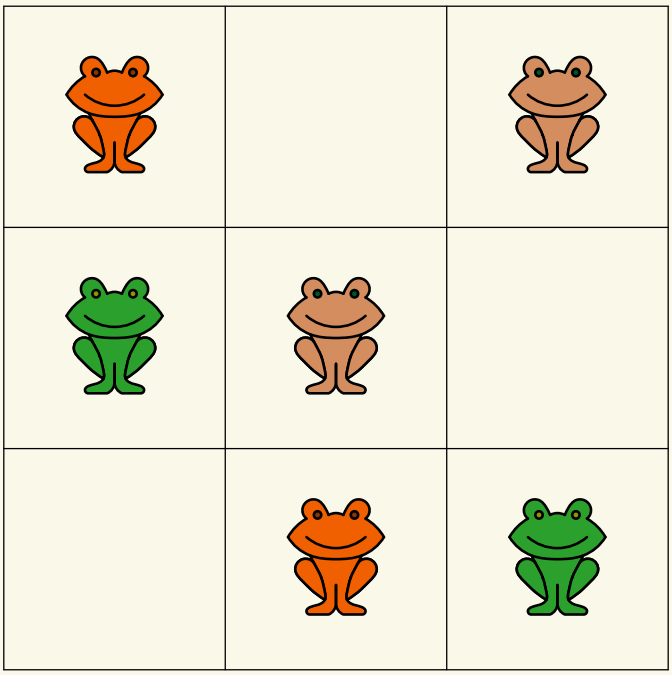
Tarptautinis matematikos konkursas

KENGŪRA

Mažylis

UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI



2024

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VILNIAUS UNIVERSITETAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2024. Mažylis

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavo
Ugnė Gudžinskaitė

© Juozas Juvencijus Mačys, 2025
© *Kengūros* konkurso organizavimo komitetas, 2025

Turinys

Pratarmė **4**

Sąlygos **6**

Užduočių sprendimai **10**

Atsakymai **20**

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 30300 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2024 metais.

Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis sprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto rinktis labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Matematikos ir informatikos institutas bei Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2024 metų kovo 21 dieną keliavo ir gausiai sprendė 3–4 klasių (*Mažylio* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

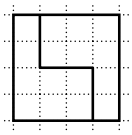
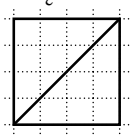
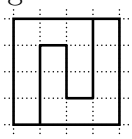
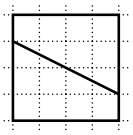
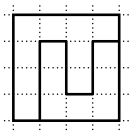
Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

2024 m. *Mažylio* užduočių sąlygos

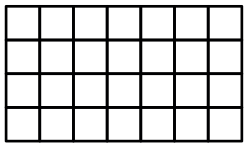
Klausimai po 3 taškus

1. Kuris kvadratas padalytas į dvi skirtingas figūras?

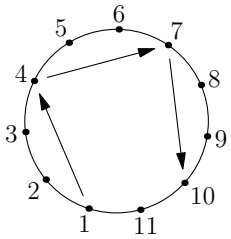
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

2. Kuri iš šių sumų yra didžiausia?
A) 202+4 **B)** 20+24 **C)** 2+0+2+4 **D)** 20+2+4 **E)** 2+0+24

3. Lentelėje yra 28 langeliai. Jorė nuspalvino dvi eilutes ir vieną stulpelį. Kiek liko nenuspalvintų langelių?
A) 8 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 14 **E)** 16



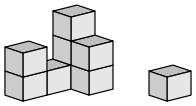
4. Futbolininkai, sunumeruoti nuo 1 iki 11, stovi ratu veidu į centrą. Kiekvienas žaidėjas perduoda kamuolį trečiam į kairę nuo jo žaidėjui (žr. paveikslėlį). Pradeda žaidėjas numeris 1. Perdavimai tęsiasi tol, kol kamuolys pas kurį nors iš žaidėjų atsiduria antrą kartą. Koks numeris žaidėjo, kuris perdavė kamuolį paskutinis?
A) 11 **B)** 9 **C)** 8 **D)** 6 **E)** 4

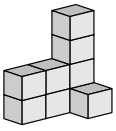
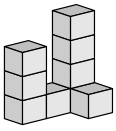
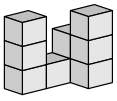
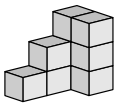
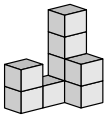


5. Matas užrašė tris iš eilės einančius keturženklius skaičius. Tada kai kuriuos skaitmenis jis uždengė (žr. paveikslėlį). Kas buvo uždengta?
A) 389, 3, 99 **B)** 489, 3, 96 **C)** 489, 4, 98 **D)** 489, 4, 99 **E)** 488, 4, 99

