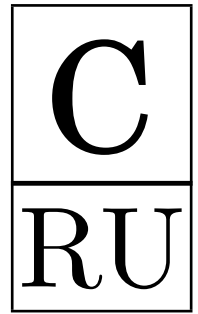


# КЕНГУРУ 2021



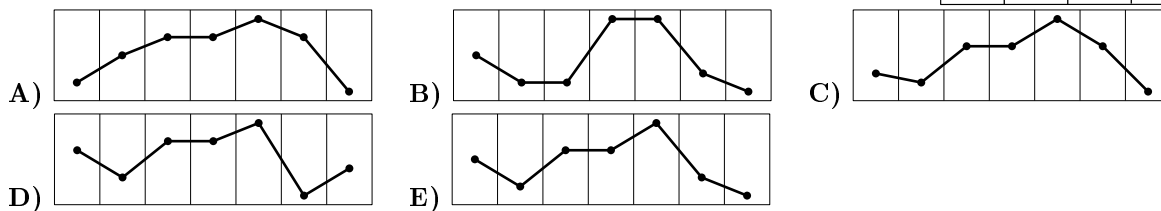
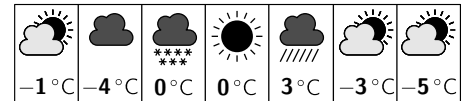
Продолжительность работы 75 минут  
Пользоваться калькуляторами запрещается  
Участники обязаны решать задачи самостоятельно

Сеньор  
11–12 классы

## Задачи, оцениваемые в 3 очка

1. Третий четверг марта называют Днём Кенгуру. Дата одного из Дней Кенгуру указана неверно. Какая именно?  
A) 17 марта 2022 г. B) 16 марта 2023 г. C) 14 марта 2024 г. D) 20 марта 2025 г. E) 19 марта 2026 г.

2. Приложение смартфона показывает погоду на ближайшие семь дней. В каком из следующих ответов приведён график температуры данного на рисунке прогноза?



3. Единичный куб разрезали на два одинаковых прямоугольных параллелепипеда. Чему равна площадь поверхности одного такого параллелепипеда?

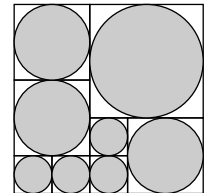
A)  $\frac{3}{2}$  B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Сколько целых чисел находится в интервале  $(20 - \sqrt{21}; 20 + \sqrt{21})$ ?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

5. Большой квадрат разбит на меньшие квадраты так, как показано на рисунке. В каждый из этих квадратов вписали серый круг. Какая часть площади большого квадрата закрашена серым цветом?

A)  $\frac{6\pi}{25}$  B)  $\frac{\pi}{5}$  C)  $\frac{3\pi}{10}$  D)  $\frac{\pi}{4}$  E)  $\frac{5\pi}{16}$



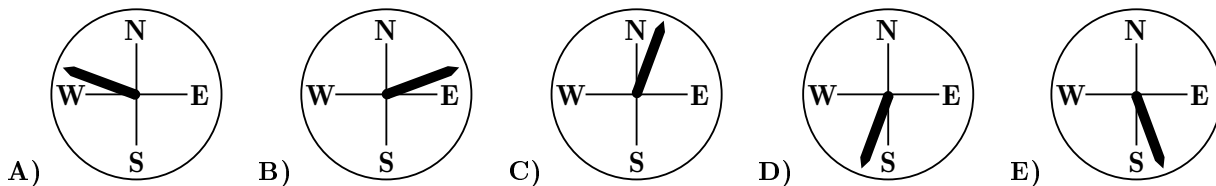
6. Пусть  $x = \frac{\pi}{4}$ . Какое из следующих чисел наибольшее?

A)  $x^4$  B)  $x^2$  C)  $x$  D)  $\sqrt{x}$  E)  $\sqrt[4]{x}$

7. Прямоугольный лист бумаги имеет длину  $x$  и ширину  $y$ , где  $x > y$ . Лист двумя способами можно свернуть так, чтобы две противоположные стороны листа совпали и получилась боковая поверхность цилиндра. Чему равно отношение объёма более высокого цилиндра и объёма более низкого цилиндра?

