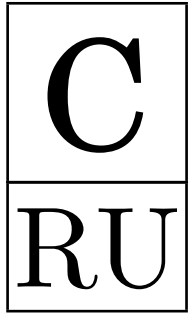


КЕНГУРУ 2020



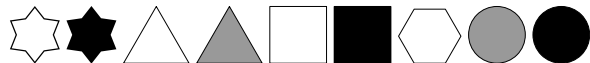
Сеньор
11–12 классы

Продолжительность работы 75 минут
Пользоваться калькуляторами запрещается

Задачи, оцениваемые в 3 очка

23. Одну сторону прямоугольного сада увеличили на 20%, а другую – на 50%. В результате получился квадрат (см. рис.). Площадь серого четырёхугольника равна 30 м^2 . Чему равна площадь исходного сада?
 А) 60 м^2 В) 65 м^2 С) 70 м^2 Д) 75 м^2 Е) 80 м^2
-
24. Последовательность L_1, L_2, L_3, \dots задана следующим образом: $L_1 = 1$, $L_2 = 3$ и $L_{n+2} = L_n + L_{n+1}$ для $n \geq 1$. Сколько чисел среди первых 2020 членов последовательности являются чётными?
 А) 673 В) 674 С) 1010 Д) 1011 Е) 1347
25. Айсберг имеет форму куба. Ровно 90% его объёма скрыто под поверхностью воды. Над поверхностью воды видна только одна вершина и, частично, три ребра этого куба. Длины видимых частей этих рёбер: 24 м, 25 м и 27 м. Чему равна длина всего ребра куба?
 А) 30 м В) 33 м С) 34 м Д) 35 м Е) 39 м
26. Утром в магазине предлагали 16 сортов мороженого, и Анна выбрала из них 2 сорта. После обеда несколько сортов были распроданы, и вечером Белла выбрала 3 сорта из оставшихся. Оказалось, что и у Анны, и у Беллы было одинаковое число способов сделать свой выбор. Сколько сортов мороженого было распродано после обеда?
 А) 2 В) 3 С) 4 Д) 5 Е) 6
27. Ваня взял квадратный лист бумаги со стороной 1 дм и загнул две его стороны до диагонали, как показано на рисунке. Чему равна площадь полученного четырёхугольника (в дм^2)?
 А) $2 - \sqrt{2}$ В) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ С) $\sqrt{2} - 1$ Д) $\frac{7}{10}$ Е) $\frac{3}{5}$
-
28. Натуральное число N делится на все натуральные числа от 2 до 11, кроме двух из этих чисел. Какими могут быть эти два числа?
 А) 2 и 3 В) 4 и 5 С) 6 и 7 Д) 7 и 8 Е) 10 и 11
29. На клетчатой бумаге кенгурёнок нарисовал прямую линию, проходящую через точку P , и закрасил три треугольника, как показано на рисунке. Каково отношение площадей этих треугольников?
 А) 1 : 2 : 3 В) 1 : 2 : 4 С) 1 : 3 : 9 Д) 1 : 4 : 8
 Е) Ни одно из указанных
-

30. Адам и Бритт пытаются выяснить, какая из следующих фигур нравится Карлу.

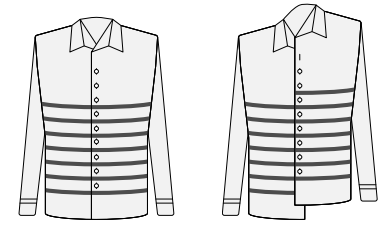


Адам знает, что Карл сообщил Бритту её форму. Бритт знает, что Карл сообщил Адаму её цвет. Затем состоялся следующий разговор. Адам: «Я не знаю, какая фигура нравится Карлу, и я знаю, что Бритт тоже не знает». Бритт: «Сначала я не знал любимую фигуру Карла, но теперь я её знаю». Адам: «Теперь я тоже её знаю». Какая фигура нравится Карлу?