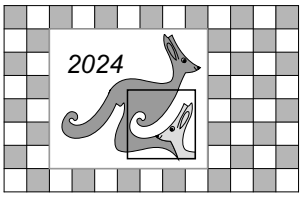
6. Už tris skirtingus pyragaičius Adelė užmokėjo 7 eurus. Kiekvienas pyragaitis kainavo sveikąjį skaičių eurų, visos trys kainos skyrėsi. Kiek kainavo brangiausias pyragaitis?
A) 2 eurus **B)** 3 eurus **C)** 4 eurus **D)** 5 eurus **E)** 6 eurus

7. Gediminas iš trinkelių sustatė statinį. Katinas iš to statinio nuspyrė vieną trinkelę (žr. paveikslėlį). Kaip galėjo atrodyti tas statinys dar su visomis trinkelėmis?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

8. Alius virtuvėje ant sienos prisiklijavo plakatą „Kengūra 2024“. Kelias tamsiąsias plyteles uždengė plakatas?



A) 15 **B)** 21 **C)** 25 **D)** 30 **E)** 35

Klausimai po 4 taškus

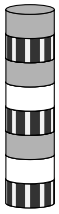
9. Elena turi pasirinkti du iš šešių skaičių 1, 2, 3, 4, 5, 6 ir rasti jų sumą. Kiek skirtingų rezultatų ji gali gauti?

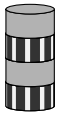
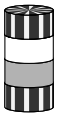
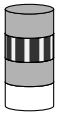
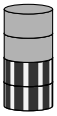
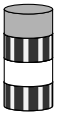
A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 15 **E)** 30

10. Ant padėklo buvo penki vaisiai: . Emilija mėgsta , Jonas mėgsta , Lukas mėgsta , Agnė mėgsta , Liepa mėgsta . Kiekvienas vaikas gavo po mėgiamą vaisių. Ką gavo Lukas?

A) **B)** **C)** **D)** **E)**

11. Kristina iš 8 skridinių sustatė bokštą (žr. paveikslėlį). Iš to bokšto ji išėmė antrą nuo apačios skridinį. Tada iš susidariusio bokšto ji išėmė trečią nuo apačios skridinį. Iš naujai susidariusio bokšto ji pašalino ketvirtą nuo apačios skridinį. Pagaliau iš naujojo bokšto ji pašalino penktą nuo apačios skridinį. Koks susidarė bokštas?

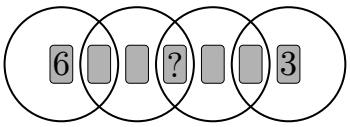


A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

12. Pingvinas Ginas kasdien žvejoja ir parsineša dviem savo cypliams 9 žuvis. Kiekvieną dieną pirmam pamatytam cypliui atiduoda 5 žuvis, o antram – 4 žuvis. Per kelias paskutines dienas vienas iš cyplių sušveitė 26 žuvis. Kiek žuvų per tą laiką atiteko kitam cypliui?

A) 19 **B)** 22 **C)** 25 **D)** 28 **E)** 31

13. Septynios kortelės su skaičiais nuo 1 iki 7 padėtos į keturis persidengiančius vielinius žiedus (žr. paveikslėlį). Kiekviename žiede kortelėse parašytų skaičių suma lygi 10. Koks skaičius parašytas kortelėje, pažymėtoje klaustuku?

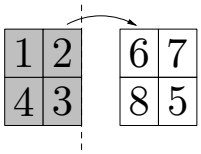


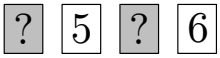
A) 1 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 7

14. Julius turi penkias dėlionės detales ir nori iš jų sudėti vikšrą, kuris turėtų galvą, uodegą ir arba vieną, arba dvi, arba visas tris detales tarp jų (žr. paveikslėlį).

Keliais skirtingais būdais Julius gali sudėti tokį vikšrą? (Detalių sukioti negalima.)
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

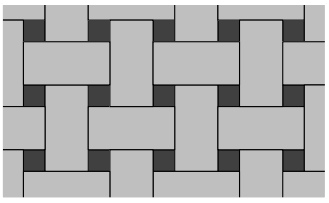
15. Tamsiojoje lapo pusėje Romas parašė skaičius 1, 2, 3, 4 (žr. paveikslėlį). Tada per dešinę kraštinę apvertė lapą šviesiąja puse. Joje jis parašė skaičius 5, 6, 7, 8. Pagaliau jis sukarpė lapą į keturias lygias dalis:





Kam lygi po klaustukais paslėptų skaičių suma?
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

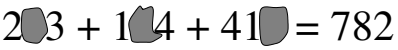
16. Grindys išgrįstos stačiakampėmis ▭ ir kvadratinėmis ■ plytelėmis (grindų fragmentas pavaizduotas paveikslėlyje). Stačiakampės plytelės matmenys yra 23 cm × 11 cm. Koks yra kvadratinės plytelės kraštinės ilgis?



