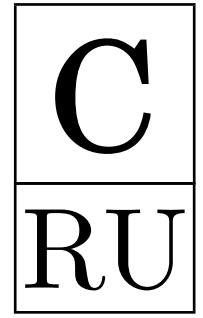


КЕНГУРУ 2022

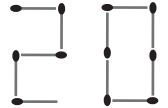


Продолжительность работы 75 минут
Пользоваться калькуляторами запрещается
Участники обязаны решать задачи самостоятельно

Сеньор
11–12 классы

Задачи, оцениваемые в 3 очка

1. Кирилл складывает число 2022 из спичек в коробке. Вначале в коробке было 30 спичек. Кирилл сложил первые две цифры так, как показано на рисунке. Сколько спичек останется в коробке после того, как он сложит все четыре цифры?



A) 20 B) 19 C) 10 D) 9 E) 5

2. Сколько трёхзначных натуральных чисел делятся на 8?

A) 111 B) 112 C) 113 D) 124 E) 125

3. Белла старше Карла, но моложе Клары. Федя старше Беллы. Кто из них могут быть одного возраста?

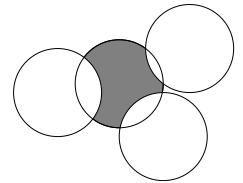
A) Карл и Федя B) Федя и Клара C) Клара и Карл D) Белла и Клара E) Федя и Белла

4. Произведение цифр 10-значного числа равно 15. Чему равна сумма цифр этого числа?

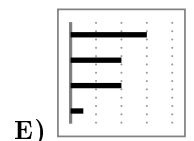
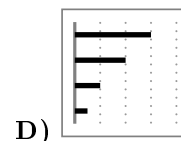
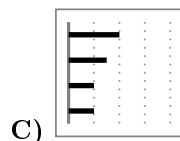
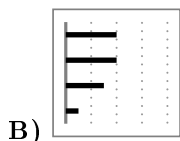
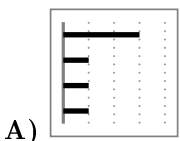
A) 8 B) 12 C) 15 D) 16 E) 20

5. Четыре окружности радиуса 1 пересекаются, как показано на рисунке. Каков периметр закрашенной фигуры?

A) Больше чем $\frac{3\pi}{2}$, но меньше чем 2π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) 2π D) π E) π^2



6. Диаграмма справа показывает, сколько времени на прошлой неделе Надя пользовалась приложениями, установленными на её смартфоне. На этой неделе она выбрала два приложения и потратила в два раза меньше времени на каждое из них. Время, потраченное на каждое из двух других приложений, не изменилось. Как **не может** выглядеть соответствующая диаграмма?

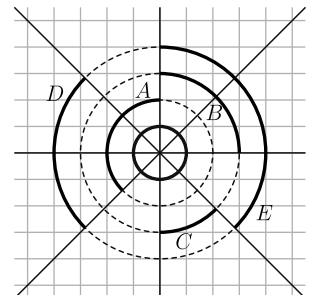


7. Сколько действительных решений имеет уравнение $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. Четыре прямые пересекаются в одной точке и образуют восемь равных углов. Какая из дуг имеет такую же длину, как малая окружность в центре?

A) A B) B C) C D) D E) E



9. Каждое из чисел a, b, c отлично от нуля. Числа $-2a^4b^3c^2$ и $3a^3b^5c^{-4}$ имеют одинаковые знаки. Какое из неравенств заведомо верно?

A) $ab > 0$ B) $b < 0$ C) $c > 0$ D) $bc > 0$ E) $a < 0$

10. Миша отметил точки A, B, C и D на прямой в том же порядке, как на рисунке. Известно, что $AC = 12$, $BD = 18$. Каково расстояние между серединами отрезков AB и CD?

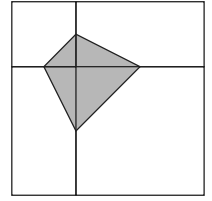


A) 15 B) 12 C) 18 D) 6 E) 9

Задачи, оцениваемые в 4 очка

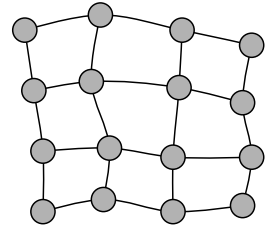
11. Толя заметил, что на счётчике воды в его квартире все цифры различные: $91,876 \text{ м}^3$. Какое наименьшее количество воды должно быть израсходовано, чтобы на счётчике все цифры снова стали различными?
 А) $0,006 \text{ м}^3$ В) $0,034 \text{ м}^3$ С) $0,086 \text{ м}^3$ Д) $0,137 \text{ м}^3$ Е) $1,048 \text{ м}^3$

