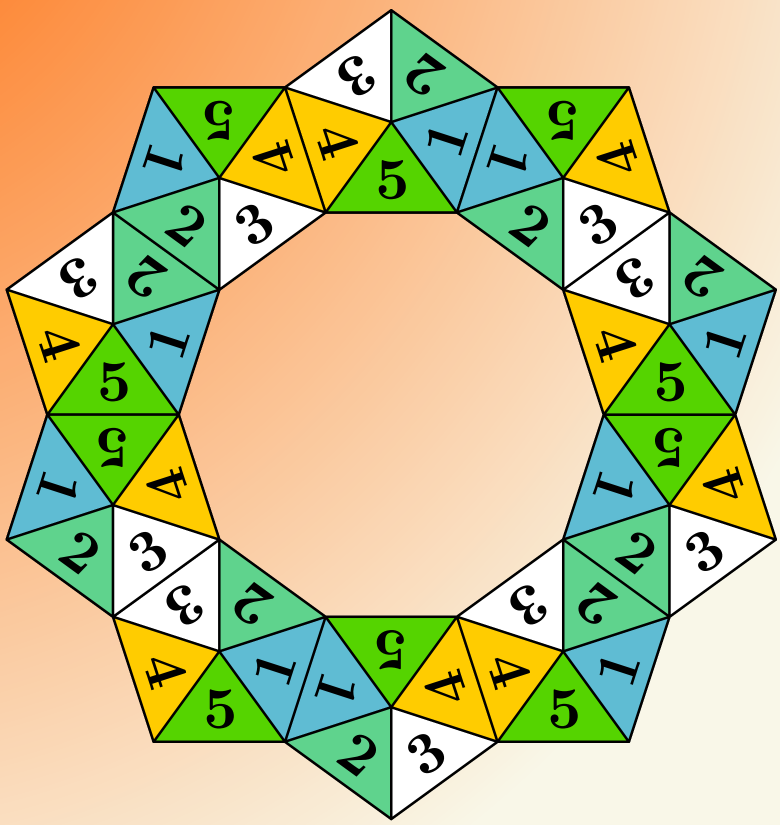
Tarptautinis matematikos konkursas

KENGŪRA

Mažylis



Uždduotys ir sprendimai

2020

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VILNIAUS UNIVERSITETAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2020. Nykštukas

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavo
Ugnė Gudžinskaitė

Turinys

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 38700 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2020 metais. Nors, žinoma, šiais metais viskas dėl tos nelemtos pandemijos atrodė, pakrypo ir klostėsi visiškai kitaip negu iki šiol. Pasitvirtino visiems teoriškai gerai girdėta išmintis, kad karantininis gyvenimas yra pilnas staigmenų ir netikėtumų: konkursas iš trečiojo kovo ketvirtadienio nusikėlė į vėlesnę datą ir vyko nuotoliniu būdu.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis besprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai. Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2020 metų kovo 21 dieną keliavo ir gausiai sprendė 3–4 klasių (*Mažylio* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

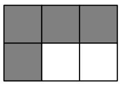
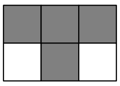
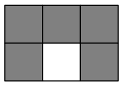
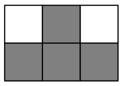
2020 m. *Mažylio* užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

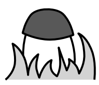
1. Kam lygu $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$?
A) 20 **B)** 22 **C)** 24 **D)** 25 **E)** 31

2. Mykolas užtušavo visus lentelės kvadratėlius, kuriuose suskaičiavęs gavo 20. Kaip tada atrodė lentelė?

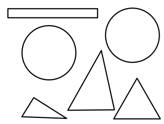
$16+4$	$19+1$	$28-8$
$2 \cdot 10$	$16-4$	$7 \cdot 3$

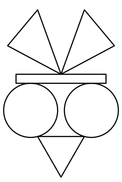
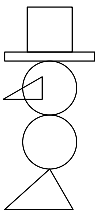
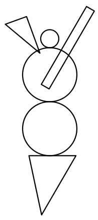
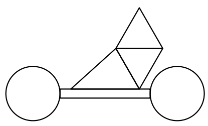
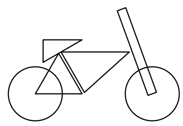
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

3. Baravykas auga kiekvieną dieną. Tėja nupiešia tą baravyką kasdien nuo pirmadienio iki penktadienio. Kuris paveikslėlis vaizduoja baravyką antradienį?

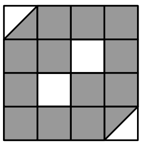
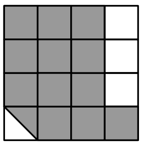
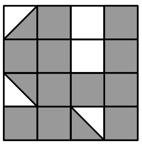
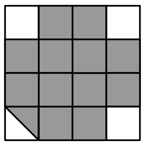
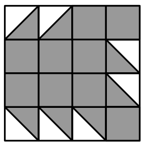
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

4. Matas sudėliojo figūrą iš gabaliukų, pavaizduotų dešinėje. Kuri tai figūra?



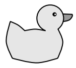
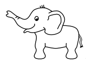
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

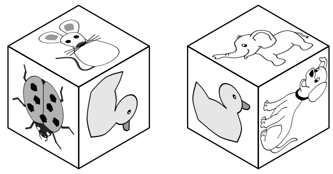
5. Kuriame paveikslėlyje užtušuotoji dalis didžiausia?

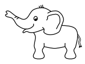
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

6. Elena šaligatvyje kreida nusipiešė didžiulį kvadratą. Ji pradeda šokinėti nuo skaičiaus 1. Kiekvieną kartą ji šoka prie trejetu didesnio skaičiaus. Koks yra didžiausias skaičius, kurį ji gali pasiekti taip šokinėdama?
A) 11 **B)** 14 **C)** 18 **D)** 19 **E)** 24

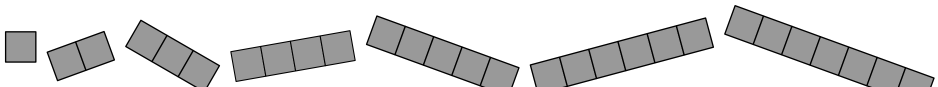
1	5	8	11
4	7	10	14
24	23	13	18
21	19	16	20

7. Jurgis ant kubo sienų suklijuoja šiuos 6 lipdukus: , , , , , . Paveikslėliai vaizduoja kubą dviejose padėtyse. Koks lipdukas yra sienoje, priešingoje ančiai?

