Kengura 2013

Tarptautinio matematikos konkurso užduotys ir sprendimai

Nykštukas

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS

KENGŪRA 2013

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Juozas Mačys

Redaktorius
Juozas Mačys

Maketavimas
Paulius Šarka

© Juozas Mačys, 2013
© Kengūros organizavimo komitetas, 2013

Turinys

Pratarmė **4**

Geriausiųjų sąrašai **6**

Dalyvio kortelės pavyzdys **8**

Sąlygos **9**

Sprendimai **13**

Atsakymai **19**

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra ne ką daugiau kaip 30, o jaunesnių klasių mokiniams dar mažiau (tiesa, labai nekasdienių) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: *jie neturi kur dėtis, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus.* Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi kur dėtis šitokioje *pramogų gadynėje.*

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia, nors ir įveikiami, bet kartu ir labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali *užsikabinti* pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 53000 Lietuvos mokinių, dalyvavusių konkurse 2013 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

50 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos įrodydamos, kad galvą laužyti prasmingai, kad ir matematikos užduotis besprendžiant, galima patiriant žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik konkurso dalyvių – 1–12 klasių *kengūriukų* – atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip kinta milijonų sprendėjų požiūris į tai, kokia gi būna (šmaikšti) užduotis ir iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali *sukristi* jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Matematikos ir informatikos institutas bei Vilniaus universitetas, o nenutylint žmonių pirmiausiai reikėtų paminėti – čia būtent tas atvejis, kai nutylėti būtų nepadoru – Lietuvos matematikos olimpiadų patriarchą Juozą Juvencijų Mačį bei ŠMM vyriausiąją matematikos specialistę Marytę Skakauskienę.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek *kengūriniuose* (matematiškai sportiniuose), tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis pagrindinėmis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2013metų kovo 21 dieną keliavo ir gausiai sprendė 1–2 klasių (*Nykštuko* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintieji pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse–žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Romualdas Kašuba ir Aivaras Novikas

Nykštukas, 1 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Nykštukas, 2 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Tarptautinis matematikos konkursas
KENGŪRA
Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: **Pavardė** P A V A R D E N I S

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys:

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

- Lietuvių ☐
- Lenkų ☐
- Rusų ☐
- Anglų ☐

Klasė	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9(G1)**	**10(G2)**	**11(G3)**	**12(G4)**
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	**7**	☐	☐	☐	☐	☐	**13**	☐	☐	☐	☐	☐	**19**	☐	☐	☐	☐	☐	**25**	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	**8**	☐	☐	☐	☐	☐	**14**	☐	☐	☐	☐	☐	**20**	☐	☐	☐	☐	☐	**26**	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	**9**	☐	☐	☐	☐	☐	**15**	☐	☐	☐	☐	☐	**21**	☐	☐	☐	☐	☐	**27**	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	**10**	☐	☐	☐	☐	☐	**16**	☐	☐	☐	☐	☐	**22**	☐	☐	☐	☐	☐	**28**	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	**11**	☐	☐	☐	☐	☐	**17**	☐	☐	☐	☐	☐	**23**	☐	☐	☐	☐	☐	**29**	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	**12**	☐	☐	☐	☐	☐	**18**	☐	☐	☐	☐	☐	**24**	☐	☐	☐	☐	☐	**30**	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

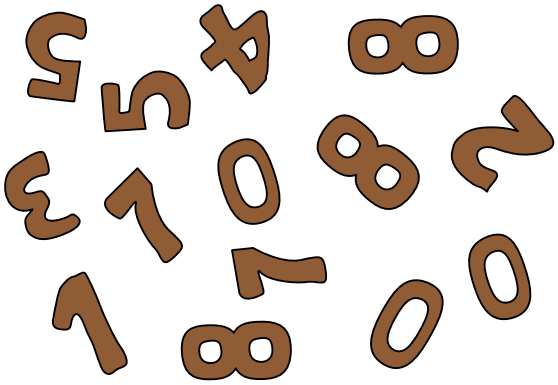
1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2013