A) 3 cm **B)** 4 cm **C)** 5 cm **D)** 6 cm **E)** 7 cm

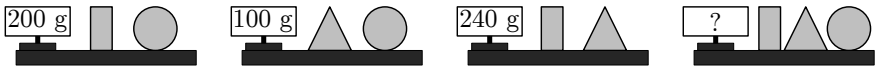
Klausimai po 5 taškus

17. Mindaugas sudėjo tris triženklius skaičius ir užrašė jų sumą 782. Nelaimei, jis sutepė rašalu tris skaitmenis. Kokia yra neįskaitomųjų skaitmenų suma?



A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

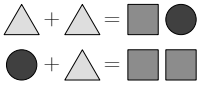
18. Ieva tris skirtingas figūras pasvėrė po dvi, rezultatai parodyti paveikslėlyje.



Kiek tos trys figūros sveria kartu?
A) 270 g **B)** 280 g **C)** 290 g **D)** 300 g **E)** 310 g

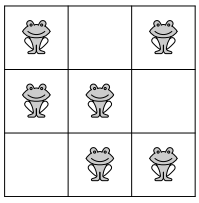
19. Prieš ekskursiją 60 mokinių išsirikiavo viena eile. Jų apsauginių striukių spalva kartojosi taip: geltona, žalia, geltona, žalia, ... Jų kepurių spalva kartojosi kitaip: raudona, ruda, mėlyna, raudona, ruda, mėlyna, ... Kelių mokinių su geltona striuke kepurė buvo mėlyna?
A) 3 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 10

20. Paveikslėlyje vienodos figūros slepia vienodus skaitmenis, skirtingos figūros – skirtingus skaitmenis. Kam lyg sandauga △ × ● × ■ ?



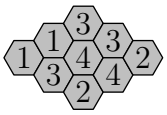
A) 0 **B)** 15 **C)** 18 **D)** 28 **E)** 30

21. Kiekvienoje eilutėje ir kiekviename stulpelyje tupi lygiai dvi varlės (žr. paveikslėlį). Varlės nusprendė, kad dvi iš jų vienu metu peršoks į gretimus tuščius langelius taip, jog kiekvienoje eilutėje ir kiekviename stulpelyje tebebus lygiai dvi varlės (gretimi langeliai turi bendrą kraštinę). Keliais būdais varlės gali tai atlikti?



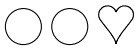
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

22. Kai kuriose iš devynių korio ląstelių yra medaus (žr. paveikslėlį). Skaičius kiekvienoje ląstelėje rodo, keliose iš jai gretimų ląstelių yra medaus (dvi gretimos ląstelės turi bendrą kraštinę). Keliose korio ląstelėse yra medaus?

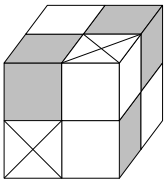


A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

23. Ant padėklo buvo didesnių ir mažesnių sausainių (žr. paveikslėlį). Trys mergaitės viena po kitos ėjo prie padėklo ir rinkosi sausainius. Viena iš jų pasiėmė visas širdeles, gulėjusias tuo metu ant padėklo; viena pasiėmė visus baltus sausainius, gulėjusius tuo metu ant padėklo; viena pasiėmė visus didesniuosius sausainius, gulėjusius ant padėklo (mergaitės rinkosi sausainius nebūtinai ką tik surašyta tvarka). Viena mergaitė pasiėmė 3 sausainius, viena 6 sausainius, viena 7 sausainius (nežinia kuria tvarka). Kurį iš išvardytų rinkinių pasiėmė viena iš mergaičių?

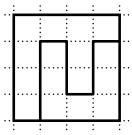
A)  **B)** **C)** **D)** **E)**

24. Stasys turi dviejų rūšių detales: baltas ir pilkas . Mažą kubelį galima sudėti arba iš keturių baltųjų detalių, arba iš vienos baltosios ir vienos pilkosios. Iš mažųjų kubelių Stasys sudėjo didelį kubą (žr. paveikslėlį). Kiek mažiausiai jam reikėjo baltųjų detalių?



A) 8 **B)** 11 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 23

Mažylio užduočių sprendimai

1. (E) 

! Vien įsižiūrėjus aišku, kad paveikslėlio **E** figūrų forma nevienoda. Be to, nevienodi ir jų plotai – vieną sudaro 9, kitą – 7 kvadratėliai.

Renkamės atsakymą **E**.