A)  $y^2 : x^2$  B)  $y : x$  C) 1:1 D)  $x : y$  E)  $x^2 : y^2$

8. После бури вертикальный флашток наклонился. Если смотреть с северо-запада, его вершина находится справа от его основания. Если смотреть с востока, то его вершина тоже будет правее основания. В каком из следующих направлений мог наклониться флашток?



9. Чему равна площадь треугольника с вершинами в точках координатной плоскости  $(p; q)$ ,  $(3p; q)$  и  $(2p; 3q)$ , где  $p, q > 0$ ?

A)  $\frac{pq}{2}$  B)  $pq$  C)  $2pq$  D)  $3pq$  E)  $4pq$

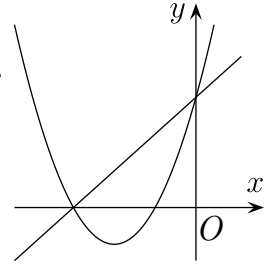
10. Сколько существует трёхзначных натуральных чисел, кратных числу 3 и в записи которых участвуют только цифры 1, 3 и 5? (Одну и ту же цифру можно использовать несколько раз.)

A) 3 B) 6 C) 9 D) 18 E) 27

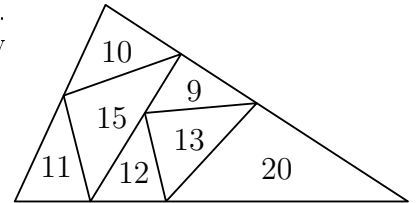
**Задачи, оцениваемые в 4 очка**

11. Какую часть среди всех положительных делителей числа  $7!$  составляют нечётные числа?  
 А)  $\frac{1}{2}$    В)  $\frac{1}{3}$    С)  $\frac{1}{4}$    Д)  $\frac{1}{5}$    Е)  $\frac{1}{6}$
12. Если  $A = (0; 1) \cup (2; 3)$  и  $B = (1; 2) \cup (3; 4)$ , то чему равно множество всех чисел вида  $a + b$ , где  $a \in A, b \in B$ ?  
 А)  $(1; 3) \cup (3; 5) \cup (5; 7)$    В)  $(1; 5) \cup (5; 7)$    С)  $(1; 3) \cup (3; 7)$    Д)  $(1; 7)$    Е) Другой ответ
13. Сколько трёхзначных натуральных чисел обладает свойством: если цифры числа записать в обратном порядке, то получится число, на 99 большее исходного?  
 А) 8   В) 64   С) 72   Д) 80   Е) 81

14. Числа  $a, b, c$  различны. Парабола  $y = ax^2 + bx + c$  пересекается с прямой, как показано на рисунке. Какое из следующих уравнений может иметь эта прямая?  
 А)  $y = bx + c$    В)  $y = cx + b$    С)  $y = ax + b$    Д)  $y = ax + c$    Е)  $y = cx + a$



15. Треугольник разбили на меньшие треугольники так, как показано на рисунке. Число внутри каждого меньшего треугольника указывает его периметр. Чему равен периметр исходного треугольника?  
 А) 31   В) 34   С) 41   Д) 62   Е) Другой ответ

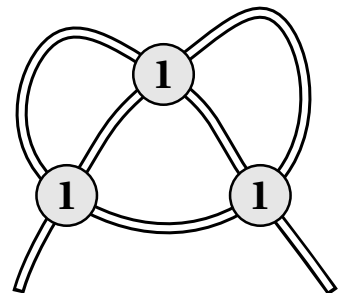


16. Обозначим через  $p(N)$  произведение цифр числа  $N$ . Например,  $p(23) = 2 \cdot 3 = 6$ . Чему равна сумма  $p(10) + p(11) + p(12) + \dots + p(99) + p(100)$ ?  
 А) 2025   В) 4500   С) 5005   Д) 5050   Е) Другой ответ

17. В каждую клетку таблицы  $5 \times 5$  записано число. Оля вычислила сумму чисел каждой строки и каждого столбца. Все 10 сумм равны. Некоторые из чисел показаны на рисунке. Какое число записано в клетке, отмеченной вопросительным знаком?  
 А) 8   В) 10   С) 12   Д) 18   Е) 23

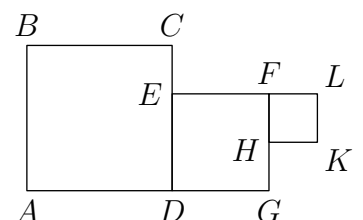
	16		22	
20		21		2
	25		1	
24		5		6
	4		?	