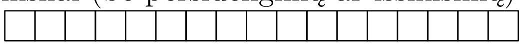


A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

8. Kasparas turi šiuos 7 kartoniukus:



Kai kuriais iš jų Kasparas tiksliai (be persidengimų ar išsikišimų) uždengė tokią lentelę:



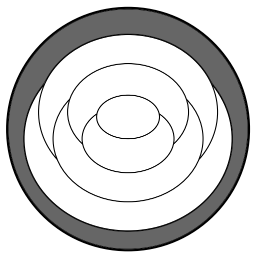
Kiek daugiausia kartoniukų jis galėjo panaudoti?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

Klausimai po 4 taškus

9. Ūla spalvina piešinį dešinėje, kiekvieną sritį nuspalvindama raudonai, pilkai arba geltonai taip, kad gretimos sritys būtų skirtingų spalvų. Vieną sritį ji jau nuspalvino pilkai. Kiek iš viso bus pilkų sričių, kai Ūla viską nuspalvins?

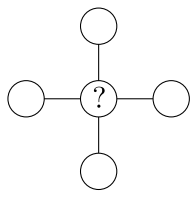
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5



10. Tomas ir Adelė keitėsi saldainiais. Iš pradžių Tomas davė Adelei tiek saldainių, kiek ji jau turėjo. Tada Adelė davė Tomui tiek saldainių, kiek jam buvo likę. Dabar abu turi po 4 saldainius. Kiek saldainių Tomas turėjo iš pradžių?

A) 6 **B)** 5 **C)** 4 **D)** 3 **E)** 2

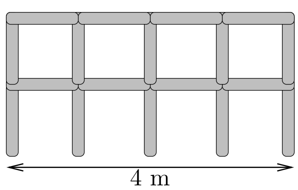
11. Romas skaičius 1, 2, 3, 4 ir 5 po vieną įrašė į skrituliukus. Eilutės skaičių suma yra lygi stulpelio skaičių sumai. Kuris skaičius gali būti įrašytas į skrituliuką, pažymėtą klaustuku?



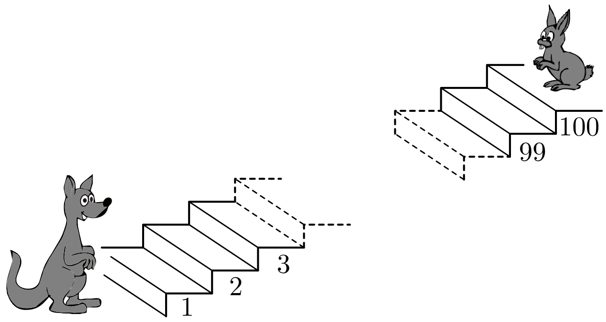
A) Tik 5 **B)** 2, 3 arba 4 **C)** Tik 3 **D)** Tik 1 arba 3 **E)** 1, 3 arba 5

12. Leonas tveria tvorą iš 1 metro ilgio lentelių . Paveikslėlyje pavaizduota 4 metrų ilgio tvora. Kiek lentelių Leonui prireiks tveriant 10 metrų tvorą?

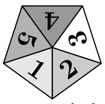
A) 22 **B)** 30 **C)** 33 **D)** 40 **E)** 42

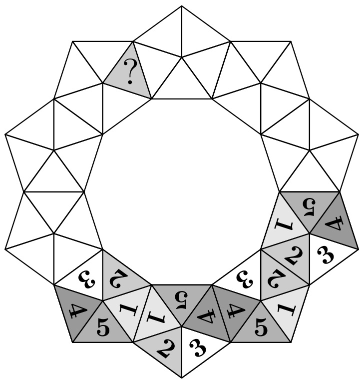


13. Kol kengūrėlė pakyla 7 laiptų laipteliais, triušis nusileidžia 3 laipteliais. Kelintame laiptelyje jie susitiks?
A) 53 **B)** 60 **C)** 63 **D)** 70 **E)** 73



14. Trijų skaičių suma lygi 50. Kostas iš kiekvieno iš šių skaičių atima tą patį slaptąjį skaičių, ir gauna 24, 13 ir 7. Kuris iš žemiau nurodytų skaičių yra vienas iš trijų pradinių skaičių?
A) 9 **B)** 11 **C)** 13 **D)** 17 **E)** 23

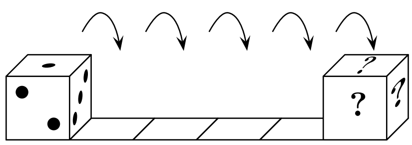
15. Amelija iš 10 vienodų kortelių  nori sudėti karūną. Dviejų kortelių, turinčių bendrą kraštinę, atitinkami skaičiai privalo sutapti. Keturios kortelės jau padėtos. Koks skaičius bus trikampyje, pažymėtame klaustuku?
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5



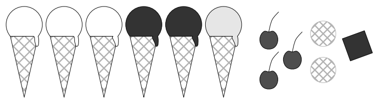
16. Petras turi dviejų rūšių pagaliukus – trumpesnius 1 cm ilgio ir ilgesnius 3 cm ilgio. Žemiau išvardyti keli jų rinkiniai. Iš kurio rinkinio pagaliukų Petras gali sudėti kvadratą? (Pagaliukai turi nepersikloti, jų laužyti negalima).
A) 5 trumpesni ir 2 ilgesni **B)** 3 trumpesni ir 3 ilgesni **C)** 6 trumpesni
D) 4 trumpesni ir 2 ilgesni **E)** 6 ilgesni

Klausimai po 5 taškus

17. Standartinio lošimo kauliuko priešingų sienų akučių skaičių suma yra 7. Kauliukas padedamas ant pirmo kvadrato, kaip pavaizduota, ir ritinamas į dešinę, kol atsiduria ant paskutinio kvadrato. Koks tada bus bendras akučių skaičius trijose sienose, pažymėtose klaustukais?
A) 6 **B)** 7 **C)** 9 **D)** 11 **E)** 12



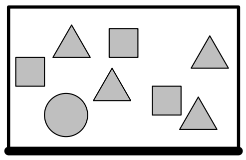
18. Šeši mažyliai užsisakė po vieną porciją ledų – 3 porcijas vanilinių, 2 porcijas šokoladinių ir 1 porciją citrininių. Trys iš jų paprašė papuošti ledus vyšnia, du – vafliuku ir vienas – šokoladuku, o tada visiškai vienodų porcijų nebeliko. Kokios ledų porcijos jie tikrai nepirko?



A) Šokoladinių su vyšnia **B)** Vanilinių su vyšnia **C)** Citrininių su vafliuku
D) Šokoladinių su vafliuku **E)** Vanilinių su šokoladuku

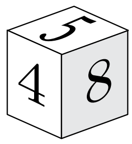
19. Vienas iš brolių Grimų pamiršo pilną brolio sužadėtinės vardą ir jį paklausė: „Koks tavo sužadėtinės vardas – ar Adelė Lilė Klėja, ar Adelė Laura Kora, ar Alė Laura Klėja?“ Kiekvieną kartą lygiai vienas vardas ir jo padėtis buvo teisingi. Koks brolio sužadėtinės vardas?
A) Alė Lilė Kora **B)** Alė Laura Kora **C)** Adelė Laura Klėja
D) Adelė Lilė Kora **E)** Alė Laura Klėja

20. Mokytoja lentoje parašė skaičius nuo 1 iki 8, o tada juos uždengė magnetukais – trikampiais, kvadratais ir skrituliu. Trikampiais uždengtų skaičių suma lygi 10, kvadratais uždengtų skaičių suma lygi 20. Kurį skaičių dengia skritulys?