2013 m. konkurso užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

1. Kurių skaitmenų čia trūksta?



A) 3 ir 5 **B)** 4 ir 8 **C)** 2 ir 0 **D)** 6 ir 9 **E)** 7 ir 1

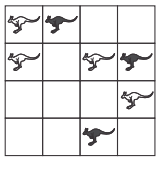
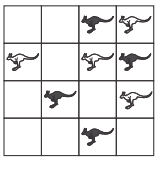
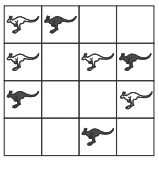
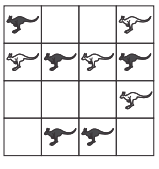
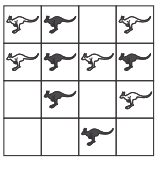
2. Lentynoje buvo 12 knygų. Keturi vaikai pasiėmė iš lentynos po vieną knygą.

Kiek knygų liko lentynoje?
A) 12 **B)** 8 **C)** 4 **D)** 2 **E)** 0

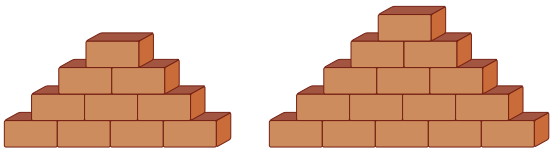
3. Kuri iš suknelių turi mažiau kaip 7, bet daugiau kaip 5 taškus?

A) **B)** **C)** **D)** **E)**

4. Kuriame paveikslėlyje juodų kengūrų daugiau nei baltų?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

5. Keliomis plytomis daugiau didesnėje krūvoje?

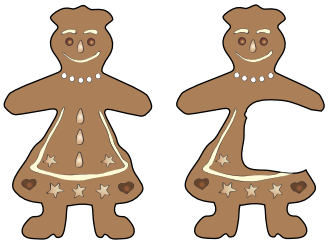


A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 10

6. Ona turi vieną 5 centų monetą, vieną 10 centų monetą, vieną 20 centų monetą ir vieną 50 centų monetą. Kiek skirtingų kainų parduotuvėje prie kasos ji gali užmokėti be gražos.
A) 4 **B)** 7 **C)** 10 **D)** 15 **E)** 20

Klausimai po 4 taškus

7. Lota atsipjovė didelį gabalą meduolio. Kurį?



A) **B)** **C)** **D)** **E)**

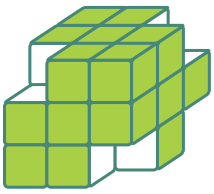
8. Ona turi . Barbora padovanojo Ievai . Jurgis dėvi . Bartas nešioja . Kuri čia Barbora?

A) **B)** **C)** **D)** **E)**

9. Tėvas kiekvienam iš savo trijų vaikų davė po 5 obuolius. Ona atidavė 3 obuolius Alei, o tada Alė pusę visų jos turimų obuolių atidavė Mikui. Kiek obuolių dabar turi Mikas?
A) 4 **B)** 5 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

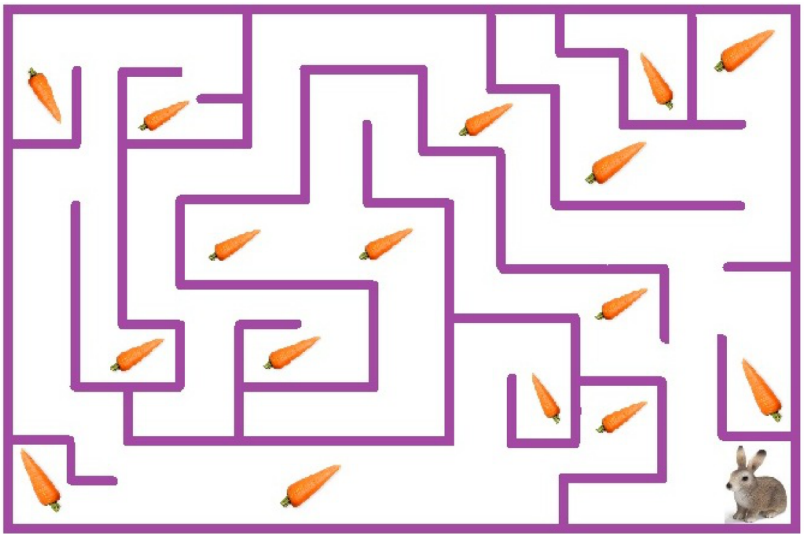
10. Abi Jurgio katės sveria po tiek pat. Kiek kilogramų sveria viena katė, jei Jurgis sveria 30 kilogramų?
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