18. На столе лежит верёвка, частично закрытая тремя монетами, как показано на рисунке. Под каждой монетой верёвка с одинаковой вероятностью может выглядеть так: или так: . С какой вероятностью образуется узел, если потянуть за концы этой верёвки?  
 А)  $\frac{1}{2}$    В)  $\frac{1}{4}$    С)  $\frac{1}{8}$    Д)  $\frac{3}{4}$    Е)  $\frac{3}{8}$



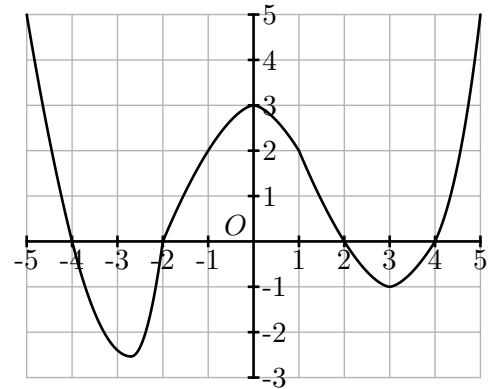
19. Первые 1000 натуральных чисел записали в некотором порядке. Затем для каждой тройки подряд стоящих чисел вычислили их сумму. Какое наибольшее количество нечётных сумм могло получиться?  
 А) 997   В) 996   С) 995   Д) 994   Е) 993

20. На рисунке изображены три квадрата:  $ABCD$ ,  $DEFG$  и  $FHKL$ . Точки  $B, E$  и  $K$  лежат на одной прямой. Площадь квадрата  $ABCD$  равна 36, а площадь квадрата  $DEFG$  равна 16. Чему равна площадь треугольника  $BGK$ ?  
 А)  $14\frac{2}{3}$    В)  $15\frac{1}{3}$    С) 16   Д)  $17\frac{2}{3}$    Е) 18



**Задачи, оцениваемые в 5 очков**

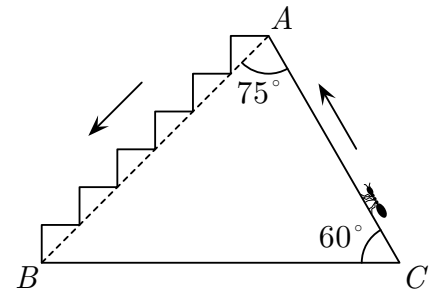
21. На рисунке изображён график функции  $f : [-5; 5] \rightarrow \mathbb{R}$ . Сколько различных решений имеет уравнение  $f(f(x)) = 0$ ?  
 А) 2 В) 4 С) 6 Д) 7 Е) 8



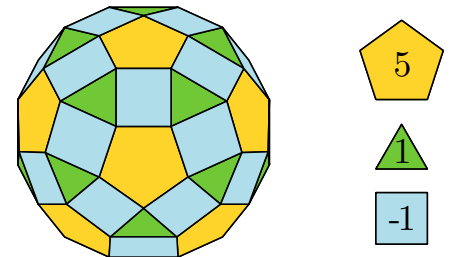
22. На доске были записаны числа 1, 2, 7, 9, 10, 15 и 19. Двое игроков по очереди стирали по одному числу. В итоге на доске осталось только одно число. Сумма чисел, удалённых одним из игроков, оказалась в два раза больше суммы чисел, удалённых другим игроком. Какое число осталось?  
 А) 2 В) 7 С) 9 Д) 10 Е) 19