A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

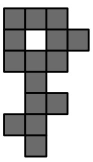
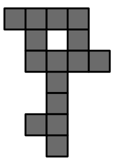
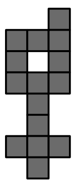
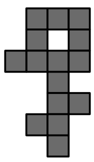
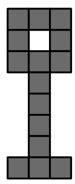
21. Iš skaičių nuo 1 iki 9 pasirinkti šeši skaičiai. Jie po vieną parašyti kubo sienose. Kiekvienų dviejų priešingųjų sienų skaičių suma ta pati. Koks skaičius parašytas sienoje, priešingoje sienai su skaičiumi 5?



A) 3 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 9

22. Į „Kengūros“ vasaros stovyklą suvažiavo 43 mokiniai, 5 arba 6 mokiniai iš kiekvienos šalies. Kelios šalys atsiuntė savo mokinius į stovyklą?
A) 4 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

23. Kurios iš pavaizduotų figūrų neįmanoma padalyti į tris dalis taip, kad kiekviena dalis būtų sudaryta iš 5 užtušuotų kvadratėlių, bet turėtų skirtingą formą? (Kirpti galima tik per kvadratėlių kraštines.)

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

24. Užraše KAN − ROO + GA kiekvieną raidę galima keisti skaitmeniu nuo 1 iki 9 (vienodas raides – vienodais skaitmenimis, skirtingas raides – skirtingais). Kokį didžiausią atsakymą galima gauti, atlikus nurodytus veiksmus?
A) 925 **B)** 933 **C)** 939 **D)** 942 **E)** 948

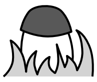
Mažylio užduočių sprendimai

1. (D) 25

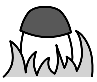
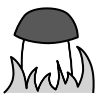
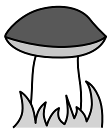
! Gera sugrupuoti: $(1+4)+(2+3)+5+(1+4)+(3+2)=5\cdot 5=25$.

2. (A) 

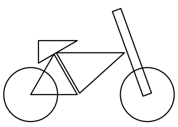
! Gauname 20 langeliuose $16+4$, $19+1$, $28-8$, $2\cdot 10$. Kitur – ne 20: juk $16-4=12$, $7\cdot 3=21$. Taigi juodai spalvinti reikia pirmą eilutę ir pirmą stulpelį – tai atsakymas **A**.

3. (E) 

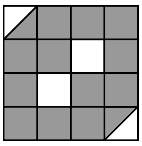
! Išrikiuokime paveikslėlius baravykų didėjimo tvarka

B)  **E)**  **C)**  **A)**  **D)** 

Taigi antradienį (t. y. antros dienos) baravykas yra **E**.

4. (E) 

! Pradėkime nuo trikampių skaičiaus – atkrenta **B**, **C**, **D** (šiuose paveikslėliuose trikampių mažiau). Liko paveikslėliai **A** ir **E**. Bet sąlygos paveikslėlyje nėra vienodų trikampių – o paveikslėlyje **A** du trikampiai vienodi (kitaip galima pasakyti – nėra mažojo trikampio). Lieka paveikslėlis **E**. Ir iš tikrųjų – vienodų trikampių nėra, ir jie panašūs į sąlygos trikampius. Beje, abu apskritimai ir stačiakampis yra visuose paveikslėliuose.

5. (A) 

! Galima suskaičiuoti, koks juodasis plotas kiekviename paveikslėlyje. Paveikslėlyje **A** – tai 12 kvadratų ir 2 trikampiai, t. y. 13 kvadratų. Paveikslėlyje **B** – tai 12 kvadratų ir 1 trikampis, – mažiau nei paveikslėlyje **A**. Paveikslėlyje **C** – tai 11 kvadratų ir 3 trikampiai, t. y. 12 kvadratų ir 1 trikampis, o tai mažiau nei **A**. Paveikslėlyje **E** – 9 kvadratai ir 7 trikampiai, t. y. 12 kvadratų ir 1 trikampis, – mažiau nei **A**.

Taigi paveikslėlio **A** užtušuotasis plotas didžiausias.

!! Dar paprasčiau suskaičiuoti, kur neužtušuotasis plotas mažiausias. Paveikslėlyje **A** – 3 kvadratai, **B** – 3 kvadratai ir 1 trikampis, **C** – 3 kvadratai ir 1 trikampis, **D** – 3 kvadratai ir 1 trikampis, **E** – 3 kvadratai ir 1 trikampis. Mažiausias neužtušuotas plotas – 3 kvadratai – yra paveikslėlyje **A**.

6. (D) 19

! Iš 1 Elena turi šokti į 4, iš 4 – į 7, iš 7 – į 10, iš 10 – į 13, iš 13 – į 16, iš 16 – į 19. O štai trejetu didesnio skaičiaus 22 jos kvadrate nėra. Vadinasi, didžiausias skaičius, pasiekiamas šokinėjant tik į 3 vienetais didesnį, yra 19.

Beje, Elena visus šuolius atlieka tik į gretimą langelį (nors tai ir nesvarbu).

7. (E) 

! Kube yra 6 sienos – 3 poros priešingų sienų. Iš pirmo paveikslėlio matome, kad boružė ir pelė nėra anties priešingoje sienoje. Iš antro paveikslėlio matome, kad ančiai priešingoje sienoje nėra šuo ir dramblys. Vadinasi, ančiai priešingoje sienoje yra likusi nepaminėta musė.

8. (C) 5

? Pirma mintis – reikia imti kuo mažesnes korteles. Lentelėje 17 kvadratų, kortelėse – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 kvadratai. Bandome imti 1, 2, 3, 4, 5, – uždengiame 15 lentelės kvadratų. Bet liko tik 2 neuždengti kvadratai, ir nieko nebepadarysime. Bandome pakeisti paskutinę kortelę kita. Numetus ją, lieka $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ uždengtų langelių. Vadinasi, kortele 7 uždengiame visą likusį plotą. Panaudojome 5 korteles.

Renkamės atsakymą **C**.

! Bet kirba mintis – o gal galima panaudoti ir daugiau kortelių? Atsakyti į šį klausimą paprasta: net mažiausios 6 kortelės uždengia $1+2+3+4+5+6 = 21$ kvadratą, taigi 6 kortelės – tikrai per daug. O kad lentelę galima uždengti 5 kortelėmis, jau įsitikinome.