12. Квадрат разбит на два меньших квадрата и два прямоугольника, как показано на рисунке. Вершины закрашенного четырёхугольника являются серединами сторон двух квадратов, а его площадь равна 3. Чему равна площадь незакрашенной части исходного квадрата?
 А) 12 В) 15 С) 18 Д) 21 Е) 24



13. Чему равен наибольший общий делитель чисел $2^{2021} + 2^{2022}$ и $3^{2021} + 3^{2022}$?
 А) 2^{2021} В) 1 С) 2 Д) 6 Е) 12

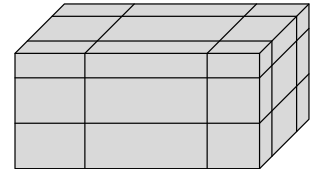
14. Города соединены дорогами так, как показано на рисунке. В некоторых из этих 16 городов надо так построить электростанции, чтобы все города были обеспечены электроэнергией. Каждая электростанция обеспечит электроэнергией свой город и все соседние города (т. е. связанные с ним одним отрезком дороги). Какое наименьшее количество электростанций нужно построить?
 А) 3 В) 4 С) 5 Д) 6 Е) 7



15. Трое внуков спросили у бабушки, сколько ей лет. Бабушка сказала: «Угадайте.» Первый из внуков предположил, что бабушке 75 лет, второй – что 78, третий – что 81. Оказалось, что кто-то из них ошибся на 1 год, кто-то – на 2 и кто-то – на 4. Сколько лет бабушке?
 А) 76 В) 77 С) 79 Д) 80 Е) Невозможно определить однозначно

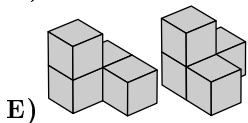
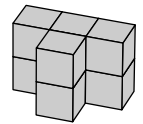
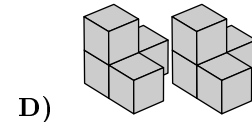
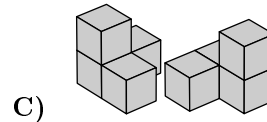
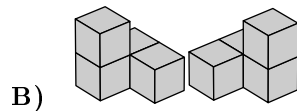
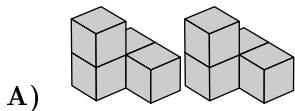
16. Давид выписывает в порядке возрастания все натуральные числа от 2 до 2022, в записи которых нет других цифр, кроме 0 и 2. Какое число окажется ровно посередине в таком списке?
 А) 200 В) 220 С) 222 Д) 2000 Е) 2002

17. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна S . Шестью плоскостями, параллельными граням, он разбит на 27 меньших параллелепипедов, как показано на рисунке. Чему равна сумма площадей поверхности этих 27 параллелепипедов?
 А) $2S$ В) $\frac{5}{2}S$ С) $3S$ Д) $4S$ Е) Другой ответ

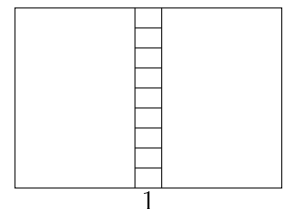


18. Пять чисел образуют возрастающую последовательность. Их среднее арифметическое равно 24. Среднее арифметическое трёх первых чисел равно 19, а трёх последних – равно 28. Чему равен третий член последовательности?
 А) 20 В) 21 С) 22 Д) 23 Е) 24

19. Из каких двух фигур можно сложить фигуру на рисунке справа?



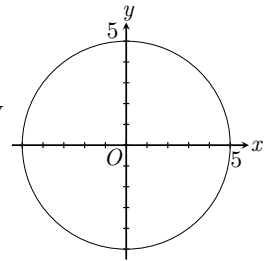
20. Прямоугольник на рисунке разбит на 11 меньших прямоугольников. Все 12 прямоугольников подобны. Длины горизонтальных сторон 9 самых маленьких прямоугольников равны 1, а их вертикальные стороны (как и у исходного прямоугольника) короче горизонтальных. Чему равен периметр исходного прямоугольника?
 А) 20 В) 24 С) 27 Д) 30 Е) 36



Задачи, оцениваемые в 5 очков

21. Окружность с центром $(0; 0)$ имеет радиус 5. Сколько всего на этой окружности точек, у которых обе координаты являются целыми числами?