!! Galima samprotauti kitaip: figūros paveikslėliuose **A**, **B**, **C** ir **D** simetriškos centro atžvilgiu – kiekvieną kvadratėlį ar kvadratėlio dalį atitinka tokia pat figūra kitapus centro. Žinoma, simetriška juose ir padalijimo linija. O paveikslėlyje **E** viena figūra turi 4 langelių eilę (net dvi), kita neturi.

Teisingas atsakymas **E**.

2. (A) 202+4

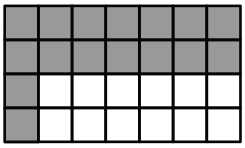
! Galima atlikti sudėtį – gauname 206, 44, 8, 26 ir 26. Taigi didžiausia pirma suma.

Teisingas atsakymas **E**.

!! Galima nė nesumuoti: pirma suma didesnė už 200, kitos aiškiai mažesnės už 100.

3. (C) 12

? Galima, pavyzdžiui, užbraukti pirmą ir antrą eilutę ir pirmo stulpelio du likusius langelius:



Liko stačiakampis 6×2. Jame 12 langelių.

Renkamės atsakymą **C**.

! Labai dažnai praverčia toks samprotavimas.

Nuspalvinus dvi eilutes – tai $2 \cdot 7 = 14$ nuspalvintų langelių. Nuspalvinus stulpelį – tai 4 langeliai. Iš viso tai sudarytų $14 + 4 = 18$ langelių. Bet į šitą sumą įeina 2 sankirtos langeliai, o juos įskaitėme du kartus. Todėl juos reikia iš sumos atmesti, i gauname $18+2 = 16$ nuspalvintų langelių. Vadinasi, nenuspalvinti liko $28 - 16 = 12$ langelių.

Teisingas atsakymas – **C**.

4. (B) 9

! Surašykime, kaip keliauja kamuolys:

$$1 \to 4 \to 7 \to 10 \to 2 \to 5 \to 8 \to 11 \to 3 \to 6 \to 9 \to 1.$$

Kamuolys sugrįžo pas 1 numerį, jam kamuolį perdavė 9 numeris.

Teisingas atsakymas **B**.

5. (D) 489, 4, 99

! Užrašykime skaičius taip:

...7, .898, 48..

Prie antro skaičiaus pridėjus 1, pirmieji trys skaitmenys nepakis. Iš trečio skaičiaus aišku, kad pirmųjų skaičių pirmas skaitmuo 4. Vadinasi, antras skaičius yra 4898. Todėl Mato skaičiai yra

4897, 4898, 4899.

Taigi uždengta buvo 489, 4, 99.

Teisingas atsakymas **D**.

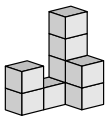
6. (C) 4 eurus

? Iš karto atspėjame, kad pyragaičiai kainavo 1, 2 ir 4 eurus. Vadinasi, brangiausias pyragaitis kainavo 4 eurus.

Renkamės atsakymą **C**.

! Įsitikinkime, kad toks Adelės pirkinys vienintelis įmanomas. Dažnai praverčia toks samprotavimas. Adelė už pyragaičius mokėjo „mažai“. Trys skirtingų kainų pyragaičiai mažiausiai galėjo kainuoti 1, 2 ir 3 eurus. Tai sudaro $1+2+3=6$ eurus. Vadinasi, vieną pyragaitį galima pirkti 1 euru brangesnį. Bet tai ne pyragaitis už 1 eurą (tada būtų du pyragaičiai po 2 eurus) ir ne pyragaitis už 2 eurus (tada būtų du po 3 eurus) ir pirkti juos už 1, 2 ir 4 eurus.

Brangiausias pyragaitis kainavo 4 eurus. Teisingas atsakymas **C**.

7. (E) 

! Galima sakyti, kad visus statinius sudaro 4 bokšteliai. Sunumeruokime juos pagal laikrodžio rodyklę 1, 2, 3, 4 (tada, pavyzdžiui, statinio **A** bokšteliuose bus atitinkamai 2, 2, 4 ir 1 trinkelė). Žiūrėkime, ant kurio bokštelio tinka uždėti nuspirtąją trinkelę. Uždėjus trinkelę ant bokštelio 1, jame būtų trys trinkelės, ir tiek yra statiniuose **B** ir **C**. Bet mūsų statinio bokštelyje 4 būtų dvi trinkelės, o statinyje **B** jų viena, statinyje **C** – jų trys.

Dėkime nuspirtąją trinkelę ant bokštelio 2, – tada jame bus dvi trinkelės. Šiuo atžvilgiu būtų statinys **A**, bet jo 4 bokštelyje tik viena trinkelė; tiktų **D** – bet jo 4 bokštelyje trys (o ne dvi) trinkelės.