23. Функция  $f$  такова, что  $f(1) = 2$  и для любых натуральных  $x, y$  верно равенство  $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ . Чему равна сумма  $\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \dots + \frac{f(2021)}{f(2020)}$ ?  
 А) 0 В)  $\frac{1}{2}$  С) 2 Д) 2020 Е) Другой ответ

24. Муравей поднимается прямым склоном  $CA$  и спускается по лестнице от  $A$  к  $B$ , как показано на рисунке. Чему равно отношение пути от  $A$  до  $B$  к пути от  $C$  до  $A$ ?  
 А) 1 В) 2 С) 3 Д)  $\sqrt{2}$  Е)  $\sqrt{3}$

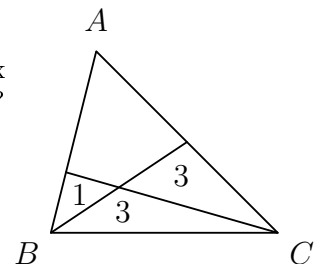


25. Многогранник на рисунке имеет 12 пятиугольных граней, а остальные грани – либо треугольники, либо квадраты. Каждый пятиугольник окружён пятью квадратами, а каждый треугольник – тремя квадратами. Ваня записал число 1 на каждой треугольной грани, число 5 на каждой пятиугольной грани и число  $-1$  на каждой квадратной грани. Чему равна сумма всех записанных чисел?  
 А) 20 В) 50 С) 60 Д) 80 Е) 120

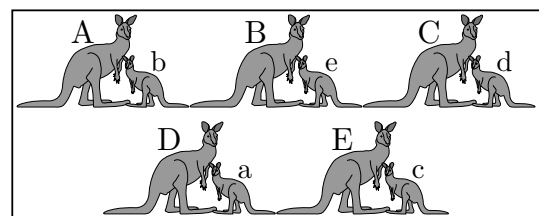
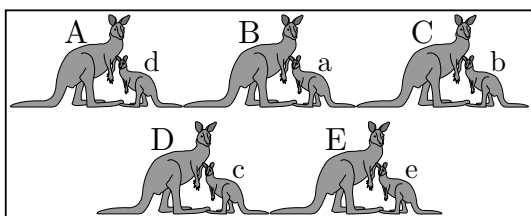


26. Числа  $a$  и  $b$  являются квадратами целых чисел. Число  $a - b$  является простым. Какое из следующих чисел не может быть равно ни числу  $a$ , ни числу  $b$ ?  
 А) 144 В) 400 С) 625 Д) 729 Е) 2500

27. Треугольник  $ABC$  разбит на четыре части двумя отрезками. Площади треугольных частей равны 1, 3 и 3, как показано на рисунке. Чему равна площадь треугольника  $ABC$ ?  
 А) 12 В) 12,5 С) 13 Д) 13,5 Е) 14



28. У пяти кенгуру  $A, B, C, D$  и  $E$  есть по одному кенгурёнку. Кенгурята обозначены буквами  $a, b, c, d$  и  $e$ . На рисунке слева ровно двое кенгурят стоят рядом со своими мамами. На рисунке справа ровно трое кенгурят стоят рядом со своими мамами. Кто является мамой кенгурёнка  $a$ ?



- А) А В) В С) С Д) D Е) E

29. Для каждого действительного числа  $k$  определим  $M(k)$  как наибольшее значение выражения  $|4x^2 - 4x + k|$  при  $x \in [-1; 1]$ . Чему равно наименьшее возможное значение  $M(k)$ ?

- А) 4   В)  $4\frac{1}{2}$    С) 5   Д)  $5\frac{1}{2}$    Е) 8

30. Два плоских зеркала  $OP$  и  $OQ$  наклонены под острым углом. Луч света  $XY$ , параллельный  $OQ$ , падает на зеркало  $OP$  и отражается в точке  $Y$ . Тогда он отражается от  $OQ$ , повторно отражается от  $OP$  и падает под прямым углом на  $OQ$  в точке  $R$ . Известно, что  $OR = 5$  см. На каком расстоянии  $d$  (см) от зеркала  $OQ$  находится точка  $Y$ ?

- А) 4   В)  $4\frac{1}{2}$    С) 5   Д)  $5\frac{1}{2}$    Е) 6