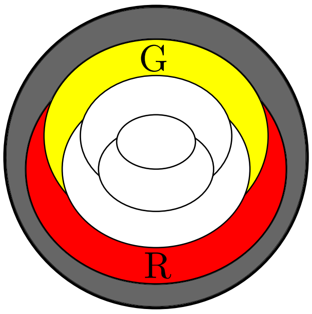
!! Nors uždavinyje to ir neprašoma, knieti sužinoti, ar komplektas uždengti lentelę – 1, 2, 3, 4, 7 – vienintelis. Į tokį klausimą taip pat atsakysime, bet svarbiausia – sprendžiant paprasčiau galvoti, ne kiek daugiausiai kortelių paimti, o atvirkščiai – kiek mažiausiai kortelių galima atmesti. Kadangi kortelėse $1+2+3+4+5+6+7=8+8+8+4=28$ kvadratai, o reikia uždengti 17 kvadratų, tai atmesti reikia $28-17=11$ kvadratų. Mūsų uždavinys virto labai paprastu: kiek mažiausiai kortelių galima paimti, kad jose būtų 11 kvadratų?

Vienos kortelės aiškiai nepakanka – joje daugiausiai 7 kvadratai. O štai dviejų kortelių užtenka: $7+4=11$. Beje, galima imti ir $6+5=11$. Žinoma, yra ir kitų būdų surinkti sumą 11, bet kortelių jau bus daugiau, pavyzdžiui, $11=7+3+1=6+4+1=6+3+2=5+4+2=$ $=5+3+2+1$.

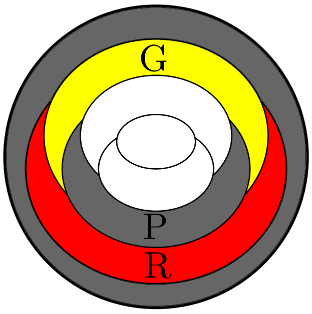
Taigi didžiausias skaičius, kortelių, kuriomis galima uždengti lentelę, yra 5 – tai kortelės $1+2+3+4+7$ arba kortelės $1+2+3+5+6$.

9. (C) 3

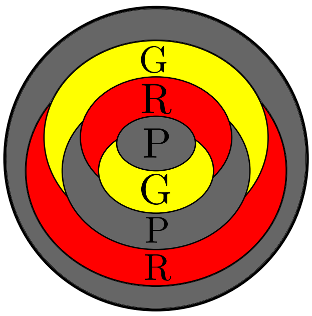
? Spalvinkime toliau. Kadangi su išorine pilkąja sritimi ribojasi 2 sritys, turinčios bendrą sieną, tai joms prireiks abiejų likusių dviejų spalvų – raudonos R ir geltonos G. Nuspalvinti galima, pavyzdžiui, taip:



Kadangi sritis virš R ribojasi ir su G, tai ją tenka spalvinti pilkai P:

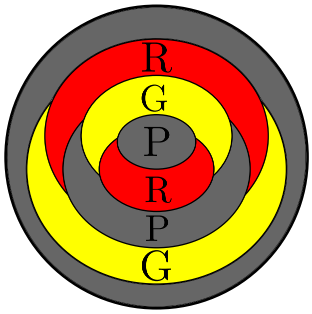


Ir toliau sritis tenka spalvinti vienareikšmiškai:



Turime tris pilkas sritis – renkamės atsakymą **C**.

! O gal kitaip spalvinant pilkųjų sričių bus ne trys? Liko išnagrinėti kitą galimybę – spalvinti apatinę baltąją sritį nebe R, o G. Bet toliau spalvinti reikės vėl vienareikšmiškai – R, P, G, P, R:



Vėl turime 3 pilkąsias sritis.

10. B 5

? Nesugalvojus kitaip, galima tikrinti ir atsakymus. Kadangi galų gale jie turėjo po 4 saldainius, tai ir iš pradžių jie kartu turėjo 8 saldainius.

Sakykime, kad Tomas turėjo 6 saldainius. Vadinasi, Adelė turėjo 2 saldainius. Todėl Tomas jai davė 2 saldainius, taigi jam liko 4 saldainiai, o Adelė turėjo 4 saldainius. O tada Adelė davė Tomui 4 saldainius, taigi Tomas turėjo 8 saldainius, o Adelei neliko nieko. Trumpai visa tai galima užrašyti tokia schema:

$$T6, A2 \quad \rightarrow \quad A2+2=4, T6-2=4 \quad \rightarrow \quad T4+4=8, A4-4=0.$$

Tikriname atsakymą **B**, – Tomas turėjo 5 saldainius:

$$T5, A3 \quad \rightarrow \quad A3+3=6, T5-3=2 \quad \rightarrow \quad T2+2=4, A6-2=4.$$

Abu turi po 4 saldainius, taigi manome, kad teisingas atsakymas yra **B**.

Kadangi *Kengūros* konkurso taisyklės užtikrina, kad tik vienas atsakymas teisingas, tai pasirinkę **B** tikimės užsidirbti visus 4 taškus.

! Pasirodo, kad uždavinį net ir neturint pasirenkamųjų atsakymų, lengva spręsti „nuo galo“, kai Tomas ir Adelė turi po 4 saldainius. Kadangi Adelė davė jam tiek saldainių, kiek jis turėjo, tai jo saldainiai padvigubėjo, o prieš tai jis turėjo dukart mažiau, t. y. $4 : 2 = 2$ saldainius. Schemiškai rašant,

$$T4, A4 \quad \leftarrow \quad T4:2=2, A4+2=6 \quad \leftarrow \quad A6:2=3, T2+3=5.$$

Taigi Tomas iš pradžių turėjo 5 saldainius.

!! Neinant iš galo, tenka įsivesti „nežinomąjį“. Sakykime, kad Tomas turėjo x saldainių, tada Adelė turėjo $8 - x$. Tomas jai davė tiek, kiek Adelė jau turėjo, taigi Tomui liko $x - (8 - x)$. Dabar Adelė davė Tomui tiek, kiek jis turėjo, taigi jis turės $x - (8 - x) + x - (8 - x)$. Bet tai yra 4 saldainiai:

$$x - (8 - x) + x - (8 - x) = 4;$$

mažiname abi lygybės puses dvigubai,

$$x - (8 - x) = 2;$$

pridedame po $8 - x$,

$$x = 2 + 8 - x;$$

pridedame po x,

$$x + x = 10,$$
$$x = 5.$$

Taigi iš pradžių Tomas turėjo 5 saldainius.

Pastaba: Primename, kad mokiniui dažniausiai visiškai užtenka pirmojo sprendimo. Tolimesni sprendimai labiau skirti mokytojui ar žingeidžiam skaitytojui.