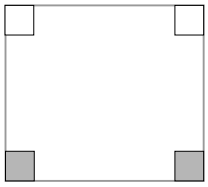
Dėkime trinkelę ant bokštelio 3, – jame bus keturios trinkelės. Statinių **A** ir **B** negausime (bokštelyje 4 juose tik viena trinkelė), o gavome statinį **E** (trijuose bokšteliuose trinkelių tiek kiek reikia). Vadinasi, galima rinktis atsakymą **E**.

Išsamumo dėlei patikrinkime, ar nėra dar kito teisingo atsakymo. Jei trinkelę dedame ant bokštelio 3, jame bus trys trinkelės. Tokie yra statiniai **C** ir **D**. Bet statinio **C** bokštelyje 1 trys trinkelės, o statinio **D** – viena (o pas mus dvi).

Teisingas atsakymas **E**.

8. (B) 21

! Plakatas stačiakampis, jo matmenys 7×6, jo kampai dengia tokias plyteles:



Vadinasi, trijose eilutėse bs po tris tamsias plyteles (2-a, 4-a ir 6-a), kitose trijose – po 4 (1-a, 3-ia, 5-a ir 7-a). Iš viso plakatas dengs $3 \cdot 3 + 4 \cdot 3 = 21$ tamsią plytelę.

Teisingas atsakymas **B**.

9. (C) 9

! Tvarkingai surašykime visus pasirenkamų skaičių dvejetus:

12 13 14 15 16 23 24 25 26 34 35 36 45 46 56

Jie duoda sumas

3 4 5 6 7 5 6 7 8 7 8 9 9 10 11

Atmetę vienodas, turime sumas 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, – 9 skirtingas.

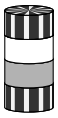
Teisingas atsakymas **C**.

!! Rafinuotesnis būtų toks sprendimas. Mažiausia suma, kurią galime gauti – tai 3 ($3 = 1 + 2$). Didžiausia suma 11 ($11 = 5 + 6$). Aišku, kad visas sumas nuo 4 iki 10 taip pat galime gauti: pavyzdžiui, iš pradžių didiname antrą dėmenį ($1 + 3,\ 1 + 4,\ 1 + 5\ 1 + 6$), po to – pirmą ($2 + 6,\ 3 + 6,\ 4 + 6$). Gavome visas sumas.

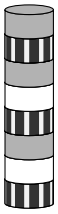
10. (A)

! Kadangi Jonas mėgsta tik , tai jam atiteko . Tada Agnei liko tik , Emilijai liko , Liepai , o Lukui .

Teisingas atsakymas **A**.

11. (B) 

! Kai Kristina ėmė 3-ią nuo apačios skridinį, tai vienas skridinys prieš jį jau buvo išimtas. Vadinasi, tada ji išėmė pradinį 4-ą ($3 + 1$) nuo apačios skridinį. Vėliau ji išėmė 6-ą ($4 + 2$) skridinį ir 8-ą ($5 + 3$) skridinį. Bokšte liko pradiniai 1, 3, 5 ir 7 skridiniai, – tai bokštas **B**.



Teisingas atsakymas **B**.

12. (D) 28

? Galima atmetinėti atsakymus. **A** atveju abu cypliai būtų suėdę $19 + 26 = 45$ žuvis, **B** atveju $22 + 26 = 48$ žuvis, **C** atveju $25 + 26 = 51$ žuvį, **D** atveju $28 + 26 = 54$ žuvis, **E** atveju $31 + 26 = 57$ žuvis. Kadangi Ginas kasdien parneša po 9 žuvis, tai žuvų skaičius turi dalytis iš 9. Taip yra tik atvejais **A** ($45 : 9 = 5$) ir **D** ($54 : 9 = 6$). Bet **A** atvejis netinka: per 5 dienas vienas cyplys už kitą galėjo sušveisti daugiau tik 5 žuvimis, o čia $26 - 19 = 7$.

Renkamės atsakymą **D**.

! Kadangi vienas iš cyplių sušveitė 26 žuvis, turėjo praeiti ne mažiau kaip 6 dienos (per 5 dienas jis būtų gavęs ne daugiau kaip $5 \cdot 5 = 25$ žuvis), ir ne daugiau kaip 6 dienos (per 7 dienas jis būtų gavęs ne mažiau kaip $7 \cdot 4 = 28$ žuvis). Vadinasi, kalbama apie 6 dienas. Ginas per jas parnešė $6 \cdot 9 = 54$ žuvis, taigi antram cypliui atiteko $54 - 26 = 28$ žuvys.

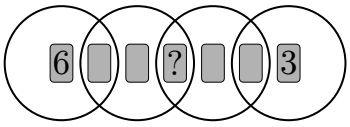
Teisingas atsakymas **D**.

