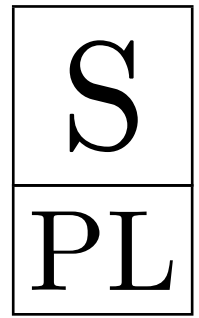


KANGUR 2022



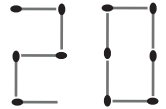
Czas trwania konkursu: 75 min
Używać kalkulatorów nie wolno!
Uczestnicy samodzielnie rozwiązują problemy

Student
Klasy 11–12

Pytania po 3 punkty

1. Karolina ma 30 zapalek i układa z nich napis 2022 według wzoru cyfr pokazanego na rysunku obok. Ile zapalek jej zostanie po ułożeniu całego napisu?

A) 20 B) 19 C) 10 D) 9 E) 5



2. Ile dodatnich trzycyfrowych liczb całkowitych jest podzielnych przez 8?

A) 111 B) 112 C) 113 D) 124 E) 125

3. Beata jest starsza od Karola i młodsza od Lidki. Tadeusz jest starszy od Beaty. Które dwie osoby mogą być w tym samym wieku?

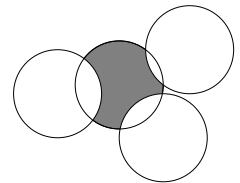
A) Karol i Tadeusz B) Tadeusz i Lidka C) Lidka i Karol D) Beata i Lidka E) Tadeusz i Beata

4. Iloczyn wszystkich cyfr pewnej liczby dziesięciocyfrowej jest równy 15. Ile wynosi suma cyfr tej liczby?

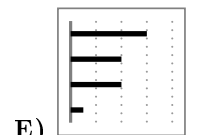
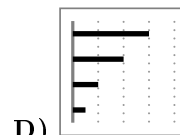
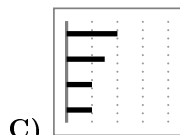
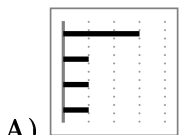
A) 8 B) 12 C) 15 D) 16 E) 20

5. Na rysunku pokazano cztery przecinające się okręgi o promieniu 1. Jaki jest obwód zaciętego obszaru?

A) Jest większy od $\frac{3\pi}{2}$ i mniejszy od 2π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) 2π D) π E) π^2



6. Wykres na smartfonie Magdy przedstawia czasy korzystania z czterech ulubionych aplikacji w ubiegłym tygodniu. W tym tygodniu Magda ograniczyła czas korzystania z każdej z pewnych dwóch spośród tych aplikacji do połowy, ale czas korzystania z każdej z dwóch pozostałych aplikacji nie zmienił się. Który z poniższych wykresów **nie może** być wykresem za ten tydzień?

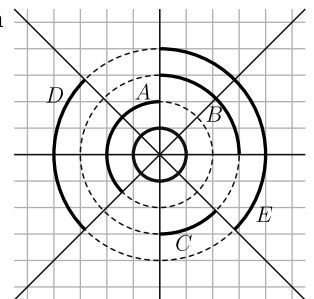


7. Ile rzeczywistych rozwiązań ma równanie $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. Cztery proste na rysunku tworzą osiem równych kątów. Długość którego z pięciu pogrubionych łuków jest równa długości najmniejszego okręgu?

A) A B) B C) C D) D E) E



9. Jeśli liczby a , b i c są niezerowe i liczby $-2a^4b^3c^2$ i $3a^3b^5c^{-4}$ są tego samego znaku, to która z poniższych nierówności jest z pewnością prawdziwa?

A) $ab > 0$ B) $b < 0$ C) $c > 0$ D) $bc > 0$ E) $a < 0$

10. Na prostej zaznaczono w kolejności pokazanej na rysunku punkty A , B , C i D . Wiadomo, że $AC = 12$ i $BD = 18$. Jaka jest odległość pomiędzy środkami odcinków AB i CD ?

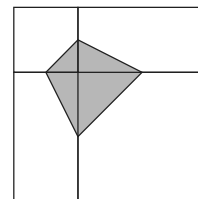


A) 15 B) 12 C) 18 D) 6 E) 9

Pytania po 4 punkty

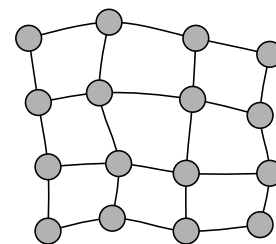
11. Aktualne zużycie wody według wodomierza w łazience to $91,876 \text{ m}^3$. Ile wody należy zużyć, by po raz kolejny wszystkie cyfry wskazania wodomierza były znowu różne?
 A) $0,006 \text{ m}^3$ B) $0,034 \text{ m}^3$ C) $0,086 \text{ m}^3$ D) $0,137 \text{ m}^3$ E) $1,048 \text{ m}^3$