11. E 1, 3 arba 5

? Čia jau tikrinti atsakymus sunku. Be to, jeigu, pavyzdžiui, 5 tinka, tai dar neaišku, ar **tik 5**, ar tinka ir dar kas nors. Žodžiu, reikia ką nors sugalvoti. Kaip kitaip galima pasakyti, kad stulpelio ir eilutės skaičių sumos lygios? Kadangi į abi tas sumas įeina centrinis skaičius, tai tos sumos liks lygios ir atmetus tą centrinį. Kitaip sakant, reikia sudaryti 2 poras skaičių, kurių sumos lygios. Įsitikiname, kad įmanomi 3 variantai:

$$1 + 4 = 2 + 3 \text{ (centras 5)}, \quad 1 + 5 = 2 + 4 \text{ (centras 3)}, \quad 2 + 5 = 3 + 4 \text{ (centras 1)}.$$

Renkamės atsakymą **E**.

! Taip sprendžiant, lieka abejonė: ar nepražiopsojome kokios nors galimybės? Atsakyti į šį klausimą paprasta: 1, 3 ir 5 tinka – tai įrodėme pavyzdžiais. Ir vis dėlto – o gal galima į centrą įrašyti 2 ar 4? Įsitikinkime, kad 2 įrašyti į centrą neįmanoma. Sakykime, kad 2 stovi centre. Tada lieka skaičiai 1, 3, 4 ir 5. Iš jų dviejų lygių sumų padaryti neįmanoma. Vadinasi, 2 negali stovėti centre.

Panašiai įsitikiname, kad centre negali stovėti 4.

Dabar jau visiškai aiškus teisingas atsakymas – **E**.

!! „Nušlifuotas“ (iš esmės tas pats) sprendimas būtų toks. Kadangi ne centre esančių skaičių dviejų porų sumos lygios, tai abiejų sumų suma yra lyginė, t. y. tų 4 skaičių suma lyginė. Bet visų 5 skaičių suma $1 + 2 + 3 + 4 + +5 = 15$ nelyginė. Vadinasi, centre turi stovėti nelyginis skaičius. Kad kiekvienas iš nelyginių skaičių į centrą tinka, įrodome pavyzdžiais:

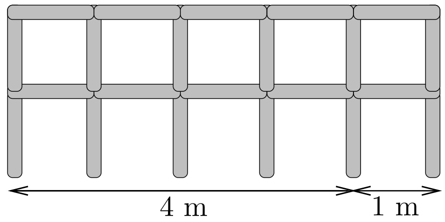
1 tinka, nes iš 2, 3, 4, 5 sudarome 2 lygias porų sumas $2 + 5 = 3 + 4$;

3 tinka, nes iš 1, 2, 4, 5 sudarome 2 lygias porų sumas $1 + 5 = 2 + 4$;

5 tinka, nes iš 1, 2, 3, 4 sudarome 2 lygias porų sumas $1 + 4 = 2 + 3$.

12. (E) 42

! Dabar tvoroje $2\cdot4=8$ horizontalios lentelės ir $2\cdot5=10$ vertikalių lentelių, iš viso 18 lentelių. Pailginti tvorą 1 metru užtenka „prilipdyti“ 2 horizontalias ir 2 vertikalias lenteles. Vadinasi, pailginti tvorą 6 metrais prireiks $6\cdot4=24$ lentelių. Iš viso tvoroje bus $18+24=42$ lentelės.



13. (D) 70

! Kol kengūrėlė ir triušis susitiks, jie įveiks laiptelius nuo 1 iki 99, o vieną laiptelį (susitikimo) įveiks abu – taigi iš viso 100 laiptelių. Per vieną laiko tarpsnį jie įveikia $7+3=10$ laiptelių. Vadinasi, susitikti jiems prireiks 10 laiko tarpsnių, ir per tą laiką kengūrėlė pasieks $7\cdot10$, t. y. 70-tą laiptelį (žinoma, tą patį laiptelį pasieks ir triušis).

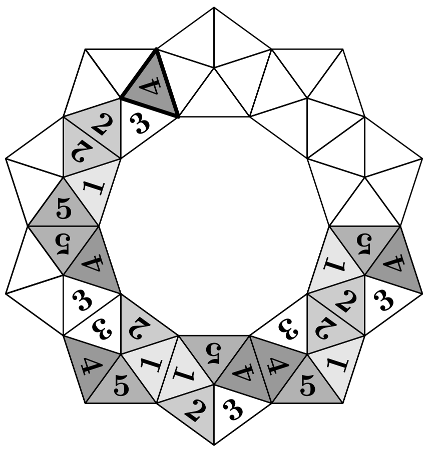
14. (A) 9

! Iš kiekvieno skaičiaus Kostas atima po slaptąjį, vadinasi, visų trijų skaičių suma sumažės trimis slaptaisiais. Kadangi dabar suma lygi $24+13+7=44$, tai ji sumažėjo $50-44=6$ vienetais. Todėl kiekvienas skaičius sumažėjo $6:3=2$ vienetais. Vadinasi, pradiniai skaičiai buvo dvejetu didesni, t. y. 26, 15 ir 9. Vieną iš šių skaičių, devynis, matome atsakyme **A**.

15. (D) 4

? Galima pildyti paveikslėlį skaičiais. Trumpesnis kelias eiti į kairę. Pirma neužpildyta kortelė liesis skaičiumi 3. Tada toje kortelėje prieš laikrodžio rodyklę įrašome 4 ir 5. Sekančioje kortelėje bus 5, o prieš laikrodžio rodyklę įrašome 1 ir 2. Kortelėje su klaustuku bus 2, o įrašome 3 ir 4.

Matome, kad trikampyje, pažymėtame klaustuku, atsidūrė skaičius 4.



! Įsižiūrėję į sąlygos paveikslėlį, matome, kad lygieji skaičiai (tik jie mums terūpi) tokie: 5-5, 2-2, 4-4, 1-1, 3-3, o tada 5-5 ir taip toliau (taisyklė paprasta – sąlygos kortelėje einant prieš laikrodžio rodyklę jie „šoka per vieną“ – 5, 2, 4, 1, 3, 5, 2 ...). Nuo sąlygos paveikslėlyje kairiojo 3 iki klaustuko užpildome 6 trikampius skaičiais 3, 5, 5, 2, 2, 4. Vadinasi, klaustukas – tai 4.

16. (B) 3 trumpesni ir 3 ilgesni

? Kadangi 3 trumpesni atstoja vieną ilgesnį, tai iš karto matome, kad atveju **B** faktiškai turime 4 ilgesnius pagaliukus – iš jų ir sudedame kvadratą.

Renkamės atsakymą **B**.

! Papildykime sprendimą **?** ir įsitikinkime, kad tai vienintelis tinkamas rinkinys. Kadangi degtukų laužyti negalima, tai kiekviena kvadrato kraštinė bus sveikas skaičius. Todėl keturių kvadrato kraštinių ilgių suma (perimetras) turi dalytis iš 4. Atveju **A** visų pagaliukų ilgių suma yra $5 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 11$, atveju **B** $3 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 12$, atveju **C** $6 \cdot 1 = 6$, atveju **D** $4 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 10$, atveju **E** $6 \cdot 3 = 18$.