!! Žinoma, trumpiausia įsivesti nežinomąjį. Sakykime, žvejota x dienų. Tada kiekvienam cypliui tenka ne mažiau kaip $4x$ ir ne daugiau kaip $5x$ žuvų,

$$4x \leqslant 26 \leqslant 5x.$$

Viena nelygybė duoda $x < 7$, kita $x > 5$. Vadinasi, $x = 6$. Toliau jau žinome.

13. (A) 1



? Iš pirmo žiedo aišku, kad antras skaičius lygus $10 - 6 = 4$. Iš ketvirto žiedo šeštas skaičius $10 - 3 = 7$. Iš trečio žiedo aišku, kad ketvirto ir penkto skaičių suma lygi 3, todėl tai skaičiai 1 ir 2 (kuria nors tvarka). Trečiam skaičiui liko tik nepanaudotas 5. Dabar iš antro žiedo $? = 10 - 4 - 5 = 1$.

Renkamės atsakymą **A**.

! Patikrinti atsakymą paprasta, ir gautume išsamų sprendimą. Bet galima rašyti ir lygtis. Kadangi antras skaičius 4, o šeštas 7, tai trečiam, ketvirtam ir penktam skaičiams a_3, a_4, a_5 liko reikšmės 1, 2 ir 5. Vadinasi, $a_3 + a_4 + a_5 = 1 + 2 + 5 = 8$.

Kita vertus, iš antro ir trečio žiedo

$$a_3 + a_4 = 6, \qquad a_4 + a_5 = 3.$$

Sudėję šias dvi lygtis ir atėmę anksčiau parašytąją, gauname $a_4 = 1$. Tai ir yra klaustuku pažymėtas skaičius. Dabar $a_3 = 6 - 1 = 5$, $a_5 = 3 - 1 = 2$. Visi skaičiai rasti, sąlyga išpildyta.

Teisingas atsakymas **A**.

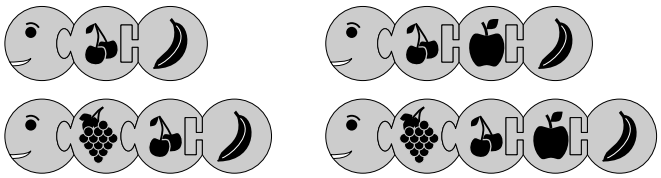
14. (B) 4

! Prie galvos prijungti galima tik 1) vyšnią arba 2) vynuoges.

1) atveju viską galima užbaigti uodega (I būdas) arba prikabinti obuolį, o tada tik uodegą (II būdas).

2) atveju prie vynuogių „kimba“ tik vyšnios, o prie vyšnių galima prijungti uodegą (III būdas) arba obuolį, o tada uodegą (IV būdas).

Taigi yra 4 būdai sudėti vikšrą:



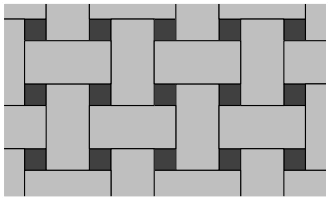
Teisingas atsakymas **B**.

15. (B) 4

! Po skaičiumi 6 kitoje lapo pusėje atsidūrė 2, po skaičiumi 7 atsidūrė 1, po skaičiumi 8 atsidūrė 3, po skaičiumi 5 atsidūrė 4. Sukarpius atversti skaičiai 5 ir 6, po jais yra skaičiai 4 ir 2. Vadinasi, klaustukai žymi du likusius tamsiosios pusės skaičius 1 ir 3. Jų suma lygi 4.

Teisingas atsakymas **B**.

16. (D) 6 cm



! Matome, kad stačiakampės plytelės ilgis (23 cm) lygus jos pločio (11 cm) ir dviejų kvadratinės plytelės kraštinės ilgių sumai. Vadinasi, kvadratinės plytelės kraštinės ilgis yra $(23 - 11) : 2 = 6$ cm.

Teisingas atsakymas **D**.

17. (D) 11

! Kadangi pirmųjų dviejų skaičių suma baigiasi 7, tai trečiasis skaičius baigiasi 5 ir lygus 415.

$$2\square 3 + 1\square 4 + 41\square = 782$$

Todėl pirmųjų 2 skaičių suma $2\square 3 + 1\square 4 = 367$. Matome, kad pirmųjų dviejų neįskaitomų skaitmenų suma lygi 6, taigi visų 3 neįskaitomų skaitmenų suma lygi $6 + 5 = 11$.

18. (A) 270 g

! Paprasčiausia pasverti visas pavaizduotas figūras kartu. Du stačiakampiai, du skrituliai ir du trikampiai sveria $200 + 100 + 240 = 540$ g. Todėl vienas stačiakampis, vienas skritulys ir vienas trikampis sveria $540 : 2 = 270$ g.

Teisingas atsakymas **A**.