11. Iš keturių kubo kampų Adelė išėmė po kubelį (žr. pav. dešinėje). Keli iš šių penkių paveikslėlių vaizduoja kurią nors kubo sieną?



A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

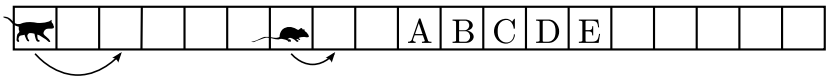
12. Kiek morkų galės sugraužti triušis, išnaršęs visą labirintą?



A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 15 **E)** 16

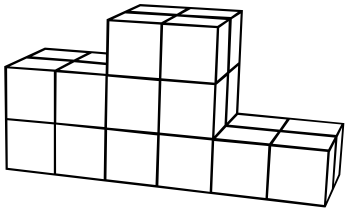
Klausimai po 5 taškus

13. Katė ir pelė juda į dešinę. Kol pelė įveikia vieną plytelę, katė įveikia dvi plyteles.



Kurioje plytelėje katė sugaus pelę?
A) A **B)** B **C)** C **D)** D **E)** E

14. Štai pakyla, kurią sukrovė Petras. Kiek jam prireikė kubelių?
A) 12 **B)** 18 **C)** 19 **D)** 22 **E)** 24

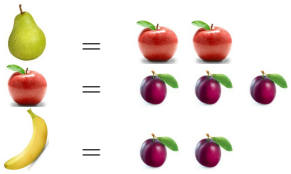


15. Šeimoje yra 5 vaikai. Kotryna yra 2 metais vyresnė už Barborą, bet 2 metais jaunesnė už Dorotėją. Titas yra 3 metais vyresnis už Emiliją. Barbora ir Emilija – dvynukės. Kas iš jų vyriausias?
A) Emilija **B)** Barbora **C)** Dorotėja **D)** Kotryna **E)** Titas

16. Kvadratinė dėžutė buvo užpildyta dviem sluoksniais vienodų kvadratinių šokoladukų. Emilija suvalgė visus 20 viršutinio sluoksnio šokoladukų, gulėjusių prie šoninių dėžutės sienų. Kiek šokoladukų liko dėžutėje?
A) 16 **B)** 30 **C)** 50 **D)** 52 **E)** 70

17. Kamilė turi 3 brolius ir 3 seseris. Kiek brolių ir kiek seserų turi jos brolis Mikas?
A) 3 brolius ir 3 seseris **B)** 3 brolius ir 4 seseris **C)** 2 brolius ir 3 seseris
D) 3 brolius ir 2 seseris **E)** 2 brolius ir 4 seseris

18. Žaidžiant leidžiama daryti tokius keitimus:

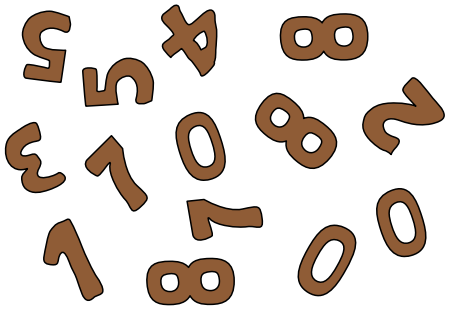


Adomas turėjo 6 kriaušes. Padarius kelis keitimus, pas Adomą liko vien tik bananai. Kiek bananų dabar turi Adomas?