Matome, kad tik rinkinio **B** pagaliukų ilgių suma dalijasi iš 4. Reikia dar įsitikinti, kad kvadratas išeina, bet tai jau matėme: $3 = 3 = 3 = 1 + 1 + 1$. Teisingas atsakymas **B**.

!! O ar taip jau būtina pademonstruoti, kad kvadratą sudėti galima? Kadangi tai *Kengūros* konkurso uždavinys, tai vienas iš atsakymų teisingas. Kadangi atsakymai **A**, **C**, **D**, **E** netinka, tai atsakymas **B** – teisingas.

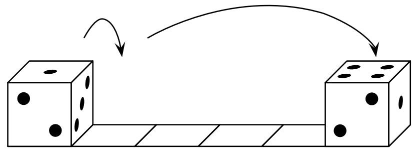
O štai jeigu tai ne *Kengūros* uždavinys, tai pateiktas sprendimas be sudėto kvadrato pavyzdžio... neteisingas!

Imkime, pavyzdžiui, rinkinį iš 2 trumpesnių ir 2 ilgesnių pagaliukų. Jų ilgių suma 8, taigi dalijasi iš 4. O štai sudėti iš jo kvadrato neįmanoma: tokio kvadrato kraštinė būtų 2, o ilgio 2 kraštinę turime tik vieną, $1 + 1$.

!!! Pastebėsime, kad uždavinio klausimas „iš kurio rinkinio pagaliukų galima sudėti kvadratą?“ ne visai tikslus – geriau būtų patikslinti jį žodžiu „visų“, t. y. klausti: „iš kurio rinkinio *visų* pagaliukų galima sudėti kvadratą?“. O jeigu galima panaudoti ne visus pagaliukus, tai kvadratą galima sudėti dar ir atveju **C** (kvadratas $1+1+1+1$, lieka 2 nepanaudoti pagaliukai), ir atveju **E** ($3 + 3 + 3 + 3$, lieka 2 nepanaudoti pagaliukai).

Žinoma, abejonės truktų neilgai – iš karto matyti, kad leidus panaudoti ne visus pagaliukus atsakymas būtų ne vienintelis, ypač akivaizdūs būtent atsakymai **C** ir **E**. Kitaip sakant, teisingai suprasti sąlygą kartais padeda ir pasirenkamieji atsakymai.

17. (B) 7



! Ritinant kauliuką vis į tą pačią pusę, po keturių pavertimų kauliukas užims pradinę padėtį (apačioje dabar siena $7-1 = 6$, po pirmo pavertimo apačioje bus siena 3, tada 1, tada $7-3 = 4$, tada vėl 6). Vadinasi, po penkto pavertimo kubelio padėtis bus kaip ir po pirmojo pavertimo. O štai po pirmojo pavertimo dešinioji bus siena 1, viršutinė siena bus priešinga sienai 3, t. y. siena 4, o priekinė siena visą laiką bus ta pati siena 2. Tų trijų sienų bendras akučių skaičius bus $1 + 4 + 2 = 7$.

18. (C) Citrininių su vafliuku

! Kadangi treji ledai buvo papuošti vyšnia, tai visos tos porcijos turėjo būti skirtingos. Tas porcijas atidėjus į šalį, liko 2 porcijos vanilinių ledų ir 1 porcija šokoladinių. Kadangi vafliuku reikia papuošti 2 porcijas, tai tarp jų nebus vienodų „komplektų“ tik paėmus porciją vanilinių ir porciją šokoladinių. Liko vienintelė porcija vanilinių, ir ją tenka puošti šokoladuku. Pagal ledų ir papuošimų pirmąsias raides komplektai atrodo taip: V+vy, Š+vy, C+vy, V+va, Š+va, V+š. Peržiūrėję atsakymų komplektus, matome, kad neturime atsakymo **C** komplekto – citrininių ledų su vafliuku.

19. (A) Alė Lilė Kora

? Paprasčiausias būdas – tikrinti atsakymus. Galvokime, kad teisingas atsakymas **A**, Alė Lilė Kora. Tikriname, ar išpildytos uždavinio sąlygos. Pirmas buvo ištartas „didvardis“ Adelė Lilė Klėja – ir iš tikrųjų, tik vienas vardas, būtent Lilė, teisingas ir yra antras. Antras buvo pasakytas didvardis Adelė Laura Kora, ir tik vienas vardas Kora yra teisingas ir stovi trečioje vietoje. Trečias buvo pasakytas didvardis Alė Laura Klėja[1], ir tik vienintelis vardas Alė teisingas ir stovi reikiamoje pirmoje vietoje.

Kadangi tik vienas atsakymas teisingas, tai kiti neteisingi. Drąsiai renkamės atsakymą **A**.

! Žinoma, malonu įsitikinti, kad kiti atsakymai sąlygos netenkina. Jeigu brolio sužadėtinės didvardis būtų **B**, t. y. Alė Laura Kora, tai antrojo ištarto didvardžio du vardai – Laura ir Kora – teisingi, o turėtų būti teisingas tik vienas.

Jeigu sužadėtinės didvardis būtų **C**, Adelė Laura Klėja, tai pirmojo ištarto didvardžio Adelė Lilė Klėja būtų teisingi du vardai – Adelė ir Klėja.

Jeigu sužadėtinės didvardis būtų **D**, Adelė Lilė Kora, tai pirmame klausimo didvardyje Adelė Lilė Klėja būtų du teisingi vardai.

Pagaliau, jeigu sužadėtinės didvardis būtų **E**, Alė Laura Klėja, tai trečiame pasakytame didvardyje Alė Laura Klėja būtų netgi visi trys teisingi vardai.

Vadinasi, teisingas tik atsakymas **A**.

!! Įdomu, kad uždavinį galima išspręsti ir be pasirenkamųjų atsakymų. Žinoma, taip jis tampa daug sunkesnis.

Taigi atspėkime sužadėtinės didvardį. Pirmas jo vardas negali būti Adelė. Iš tikrųjų, antras ir trečias vardai įmanomi tik tokie: Lilė Klėja, Lilė Kora, Laura Klėja, Laura Kora, ir įmanomi sužadėtinės didvardžiai būtų Adelė Lilė Klėja, Adelė Lilė Kora, Adelė Laura Klėja ir Adelė Laura Kora. Bet pirmas jų netinka, nes pirmame klausimo didvardyje būtų du teisingi vardai Adelė ir Lilė; antras netinka, nes antrame klausimo didvardyje būtų du teisingi vardai Adelė ir Kora; trečias netinka, nes pirmame klausimo didvardyje būtų du teisingi vardai Adelė ir Klėja; ketvirtas netinka, nes antrame klausimo didvardyje būtų visi trys teisingi vardai.