19. (E) 10

! Imkime pirmus 6 mokinius ir surašykime jų striukių ir kepurių spalvas:

G	Ž	G	Ž	G	Ž
Ra	Ru	M	Ra	Ru	M

Matome, kad pirmame šešetuke tik vieno mokinio striukė geltona, o kepurė mėlyna. Kituose šešetukuose viskas kartojasi, o tokių šešetukų yra 10. Tiek yra ir mokinių, kurių kepurė mėlyna, o striukė – geltona.

Teisingas atsakymas **E**.

20. Ⓒ 18

? Kadangi △ $\leqslant 9$, tai △ + △ $\leqslant 18$, todėl ■ $= 1$. Duotosios lygybės virsta

△ + △ = 10+ ● (1)

● + △ = 11 (2)

Iš (1) lygybės aišku, kad ● lyginis. Tikriname: ● $= 2$ netinka, nes tada △ $= 6$, ir $2 + 6 \neq 11$; ● $= 6$ netinka, nes tada △ $= 8$, bet $6 + 8 \neq 11$; ● $= 8$ netinka, nes △ $= 9$, bet $8 + 9 \neq 11$.

Lieka tik ● $= 4$, tada △ $= 7$. Todėl △×●×■ $= 7 \cdot 4 \cdot 1 = 28$.

Renkamės atsakymą **D**.

! Žinoma, (1) ir (2) lygtis geriausia sudėti:

△ + △ + ● + △ = 21+ ●,

3×△ = 21,

△ $= 7$, tada ● $= 4$, ir $7 \cdot 4 \cdot 1 = 28$.

Įdomu, kad sprendinį galima „išsamprotauti“: iš (1) lygties △ $\geqslant 5$, tada iš (2) lygties ● $\leqslant 6$, tada iš (1) △ $\leqslant 8$, iš (2) ● $\geqslant 3$, iš (1) △ $\geqslant 7$, iš (2) ● $\leqslant 4$, iš (1) △ $\leqslant 7$. Vadinasi, △ $= 7$.

Teisingas atsakymas **D**.

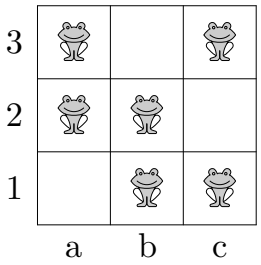
!! Greičiausias būdas – iš karto sudėti duotąsias lygybes:

△ + △ + ● + △ = 10× ■ + ● +11× ■ .

Atmetame iš abiejų pusių ● tada 3× △= 21× ■ , t.y. △ = 7× ■ . Vadinasi, ■ $= 1$, △ $= 7$, iš bet kurios lygties ● $= 4$. Sandauga $1 \cdot 7 \cdot 4 = 28$.

21. Ⓒ 4

! Sunumeruokime langelius „šachmatiškai“:



Nagrinėkime du atvejus:

1) įšokama į langelį b3;

2) į langelį b3 neįšokama.

1) atveju į langelį b3 įšokti gali arba varlė a3, arba b2, arba c3.

Jeigu į b3 įšoko varlė a3 (trumpai tai žymėsime a3 → b3), tai stulpelyje b trys varlės, stulpelyje a viena varlė, todėl b1 turi šokti į a1.

Taigi pirmas būdas toks: a3 → b3, b1 → a1.

Jeigu į b3 įšoko b2, tai eilutėje 1 trys varlės, ir c3 → c2. Antras būdas: b2 → b3, c3 → c2.

Jeigu į b3 įšoko c3, tai stulpelyje b trys varlės, taigi turi šokti b2 → c2. Trečias būdas c3 → b3, b2 → c2.

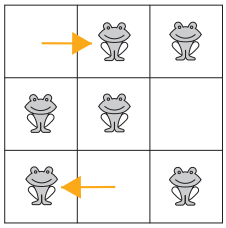
Jeigu į b3 neįšokama, tai šokama į a1 ir c2. Į a1 negali šokti b1, nes tada stulpelyje a būtų trys varlės, o varlei a3 pabėgti į b3 „uždrausta“. Taigi į a1 šoka a2, ir iš eilutės 1 turi pabėgti c1. Ketvirtas būdas: a2 → a1, c1 → c2.

Iš viso yra 4 būdai. Teisingas atsakymas **C**.

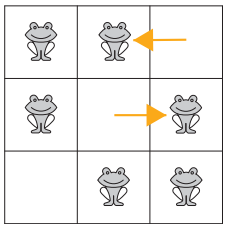
!! Kai varlė peršoka į gretimą langelį, ji pakeičia į gretimą arba savo eilutę, arba savo stulpelį. Tuomet norint, kad varlių skaičius stulpeliuose ir eilutėse nepakistų, abi šokančios varlės turi apsikeisti stulpeliais arba eilutėmis: pavyzdžiui, jei viena varlė savo stulpelyje peršoko iš pirmos eilutės į antrą, tai antra varlė turi savo stulpelyje peršokti iš antros eilutės į pirmą.