A) 12 **B)** 36 **C)** 18 **D)** 24 **E)** 6

Sprendimai

1. (D) 6 ir 9



! Tvarkingai vieną po kito susirašę skaitmenis, turime 5, 5, 4, 8, 3, 7, 0, 8, 2, 1, 8, 7, 0, 0. Dabar nuosekliai tikriname, kurie skaitmenys yra: 0 yra, 1 yra, 2 yra, 3 yra, 4 yra, 5 yra, 6 nėra, 7 yra, 8 yra, 9 nėra. Matome, kad nėra 6 ir 9.

!! Visai netikėta, kad net tokiame paprastame uždavinyje gali kilti klausimų. Pavyzdžiui, matome Ɛ. Bet ar tai skaitmuo 3? Žinoma, tai skaičiaus 3 atspindys veidrodyje. Be to, užduočių lapelį galima pasukti ir matysime skaitmenį 3 (beje, sukioti tenka ir kai kuriuos kitus skaitmenis). O dabar įsivaizduokite, kad mūsų paveikslėlyje nupiešta ⅃. Dabar sukiok nesukiojęs, o skaitmens 4 negausi. Tiesa, yra išeitis: galima sakyti, kad tai 4 veidrodyje, bet dar paprasčiau pasižiūrėti apvertus lapą prieš šviesą. O jeigu įsivaizduotume, kad skaitmenys iškirpti iš popieriaus, tai užtektų juos apversti. Tai ir yra nuolatinė matematikos uždavinių problema: ar galima tik sukioti, ar galima dar ir apversti. Kiekvieną kartą tai būtinai reikia nurodyti. Ne veltui sakoma: matematika – tikslusis mokslas.

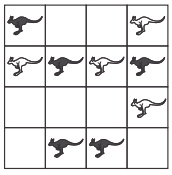
2. (B) 8

! Kadangi vaikai pasiėmė 4 knygas, tai lentynoje liko $12 - 4 = 8$ knygos.

3. (A)

? Peržiūrinėkime sukneles. Suknelėje **A** matome 6 taškus – tai ir yra mažiau kaip 7, bet daugiau kaip 5 taškai.

! Nors Kengūros konkurse tik vienas atsakymas teisingas, verta (jei yra laiko) pasitikrinti ir peržiūrėti visas sukneles. Suknelėje **B** matysime 4 taškus, suknelėje **C** – 8, **D** – 5, **E** – 7. Taigi joks kitas atsakymas netinka.

4. (D) 

! Paveikslėlyje **A** juodų kengūrų 3, baltų – 4. Paveikslėlyje **B** jų atitinkamai 4 ir 4, paveikslėlyje **C** – 4 ir 4, paveikslėlyje **D** – 5 ir 4, paveikslėlyje **E** – 5 ir 5. Taigi tik paveikslėlyje **D** juodų kengūrų daugiau.

5. (B) 5

! Pirmoje krūvoje $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ plytų, antroje $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ plytų. Vadinasi, didesnė antroji krūva, ir joje $15 - 10 = 5$ plytomis daugiau.

!! Abi krūvos sukrautos vienodai, tik antroje krūvoje viena (apatine) eile daugiau. Joje 5 plytos, taigi antroji krūva 5 plytomis didesnė.

6. (D) 15

! Surikiuokime įmanomas kainas didėjimo tvarka. Aišku, kad mažiausia jų yra 5 centai. Vėl aišku, kad sekanti kaina yra 10, tada 15, 20, 25, 30, 35, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85. Turime 15 skirtingų sumų.

!! Galima spręsti ir kitaip. Kadangi kiekvienos monetos vertė dalijasi iš 5, tai ir galimos kainos dalysis iš 5. Didžiausią sumą sudarysime paėmę visas monetas: $5 + 10 + 20 + 50 = 85$. Vadinasi, užtenka peržiūrėti skaičius 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85. Neįmanoma sudaryti sumų 40 ir 45, kitas sudaryti galima.