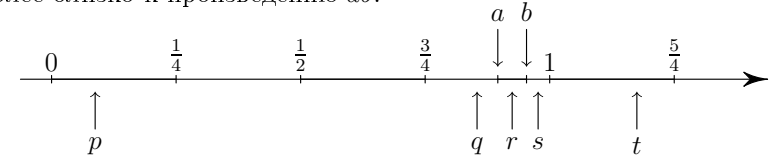
- А) В) С) Д) Е)

1. Чему равна сумма двух последних цифр произведения $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$?
 А) 2 В) 4 С) 6 Д) 8 Е) 16

2. Когда Коля надевает свою новую рубашку правильно, как показано на левом рисунке, то горизонтальные полосы образуют семь замкнутых колец вокруг его талии. Этим утром он неправильно застегнул пуговицы, как показано на правом рисунке. Сколько замкнутых колец получилось вокруг талии Коли в этот раз?
 А) 0 В) 1 С) 3 Д) 6 Е) 7

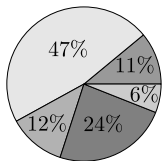


3. Рене обозначил на числовой прямой числа a и b (см. рис.). Какое из чисел p, q, r, s, t наиболее близко к произведению ab ?



- А) p В) q С) r Д) s Е) t

4. Круговая диаграмма показывает, как ученики добираются в школу. Тех, кто едет на велосипеде, примерно вдвое больше, чем тех, кто едет на общественном транспорте. На автомобиле приезжают примерно столько же, сколько приходят пешком. Остальные пользуются мопедом. Сколько процентов школьников приезжают на мопеде?
 А) 6% В) 11% С) 12% Д) 24% Е) 47%



5. Сумма пяти трёхзначных чисел \overline{ABC} , \overline{BCD} , \overline{CDE} , \overline{DEA} и \overline{EAB} равна 2664. Чему равна сумма $A + B + C + D + E$?
 А) 4 В) 14 С) 24 Д) 34 Е) 44

6. $\frac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020} =$
 А) 2020 В) 3030 С) 4040 Д) 6060 Е) 7070

7. Пусть a, b, c – натуральные числа, удовлетворяющие условиям $a \leq b \leq c$ и $abc = 1\,000\,000$. Какое наибольшее значение может иметь b ?

- A) 100 B) 250 C) 500 D) 1000 E) 2000

8. У Мэри было 10 листов бумаги: некоторые из них – квадраты, а остальные – треугольники. Она разрежала 3 квадрата по диагонали, и у неё получилось 13 бумажных фигур, имеющих всего 42 вершины. Сколько треугольников было у Мэри до того, как она сделала разрезы?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

9. Если P мышей весят K килограммов, а D слонов весят столько же, сколько M мышей, то сколько килограммов весит один слон?

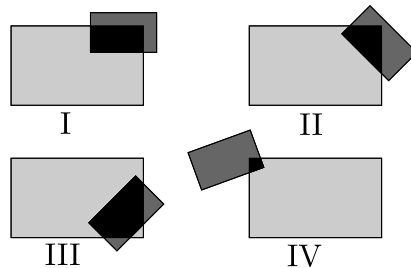
- A) $PKDM$ B) $\frac{PK}{DM}$ C) $\frac{KD}{PM}$ D) $\frac{KM}{PD}$ E) $\frac{PM}{KD}$

10. Имеется два кубика, у каждого из них две грани красные, две грани синие и две грани белые. Если подбросить оба кубика вместе, то какова вероятность, что выпадут два одинаковых цвета?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{3}$

Задачи, оцениваемые в 4 очка

11. Большой и маленький прямоугольники перекрываются. На рисунке показано четыре соответствующих случая. Обозначим через D площадь части большого прямоугольника, которая не является общей для обоих прямоугольников, и обозначим через M площадь части маленького прямоугольника, которая также не является общей для этих прямоугольников. В каком случае разность $D - M$ наибольшая?