Tuomet turime keturis variantus:

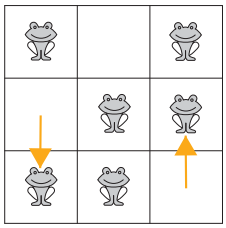
1. Viena varlė šoko iš stulpelio a į b, o kita – iš b į a. Taip gali būti tik jei a3 → b3, b1 → a1:



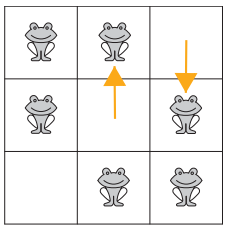
2. Viena varlė šoko iš stulpelio b į c, o kita – iš c į b. Taip gali būti tik jei c3 → b3, b2 → c2:



3. Viena varlė šoko iš eilutės 1 į 2, o kita – iš 2 į 1. Taip gali būti tik jei a2 → a1 ir c1 → c2:



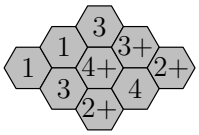
4. Viena varlė šoko iš eilutės 2 į 3, o kita – iš 3 į 2. Taip gali būti tik jei b2 → b3, c3 → c2:



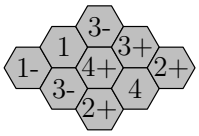
Iš viso – 4 būdai.

22. (C) 6

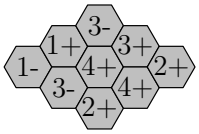
! Dešinysis ketvertas (4) reiškia, kad visose gretimose jam keturiose ląstelėse yra medaus:



Viršutinis vienetas (1) jau turi gretimą ląstelę su medumi, todėl kitose jam gretimose medaus nėra:



Pagaliau, centrinis ketvertas (4+) turi šešias gretimas ląsteles, iš jų dviejose nėra medaus, dviejose yra medaus, todėl likusiose abiejose ląstelėse yra medaus:



Matome, kad medaus yra iš viso 6 ląstelėse.

Teisingas atsakymas **C**.

23. (E) ○○○

? Žymėkime mergaites taip: Š – ėmusi visas širdeles, G (gigantomanė) – ėmusi didesnius sausainius, W (*white, weiss*) – ėmusi baltus sausainius.

Š negalėjo imti pirma – jai būtų tekę paimti 11 širdžių (o ne 3, 6 ar 7 sausainius). Vadinasi, pirma ėmė G arba W.

Sakykime, kad pirma sausainius ėmė G. Tada ji paėmė 7 didelius sausainius, ir liko 6 mažos širdys ir 3 skrituliukai. Matome, kad galime antrąją statyti Š, ji paims 6 širdis, o trečiajai W liks 3 balti skrituliukai (beje, negalėjome antrąja statyti W – jai tektų imti 4 baltus sausainius: 1 širdelę ir 3 skrituliukus).

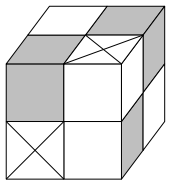
Renkamės atsakymą **E**.

! Liko patikrinti, ar nėra kitų sprendinių, t. y. ar negalima pirmąja statyti W. Tada W paimtų 7 baltus sausainius, liktų 4 didelės juodos širdys ir 5 mažos juodos širdys. Dabar antra negali būti Š (jai tektų imti 9 širdis), nei G (jai tektų imti 4 dideles širdis).

Teisingas atsakymas **E**.

!! Sąlygos, kad mergaitės ėmė 3, 6 ir 7 sausainius, atmesti negalima: tada dar tiktų ir atsakymas **B**. Iš tikrųjų, pirma W pasiimtų rinkinį **B**, antra G pasiimtų 4 dideles juodas širdis, trečiai Š liktų 5 mažos juodos širdys.

24. **D** 14



! Kiekvienas kubelis turi bent vieną baltą detalę. Du kubeliai, kaip matome iš paveikslėlio, sudėti iš 4 baltų detalių. Vadinasi, mažiausiai statiniui reikėjo $2 \cdot 4 + 6 \cdot 1 = 14$ baltų detalių.

Bet 14 detalių užtenka: dviem „baltiems“ kubeliams reikia 8 baltų detalių, o kiekvieną iš likusių 6 kubelių galima sudėti „margą“ iš 1 baltos ir 1 juodos detalės.

Teisingas atsakymas **D**.

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	E
2	A
3	C
4	B
5	D
6	C
7	E
8	B
9	C
10	A
11	B
12	D
13	A
14	B
15	B
16	D
17	D
18	A
19	E
20	C
21	C
22	C
23	E
24	D