Taigi pirmas sužadėtinės vardas Alė. Dabar vėl įmanomi antro ir trečio vardo variantai yra Lilė Klėja, Lilė Kora, Laura Klėja ir Laura ir Kora, o įmanomi 4 sužadėtinės didvardžiai Alė Lilė Klėja, Alė Lilė Kora, Alė Laura Klėja ir Alė Laura Kora. Bet pirmu atveju teisingi būtų du vardai pirmajame klausimo didvardyje; trečiu atveju teisingi būtų visi trys vardai trečiajame klausimo didvardyje; ketvirtu atveju teisingi du vardai antrajame klausimo didvardyje. Taigi lieka tik antras atvejis – sužadėtinės vardas Alė Lilė Kora.

Čia taip pat reikia patikrinimo (o gal uždavinio sąlyga neteisinga, ir joks vardas netinka!), bet tą patikrinimą jau atlikome **?** sprendime.

[1]Konkurso metu uždavinio sąlygoje trečiasis vardas buvo parašytas kaip „Alė Lora Klėja“. Ši korektūros klaida uždavinio atsakymo nekeičia.

20. (D) 6

! Visų lentoje parašytų skaičių suma yra $1+8+2+7+3+6+4+5=4\cdot 9=36$. Trikampiais ir kvadratais uždengtų skaičių suma $10+20=30$. Vadinasi, skritulys dengia $36-30=6$.

21. (C) 6

! Pasvarstykime, kokia gali būti dviejų priešingų sienų skaičių suma. Visų 6 skaičių suma ne didesnė už $9+8+7+6+5+4=9+4+8+5+7+6=3\cdot 13$, taigi dviejų „priešingų“ skaičių suma (ji triskart mažesnė) ne didesnė už $3\cdot 13:3=13$.

Kita vertus, dviejų priešingų skaičių suma ne mažesnė kaip $8+1=9$ (nes 8 tikrai pasirinktas, jį matome paveikslėlyje). Bet 9 ta suma būti negali – tada prieš 4 būtų 5, o penketą matome greta. Negali ji būti ir 10 – tada prieš penketą būtų $10-5=5$, taip pat penketas, o skaičiai kartotis negali. Taigi jau žinome, kad sumos galėtų būti lygios tik 11, 12 arba 13.

Bet ir vėl – suma negali būti 13, nes tada prieš 8 būtų 5, o penketą matome greta aštuoneto. Suma negali būti 12, nes tada prieš 8 būtų 4, o ketvertą matome greta aštuoneto. Taigi suma galėtų būti tik 11, tada prieš 5 stovėtų $11-5=6$. Dar reikia įsitikinti, kad ir su kitais skaičiais būtų viskas gerai: prieš 8 stovėtų $11-8=3$, prieš 4 stovėtų $11-4=7$. Tai visiškai įmanoma – pasirinktieji 6 skaičiai yra 3, 4, 5, 6, 7, 8, o poromis priešingose sienose jie surašyti taip: 3 ir 8, 4 ir 7, 5 ir 6.

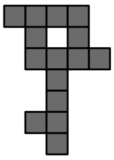
22. (D) 8

! Jeigu šalių būtų ne daugiau kaip 7, tai mokinių būtų ne daugiau kaip $7\cdot 6=42$ (bet jų važiavo 43). Vadinasi, šalių yra daugiau kaip 7.

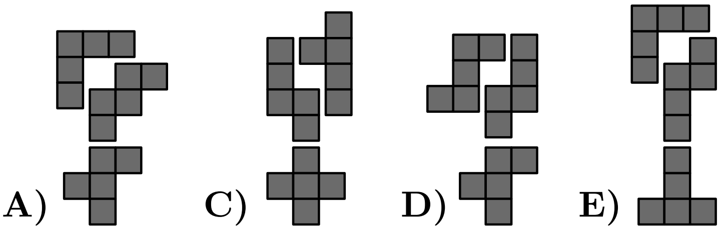
Jeigu šalių būtų ne mažiau kaip 9, tai mokinių būtų ne mažiau kaip $9\cdot 5=45$. Vadinasi, šalių yra mažiau kaip 9.

Taigi šalių yra daugiau kaip 7, bet mažiau kaip 9. Vienintelis toks skaičius yra 8, todėl šalių buvo aštuonios.

!! Sprendimą galima užrašyti formaliau. Sakykime, kad šalių buvo x. Tada mokinių buvo $\leqslant 6x$, bet $\geqslant 5x$. Taigi, $5x\leqslant 43\leqslant 6x$. Iš kairiosios nelygybės matome, kad $x\leqslant 8$, o iš dešiniosios – kad $x\geqslant 8$. Vadinasi, $x=8$.

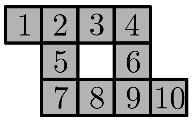
23. (B) 

? Jeigu figūrą galima reikiamu būdu padalyti į 3 dalis, tai viena iš dalių būtų apatiniai 5 kvadratėliai. Figūras **A**, **C**, **D** ir **E** galima padalyti, pavyzdžiui, taip.



Kadangi liko vienintelis atsakymas **B**, tai jį ir renkamės.

! Įsitikinkime, kad figūros **B** padalyti į nevienodas dalis neišeina. Iš tikrųjų, vėl tenka nukirpti apatinius 5 langelius. Lieka tokia figūra:



Nesunku patikrinti visus dalijimo būdus. Sunumeruokime kvadratėlius, kaip parodyta. Jeigu kirpsime tarp 2 ir 3, tai teks kirpti ir tarp 8 ir 9. Gausime dvi vienodas dalis, panašias į raidę Z. Jeigu kirpsime tarp 3 ir 4, tai teks kirpti ir tarp 7 ir 8. Gausime dvi vienodas figūras, panašias į raidę T. Jeigu kirpsime tarp 4 ir 6, tai teks kirpti ir tarp 5 ir 7. Gausime dvi vienodas figūras . Beje, ir trečioji figūra labai panaši į jas, tik apversta. Pagaliau, jeigu kirpsime tarp 6 ir 9, taigi ir tarp 2 ir 5, tai vėl gausime dvi vienodas figūras, panašias į apverstą raidę L.

Daugiau dalijimo būdų nėra, taigi figūros **B** padalyti į nevienodas 5 kvadratėlių figūras neįmanoma.

!! Įrodyti, kad padalyti pavaizduotos figūros į nevienodas dalis neįmanoma, galima ir be perrankos. Mūsų figūra simetriška baltojo kvadratėlio centro atžvilgiu: pirmą langelį atitinka 10-tas, 2-ą atitinka 9, 3-ią – 8-tas, 4-tą – 7-tas, 5-tą – 6-tas. Kad ir kaip figūrą dalytume į dvi 5 langelių dalis, nė viena atitinkamų langelių pora nebus vienoje dalyje. Pavyzdžiui, jeigu 5 ir 6 būtų vienoje dalyje, tai kita dalis subyrėtų – liktų atskiras kvadratėlis. Vadinasi, kad ir kokią iškirptume vieną dalį iš 5 langelių, kita dalis bus jai simetriška – sudaryta iš kitų atitinkamų langelių. Taigi dvi dalys bus vienodos.