- A) I B) II C) III D) IV E) Во всех случаях разность $D - M$ одинакова

12. Пять монет лежат на столе «решкой» вверх. За один ход можно перевернуть ровно три монеты. Какое наименьшее количество таких ходов нужно сделать, чтобы все монеты лежали «орлом» вверх?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) Это сделать невозможно

13. Кратчайший путь от Аграда до Веграда пролегает через Беград. На этом пути стоит левый указатель, а затем – правый (см. рис.). Какое расстояние было указано на сломанном знаке?



- A) 1 км B) 2 км C) 3 км D) 4 км E) 5 км

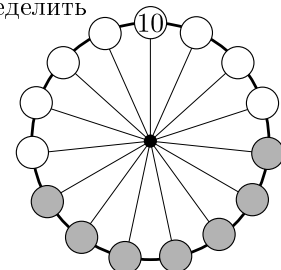
14. Какого из следующих значений не может принимать выражение $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$ ни при каких целых a, b и c ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 6 E) 8

15. Первая цифра 100-значного числа – цифра 2, а вторая – 9. Сколько цифр имеет квадрат этого числа?

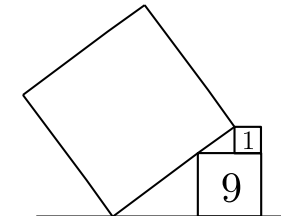
- A) 101 B) 199 C) 200 D) 201 E) Невозможно определить

16. Митя вписал 15 чисел в кружочки на колесе. На рисунке показано только одно из них, число 10. Известно, что сумма чисел в любых семи последовательных кружочках (например, серых на рисунке) одна и та же. Сколько из чисел 75, 216, 365 и 2020 могут быть суммами всех 15-и вписанных чисел?



- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

17. Большой квадрат касается двух меньших квадратов площади 1 и 9 так, как показано на рисунке. Чему равна площадь большого квадрата?

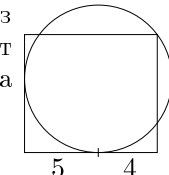


- A) 49 B) 80 C) 81 D) 82 E) 100

18. Какое из следующих выражений не делится на 3 ни при каких целых значениях n ?

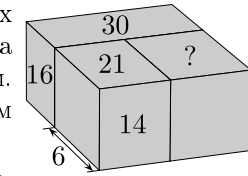
- A) $n^{12} + 2n^{11} + 1$ B) $5n^{12} - n^{11} + 2$ C) $5n + 2$ D) $n^2 + 2n + 5$ E) $2n^3 + 5$

19. Окружность касается двух сторон прямоугольника и проходит через одну из его вершин (см. рис.). Одна из точек касания делит соответствующую сторону на отрезки длиной 5 и 4. Чему равна площадь данного прямоугольника?



- A) 27π B) 25π C) 72 D) 63 E) Другой ответ

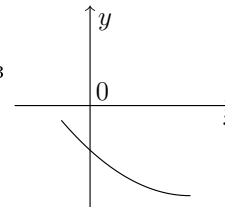
20. Прямоугольный параллелепипед построен из трёх меньших так, как показано на рисунке. Ширина одного из них равна 6, а площади некоторых их граней равны 14, 21, 16, 30 (см. рис.). Чему равна площадь грани, отмеченной вопросительным знаком?



- A) 18 B) 24 C) 28 D) 30 E) Невозможно определить

Задачи, оцениваемые в 5 очков

21. На рисунке показана часть параболы $y = ax^2 + bx + c$. Какое из следующих чисел является положительным?



- A) c B) $b + c$ C) ac D) bc E) ab

22. У Толи в коробке лежит 71 камешек. Одним ходом он может либо вынуть ровно 30 камешков из коробки, либо вложить в неё ровно 18 камешков из уже вынутых. Толя может делать сколько угодно ходов. Какое наименьшее количество камешков может оказаться в коробке?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11