Žinoma, svarbiausia sprendžiant nieko nepraleisti. Tam galima susigalvoti tvarką, kaip sumas sudaryti. Galima surašinėti, pavyzdžiui, taip:

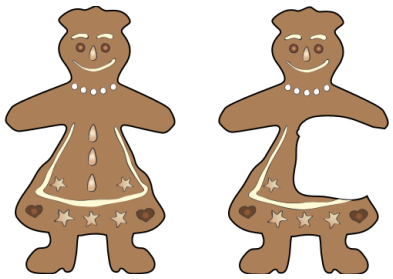
Po 1 monetą:	5	10	20	50		
Po 2 monetas:	5 + 10	5 + 20	5 + 50	10 + 20	10 + 50	20 + 50
Po 3 monetas:	5 + 10 + 20	5+10+50	5+20+50	10+20+50		
Po 4 monetas:	5 + 10 + 20 + 50					

Dar viena „gudrybė“ – visus skaičius sumažinti 5 kartus. Tada monetos bus 1, 2, 4, 10, ir surašyti sumas paprasčiau:

	1	2	3	4	5	6	7
10	11	12	13	14	15	16	17

7. (C)

! Matome, kad dešiniajame sąlygos paveikslėlyje trūksta trijų prijuostės taškų ir vienos žvaigždutės. Tris taškus ir vieną žvaigždutę turi gabalai **A** ir **C**. Tie gabalai skirias baltu prijuostės kraštu. Kadangi iš meduolio išpjovus gabalą to krašto nebeliko, tai jis turi būti išpjautame gabale, todėl renkamės gabalą **C**.



8. (B)

! **A** su akiniais, **C** su auskarais, **D** su skrybėlaite, **E** su skrybėle. Vadinasi, **A** – tai Bartas, **C** – tai Ieva, **D** – tai Ona, **E** – tai Jurgis. Liko **B** – tai ir yra Barbora.

9. (E) 9

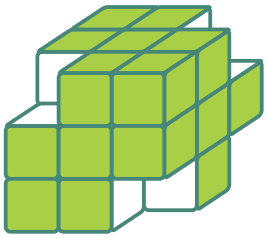
! Kai Ona 3 obuolius atidavė Alei, Alė turėjo 8 obuolius. Pusę turimų obuolių, t.y. 4 obuolius, ji atidavė Mikui. Vadinasi, Mikas dabar turi $5 + 4 = 9$ obuolius.

10. (C) 3

! Bendras Jurgio ir kačių svoris yra 36 kilogramai. Vadinasi, abi katės sveria $36 - 30 = 6$ kilogramus, o viena katė $6 : 2 = 3$ kilogramus.

11. (D) 4

! Kubo priekinėje sienoje trūksta dviejų kubelių, dešiniojoje sienoje – 3 kubelių, užpakalinėje – 2, kairiojoje – 1, viršutinėje – 2, apatinėje – 2 kubelių.



Nesunku suvokti, kad I paveikslėlyje pavaizduota apatinė siena (jei žiūrėtume gulėdami po kubeliu galva į dešinę), II paveikslėlyje – dešinioji siena (jei kabėtume dešinėje galva žemyn), III paveikslėlyje – priekinė siena, IV paveikslėlyje – kairioji siena (tik į ją reikėtų žiūrėti iš kubelio vidaus). V paveikslėlis nevaizduoja jokios sienos – juk nė vienoje sienoje netrūksta 4 kubelių, kaip kad paveikslėlyje. Vadinasi, kubo sienas vaizduoja 4 paveikslėliai.

!! Galima įsivaizduoti, kad kubas stovi ant stalo ir jį sukiojame arba vartome tol, kol norimą vaizdą gauname priekinėje kubo sienoje.

Kad gautume I paveikslėlį, kubą verčiame per užpakalinę (pagrindo) briauną (t.y. nuo savęs). Priekine siena taps

ir užtenka kubą paversti į kairę (per kairiąją briauną), kad abiejų kvadratėlių trūktų viršutiniuose kvadrato kampuose.