24. (D) 942

? Šimtų skaitmenį K dėmenyje KAN imame kuo didesnį, t. y. 9. Gavome reiškinį $9\text{AN} + \text{GA} - \text{ROO}$. Atėminį imame kuo mažesnį, t.y. $\text{R} = 1, \text{O} = 2$, ir tų vieneto ir dvejeto tikrai neprireiks, nes turinyje skaitmenis imame kuo didesnius, t. y. raides A, N, G keisime (kuria nors tvarka) skaitmenimis 8, 7, 6. Taigi turime

$$9\text{AN} + \text{GA} - 122 = 900 + \text{AN} + \text{GA} - 122 = 778 + \text{AN} + \text{GA}.$$

Dešimčių $\text{A} + \text{G}$ sumoje $\text{AN} + \text{GA}$ imame kuo daugiau, t. y. $8 + 7$ arba $7 + 8$. Pirmu atveju $\text{AN} + \text{GA}$ virsta $8\text{N} + 78$, o antru atveju $7\text{N} + 87$, taigi pirmas skaičius vienetu didesnis. Jame N imame didžiausią galimą, t. y. 6, ir $\text{AN} + \text{GA}$ virto $86 + 78 = 164$.

Vadinasi, didžiausia $\text{KAN} - \text{ROO} + \text{GA}$ reikšmė yra $778 + 164 = 942$.

! Sprendime **?** yra keletas silpnų vietų. Pavyzdžiui, kodėl K reikia imti kuo didesnį? Iš tikrųjų viskas priklauso nuo situacijos: sakysime, $9\text{DE} + \text{MP}$ visai nebūtinai daugiau už $8\text{ST} + \text{VZ}$. Užrašą $\text{KAN} - \text{ROO} + \text{GA}$ ne visada galima keisti užrašu $\text{KAN} + \text{GA} - \text{ROO}$: pavyzdžiui, užrašas $298 - 311 + 49$ neturi prasmės (bent jau kol nesame susipažinę su neigiamais skaičiais, atimti 311 iš 298 neįmanoma), o užrašas $289 + 49 - 311$ prasmę turi, – tai lygu $347 - 311$, t. y. 36. Bet kadangi mes nagrinėsime tik skaičius KAN, didesnius už ROO, tai ir pakeisti užrašą į $\text{KAN} + \text{GA} - \text{ROO}$ galima. Negana to, pakeiskime jį į $\text{KAN} + \text{GA} - \text{RUU}$, – labai jau nemalonu, kad raidė O panaši į nulį (žinoma, anglų kalboje žodis KANGAROO reiškia kengūrą, o žodžio KANGARUU nėra, bet matematikoje ir toks „žodis“ visiškai geras). Toliau O reikš tik nulį.

Taigi pabandykime būti tikslesni (ar net pedantiškesni), ir surašykime sprendimą išsamiau. Sakykime, jog mes jau sugebėjome užraše $\text{KAN} + \text{GA} - \text{RUU}$ taip pakeisti raides skaičiais, kad gautas didžiausias įmanomas rezultatas (beje, niekas mums nesakė, kad yra tik vienas būdas tą padaryti, bet mes tada galime turėti galvoje bet kurį užrašą, duodantį didžiausią rezultatą). Tada $\text{K} = 9$; iš tikrųjų, jei būtų $\text{K} \leqslant 8$, tai net $899 + 99 - 122 < 900$, o didžiausias rezultatas tikrai didesnis už 900: pavyzdžiui, $987 + 68 - 122 > 900$. Toliau, aišku, kad $\text{R} = 1$: jei mūsų užraše nė viena kita raidė nėra 1, tai pakeitę skaitmenį R vienetu sumažintume atėminį, ir skirtumas padidėtų, o tai neįmanoma – juk mūsų rezultatas didžiausias; jei turinyje $9\text{AN} + \text{GA}$ kuri nors raidė yra 1, tai sukeitę ją su R padidintume turinį ir sumažintume atėminį, taigi rezultatas padidėtų, – prieštara; jeigu raidė U atėminyje RUU būtų 1, tai sukeitus R ir U atėminys sumažėtų, o rezultatas vėl padidėtų, – prieštara.

Taigi turime $9\text{AN} + \text{GA} - 1\text{UU}$. Aišku, kad $\text{U} = 2$. Iš tikrųjų, jeigu U didesnis už 2, tai vėl nagrinėjame du atvejus: kai skaitmuo 2 nepanaudotas, keičiame U į 2, ir atėminys sumažės; jeigu skaitmuo 2 yra kuri nors turinio $9\text{AN} + \text{GA}$ raidė, tai ją sukeičiame su U, tada turinys padidės, atėminys sumažės, rezultatas padidės, – prieštara.

Taigi mūsų užrašas jau virto $9\text{AN} + \text{GA} - 122$. Jį galima perrašyti taip: $900 + \text{AN} + \text{GA} - 122 = 778 + \text{AN} + \text{GA}$, ir viskas priklauso nuo $\text{AN} + \text{GA}$. Užrašius $\text{AN} + \text{GA}$ kaip $\text{A}0 + N + G0 + A$ aišku, kad dešimčių skaičių $\text{A} + \text{G}$ reikia imti kuo didesnį, būtent $8 + 7 = 15$. Iš tikrųjų, jeigu $\text{A} + \text{G} \leqslant 14$, tai $\text{A}0 + N + G0 + A \leqslant 140 + \text{N} + \text{A} < 140 + 10 + 10 = 160$, o pavyzdžiui $80 + 6 + 70 + 8 > 160$.

Taigi $\text{A} + \text{G} = 15$, ir yra dvi galimybės: $\text{A} = 8, \text{G} = 7$ ir $\text{A} = 7, \text{G} = 8$. Pirmu atveju $\text{AN} + \text{GA} = 8\text{N} + 78$, antru atveju $7\text{N} + 87$. Matome, kad pirmas skaičius vienetu didesnis: $80 + \text{N} + 78 - (70 + \text{N} + 87) = 70 - 9 = 1$. Taigi $\text{A} = 8, \text{G} = 7$.

Mūsų suma $\text{AN} + \text{GA}$ virto $8\text{N} + 78$, ir aišku, kad N reikia imti didžiausią įmanomą, $\text{N} = 6$. Vadinasi, $\text{AN} + \text{GA} = 86 + 78 = 164$, o didžiausias rezultatas $\text{KAN} + \text{GA} - \text{RUU} = 778 + 164 = 942$.

Be kita ko, nustatėme, kad didžiausias rezultatas pasiekiamas vieninteliu būdu, imant $\text{K} = 9, \text{A} = 8, \text{N} = 6, \text{G} = 7, \text{R} = 1, \text{U} = 2$.

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	D
2	A
3	E
4	E
5	A
6	D
7	E
8	C
9	C
10	B
11	E
12	E
13	D
14	A
15	D
16	B
17	B
18	C
19	A
20	D
21	C
22	D
23	B
24	D