12. Kwadrat został podzielony na dwa mniejsze kwadraty i dwa prostokąty – patrz rysunek. Pole zacieniowanego czworokąta jest równe 3, a jego wierzchołki są środkami boków małych kwadratów. Jakie jest pole niezacieniowanej części dużego kwadratu?
 A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24



13. Ile wynosi największy wspólny dzielnik liczb $2^{2021} + 2^{2022}$ i $3^{2021} + 3^{2022}$?
 A) 2^{2021} B) 1 C) 2 D) 6 E) 12

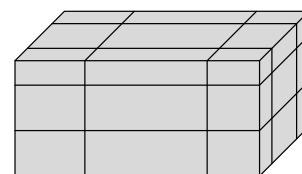
14. Mapa pokazuje 16 miast połączonych drogami. W niektórych z tych miast należy zbudować elektrownie. Każda z planowanych elektrowni może zaopatrywać w prąd miasto, w którym się znajduje oraz wszystkie miasta połączone z tym miastem pojedynczymi odcinkami dróg. Jaka jest najmniejsza liczba elektrowni, które należy wybudować, żeby wszystkie miasta zaopatrywać w prąd?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



15. Wnuki zapytały babcię, ile ma lat. Babcia poprosiła wnuki, żeby odgadły jej wiek. Pierwszy wnuk powiedział, że ma 75 lat, drugi – 78, a trzeci – 81. Okazało się, że pewien z nich pomylił się o 1 rok, inny z dwójki pozostałych o 2 lata, a ostatni o 4 lata. Ile lat ma babcia?
 A) 76 B) 77 C) 79 D) 80 E) Nie można udzielić jednoznacznej odpowiedzi

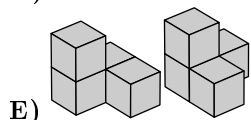
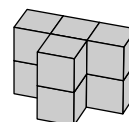
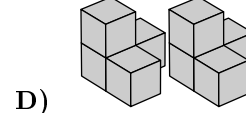
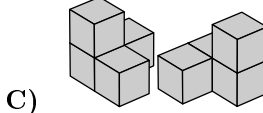
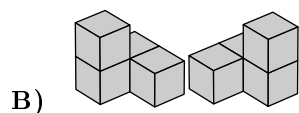
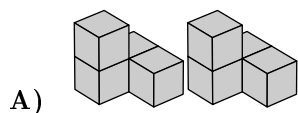
16. W rzędzie wypisano w porządku rosnącym wszystkie te liczby całkowite od 2 do 2022, w których zapisie mogą występować jedynie cyfry 2 i 0. Liczbą środkową jest
 A) 200 B) 220 C) 222 D) 2000 E) 2002

17. Prostopadłościan o powierzchni całkowitej S rozcięto sześcioma płaszczyznami na 27 mniejszych prostopadłościanów jak na rysunku. Każda z płaszczyzn jest równoległa do pewnej ściany prostopadłościanu. Czemu jest równa suma powierzchni całkowitych tych 27 prostopadłościanów?
 A) $2S$ B) $\frac{5}{2}S$ C) $3S$ D) $4S$ E) Innej liczbie

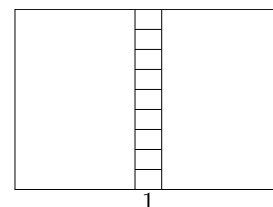


18. Pięć liczb tworzy ciąg rosnący. Ich średnia arytmetyczna jest równa 24. Średnia trzech pierwszych liczb wynosi 19, a średnia trzech ostatnich wynosi 28. Jaka jest liczba środkowa?
 A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

19. Którą parę brył należy złożyć, by otrzymać bryłę z rysunku obok?



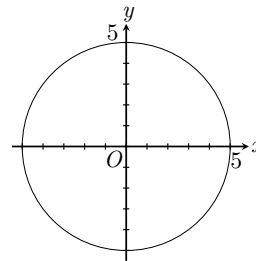
20. Prostopokąt podzielono na 11 mniejszych prostokątów jak na rysunku. Wyjściowy prostokąt jest podobny do każdego z 11 mniejszych prostokątów, a jego boki są równoległe do odpowiadających im boków 9 najmniejszych prostokątów. Czemu jest równy obwód dużego prostokąta, jeśli dłuższy bok najmniejszego prostokąta ma długość 1?
 A) 20 B) 24 C) 27 D) 30 E) 36