- А) 5 В) 8 С) 12 Д) 16 Е) 20

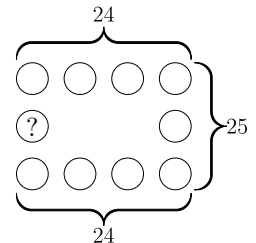


22. Сколько существует трёхзначных натуральных чисел, которые в пять раз больше произведения своих цифр?

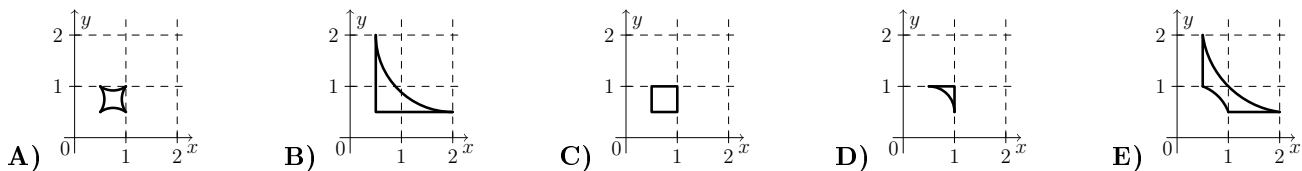
- А) 1 В) 2 С) 3 Д) 4 Е) 5

23. Десять чисел $1, 2, \dots, 10$ по одному вписаны в 10 кружочков (см. рис.). Суммы чисел в верхней и нижней строках равны 24. Сумма чисел в правом столбце равна 25. Какое число вписано вместо вопросительного знака?

- А) 2 В) 4 С) 5 Д) 6 Е) Другой ответ



24. Точки $(1; 1), (2; 1), (2; 2), (1; 2)$ являются вершинами квадрата. Каждую его точку $(x; y)$ заменили на точку $(\frac{1}{x}; \frac{1}{y})$. Какая фигура получилась в результате?

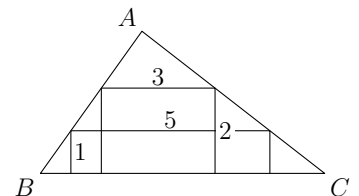


25. Вершины 20-угольника пронумерованы числами от 1 до 20 так, что номера соседних вершин отличаются только на 1 или на 2. Стороны, на концах которых числа отличаются на 1, окрашены в красный цвет. Сколько красных сторон получилось?

- А) 1 В) 2 С) 5 Д) 10 Е) Это зависит от нумерации вершин

26. Два прямоугольника 1×5 и 2×3 вписаны в треугольник ABC так, как показано на рисунке. Чему равна длина высоты данного треугольника, опущенной на сторону BC ?

- А) 3 В) $\frac{7}{2}$ С) $\frac{8}{3}$ Д) $\frac{16}{5}$ Е) Другой ответ

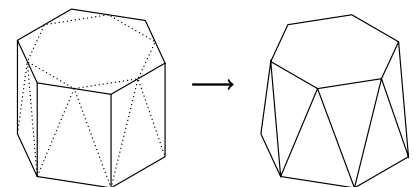


27. Если $N > 2022$ – натуральное число, то сколько натуральных чисел находится между числами $\sqrt{N^2 + N + 1}$ и $\sqrt{9N^2 + N + 1}$?

- А) $N + 1$ В) $2N - 1$ С) $2N$ Д) $2N + 1$ Е) $3N$

28. Верхние углы правильной шестиугольной призмы срезали, как показано на рисунке. Верхняя грань стала правильным шестиугольником меньшего размера, а шесть боковых прямоугольных граней преобразовались в 12 равнобедренных треугольников двух разных размеров. На какую часть уменьшился объём призмы?

- А) $\frac{1}{12}$ В) $\frac{1}{6}$ С) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$ Д) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$ Е) $\frac{1}{6\sqrt{3}}$



29. Двенадцать гирь весом 1 кг, 2 кг, \dots , 12 кг распределены на три группы по четыре гири в каждой. Гири первой группы весят 41 кг, а второй – 26 кг. Какая из следующих гирь находится в одной группе с гирей весом 9 кг?

- А) 3 кг В) 5 кг С) 7 кг Д) 8 кг Е) 10 кг

30. Две окружности пересекают прямоугольник $AFMG$ так, как показано на рисунке. Известно, что $AB = 8$, $CD = 26$, $EF = 22$, $GH = 12$, $JK = 24$. Какую длину имеет отрезок LM ?

- А) 15 В) 17 С) 14 Д) 16 Е) 18