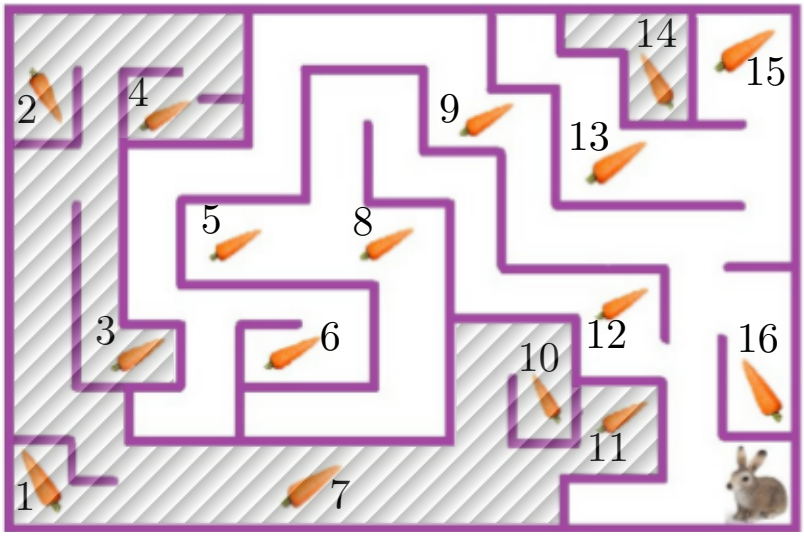
Kad gautume II paveikslėlį, dešiniąją sieną pasukame į save, ir buvusi dešinioji siena taps priekine. Netgi nesvarbu, kokia trūkstamų tarp trijų kvadratėlių padėtis – kubą galima versti į kairę (arba į dešinę) tol, kol nebetrūks kairiojo apatinio kvadratėlio.

III paveikslėlį jau matome (žiūrėdami į priekinę kubo sieną).

IV paveikslėlį gausime atsukę kubo kairiąją sieną į save, o tada versdami kubą į kairę (ar į dešinę) tol, kol trūkstamas kvadratėlis taps kairiuoju viršutiniu.

12. (B) 8

! Nesunku įsitikinti, kad triušis gali pasiekti 8 morkas. Žinoma, geriau viską daryti tvarkingai. Sunumeruokime morkas (pavyzdžiui, eidami iš kairės į dešinę):

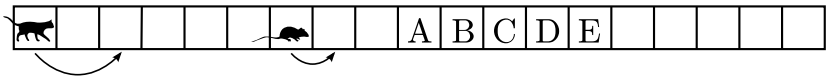


Triušius gali pasiekti morkas 5, 6, 8, 9, 12, 13, 15, 16 (aštuonios morkos), bet negali pasiekti 1, 2, 3, 4, 7, 10, 11, 14 morkų (kitų aštuonių).

!! Dar patogiau pastebėti, kad yra dvi sritys, atitvertos nuo triušio aklina siena (jos paveikslėlyje užtušuotos). Į tas sritis triušis patekti negali, ir jose esančios morkos liks nepaliestos. Nesunku įsitikinti, kad neužtušuotoje srityje triušis gali patekti į bet kurią vietą, t.y. prie bet kurios joje esančios morkos – tas morkas jau išvardijome.

13. (D) D

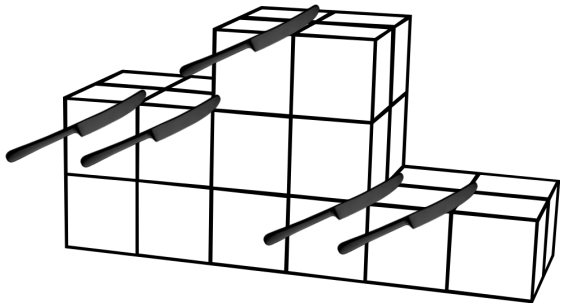
! Kol katė įveiks 6 plyteles ir atsidurs pradinėje pelės vietoje, pelė spės įveikti 3 plyteles ir pasieks plytelę A. Kai dabar pelė įveiks dar 3 plyteles, ji atsidurs ant plytelės D. Bet per tą laiką katė įveiks 6 plyteles, taigi taip pat atsidurs ant plytelės D ir sučiups pelę.



