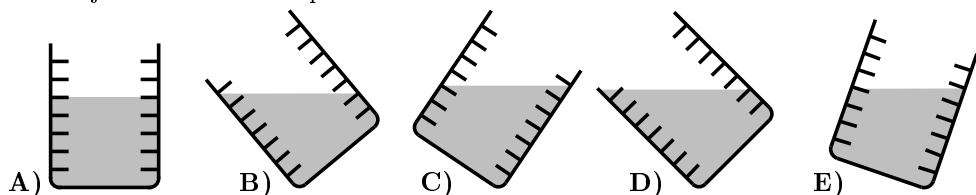
7. Aušra skirtingai nuspalvino penkis tokius pat baltus stačiakampius. Kurio stačiakampio pilkosios dalies plotas didžiausias?



8. Lošimo kauliuko kiekvienoje sienelėje yra arba 1, arba 2, arba 3 akutės. Tikimybė, kad vieną kartą metus kauliuką iškris 1, 2 arba 3 atitinkamai lygi $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ir $\frac{1}{6}$. Kuriame paveikslėlyje garantuotai pavaizduotas kitas kauliukas?



9. Į penkias vienodas stiklines įpilta vandens. Keturiose iš jų vandens yra tiek pat. Kurioje stiklinėje vandens ne tiek pat?



10. Kiek natūraliųjų skaičių nuo 2^{10} iki 2^{13} (įskaitant ir šiuos du skaičius) dalijasi iš 2^{10} ?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

Klausimai po 4 taškus

11. Mykolas taip apibrėžė naują operaciją su realiaisiais skaičiais: $x \diamond y = y - x$. Realieji skaičiai a , b ir c tenkina lygybę $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$. Kuri iš žemiau pateiktų lygybių garantuotai teisinga?

A) $a = b$ B) $b = c$ C) $a = c$ D) $a = 0$ E) $c = 0$

12. Iš 10 skaičių $1, 2, \dots, 10$ Rokas pasirinko keturis skirtingus ir pažymėjo juos a, b, c, d . Kokia yra mažiausia galima $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ reikšmė?

A) $\frac{2}{10}$ B) $\frac{3}{19}$ C) $\frac{14}{45}$ D) $\frac{29}{90}$ E) $\frac{25}{72}$

13. Trys draugai – Kengas, Kingas ir Kongas – kasdien eina kartu pasivaikščioti. Jei kelionėje Kengas neturi skėčio, tai skėtį turi Kingas. O jei Kingas neturi skėčio, tai skėtį turi Kongas. Šiandien Kongas skėčio nepasiėmė. Kas šiandien garantuotai turi pasiėmęs skėtį?

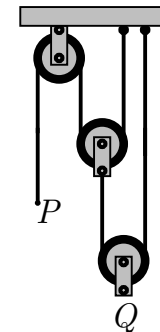
A) Tik Kengas ir Kingas B) Tik Kengas C) Kengas, Kingas ir Kongas
D) Nei Kengas, nei Kingas E) Tik Kingas

14. Koks yra didžiausias skaičiaus 3 laipsnis (su natūraliuoju rodikliu), iš kurio dalijasi skaičius $7! + 8! + 9!$?

A) 3^2 B) 3^4 C) 3^5 D) 3^6 E) 3^7

15. Trys skriemuliai dviem virvėmis sujungti į sistemą, kaip parodyta paveikslėlyje. Matomos virvių dalys kabo vertikaliai. Beždžionė patraukė virvės galą P žemyn per 24 centimetrus. Kiek centimetrų pakilo taškas Q ?

A) 24 B) 12 C) 8 D) 6 E) $\frac{24}{5}$



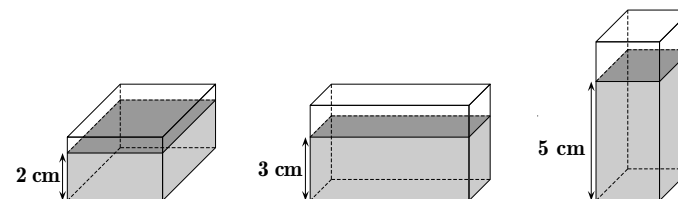
16. Šiomet Jaunučio klasėje vaikinų skaičius padidėjo 20%, o merginų skaičius sumažėjo 20%. Todėl klasėje yra vienu mokiniu daugiau nei prieš metus. Kiek mokinių dabar gali būti klasėje?

A) 22 B) 26 C) 29 D) 31 E) 34

17. Skaičiaus $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$ sveikoji dalis lygi

A) 4 B) 5 C) 6 D) 20 E) 25

18. Stačiakampio gretasienio formos uždaroje dėžutėje yra 120 cm^3 vandens. Vandens aukštis dėžutėje priklauso nuo to, ant kurios savo sienos ji padėta, ir lygus 2 cm, 3 cm arba 5 cm. Koks yra dėžutės tūris?



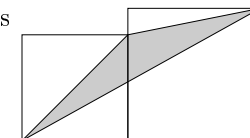
A) 160 cm^3 B) 180 cm^3 C) 200 cm^3 D) 220 cm^3 E) 240 cm^3

19. Natūraliojo skaičiaus n didžiausias daliklis, mažesnis už n , lygus $n - 6$. Kiek yra tokių skaičių n ?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) Kitas atsakymas

20. Paveikslėlyje pavaizduoti du suglausti kvadratai, kurių kraštinės lygios a ir b ($a < b$). Koks yra nuspalvinto trikampio plotas?

A) $\frac{1}{2}a^2$ B) \sqrt{ab} C) $\frac{1}{2}b^2$ D) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ E) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$



Klausimai po 5 taškus

21. Skaičiaus 1024 visų teigiamų daliklių suma lygi a , o skaičiaus 1024 visų teigiamų daliklių sandauga lygi b . Tada

A) $(a - 1)^5 = b$ B) $(a + 1)^5 = b$ C) $a^5 = b$ D) $a^5 - 1 = b$ E) $a^5 + 1 = b$