Pytania po 5 punktów

21. Ile punktów na okręgu o środku w punkcie $(0; 0)$ i promieniu 5 ma obie współrzędne całkowite?

- A) 5 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

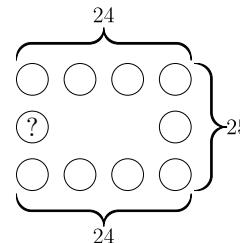


22. Ile jest dodatnich liczb trzycyfrowych, które są pięciokrotnie większe od iloczynu swoich cyfr?

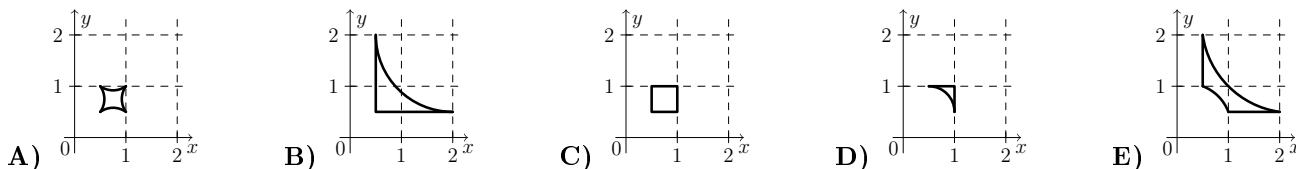
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

23. Liczby od 1 do 10 rozmieszczono po jednej w polach pokazanego diagramu. Suma liczb zarówno w dolnym jak i w górnym wierszu jest równa 24, a suma w prawej kolumnie wynosi 25. Jaka liczba znajduje się w polu oznaczonym znakiem zapytania?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) Inna liczba



24. Wierzchołki kwadratu mają współrzędne $(1; 1)$, $(2; 1)$, $(2; 2)$ i $(1; 2)$. Kwadrat ten poddajemy przekształceniu, które punkt o współrzędnych $(x; y)$ przeprowadza na punkt o współrzędnych $(\frac{1}{x}; \frac{1}{y})$. Który wykres przedstawia boki tego kwadratu po przekształceniu?

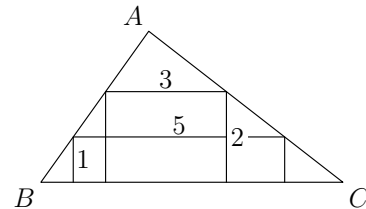


25. Wierzchołki dwudziestokąta foremnego tak ponumerowano liczbami od 1 do 20, że numery sąsiednich wierzchołków różnią się o 1 lub o 2, a następnie pokolorowano na czerwono boki, dla których numery końców różnią się o 1. Ile jest czerwonych boków?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 10 E) To zależy od numeracji wierzchołków

26. W trójkąt ABC wpisano dwa prostokąty o wymiarach odpowiednio 1×5 i 2×3 – patrz rysunek. Jaka jest wysokość trójkąta opuszczona z wierzchołka A ?

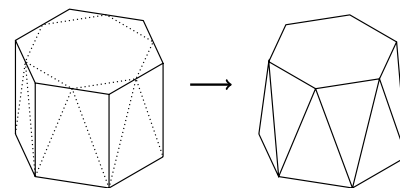
- A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{16}{5}$ E) Inna odpowiedź



27. Jeśli $N > 2022$ jest liczbą całkowitą, to ile liczb całkowitych leży między $\sqrt{N^2 + N + 1}$ i $\sqrt{9N^2 + N + 1}$?

- A) $N + 1$ B) $2N - 1$ C) $2N$ D) $2N + 1$ E) $3N$

28. Górne narożniki graniastoshłupa prawidłowego sześciokątnego ścięto jak pokazuje rysunek. Górna podstawa powstałej bryły jest mniejszym sześciokątem foremnym, a powierzchnię boczną tworzy 12 trójkątów równoramiennych dwóch różnych rozmiarów. Jaka część objętości pierwotnej bryły została ścięta?



- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$ E) $\frac{1}{6\sqrt{3}}$

29. Dwanaście odważników o wagach: 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, ..., 12 kg podzielono na trzy grupy po cztery odważniki w każdej z grup. Łączna waga odważników z grupy pierwszej wynosi 41 kg, a z drugiej 26 kg. Który spośród odważników wymienionych w odpowiedziach jest w tej samej grupie co odważnik o wadze 9 kg?

- A) 3 kg B) 5 kg C) 7 kg D) 8 kg E) 10 kg

30. Dwa okręgi przecinają prostokąt $AFMG$, jak pokazano na rysunku. Położone na zewnątrz okręgów odcinki mają długości $AB = 8$, $CD = 26$, $EF = 22$, $GH = 12$ i $JK = 24$. Jaka jest długość odcinka LM ?

- A) 15 B) 17 C) 14 D) 16 E) 18