!! Uždavinį galima išspręsti ir iš karto, negalvojant apie tarpines plyteles. Kol pelė įveikia vieną plytelę, katė įveikia dvi, taigi atstumas tarp katės ir pelės sumažėja viena plytele. Iš pradžių atstumas tarp jų yra šešios plytelės, taigi jis taps lygus 0, kai pelė įveiks šešias plyteles. Tai reiškia, kad tuo momentu pelė bus šešiomis plytelėmis dešiniau, t.y. ant D plytelės.

14. (E) 24

! Mintyse suraikykime statinį į riekes, kaip parodyta paveikslėlyje.

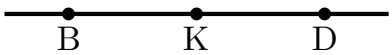


Skaičiuokime judėdami iš kairės į dešinę. Pirmoje riekėje yra 4 kubeliai – priekinis apatinis, priekinis viršutinis, užpakalinis viršutinis (jį matome), užpakalinis apatinis (jo nematome, bet būtent ant jo stovi užpakalinis viršutinis). Lygiai taip pat antroje riekėje yra 4 kubeliai. Panašiai skaičiuodami, trečioje ir ketvirtoje riekėje turime po 6 kubelius, o penktoje ir šeštoje – po 2 kubelius. Taigi iš viso statinyje yra $4 + 4 + 6 + 6 + 2 + 2 = 24$ kubeliai.

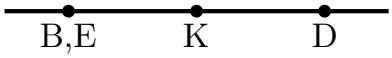
!! Matome, kad statinį sudaro dvi vienodos dalys – priekinė ir užpakalinė. Priekinėje statinio sienoje matome 12 kubelių, taigi iš viso jų yra $12 \cdot 2 = 24$.

15. (C) Dorotėja

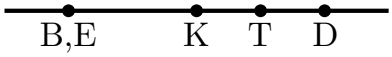
! Išrikiuokime Kotryną, Barborą ir Dorotėją pagal amžių: Kotryna (K) 2 metais vyresnė už Barborą (B), Dorotėja (D) 2 metais vyresnė už Kotryną:



Barbora ir Emilija (E) yra dvynukės:



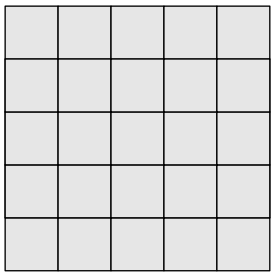
Titas (T) 3 metais vyresnis už Emiliją, Kotryna – 2 metais, Dorotėja 4 metais. Taigi Titą reikią statyti viduryje tarp Kotrynos ir Dorotėjos:



Matome, kad vyriausia iš vaikų – Dorotėja.

!! Panašiai sprendžiame ir be paveikslėlių. Lyginkime visų amžių su Barboros (taigi ir su jos vienmetės Emilijos). Kotryna 2 metais vyresnė už Barborą. Dorotėja 2 metais vyresnė už Kotryną, taigi 4 metais – už Barborą. Titas 3 metais vyresnis už Barborą (nes tiek jis vyresnis už Emiliją). Kadangi Dorotėja už Barborą vyresnė 4 metais, Titas – 3 metais, Kotryna – 2 metais, Emilija vienmetė su Barbora, tai vyriausia yra Dorotėja.

16. (D) 52

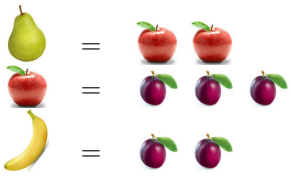


! Pasvarstykime, koks kvadratas yra dėžutės pagrindas. Kadangi prie 4 kvadrato kraštinių yra 20 kvadratėlių, tai prie vienos kraštinės tarsi bus 5 kvadratėliai, t.y. kvadratas tarsi bus 5×5. Bet jeigu nusipieštume kvadratą 5×5 (žr. pav.) ir suskaičiuotume kvadratėlius prie kraštinių, tai rastume tik 16 kvadratėlių, o ne 20. Taip yra todėl, kad nors prie vienos kraštinės yra 5 kvadratėliai, bet į bendrą visų kvadratėlių sumą kiekvienas iš 4 kampinių kvadratėlių įskaičiuojamas du kartus ($4 \times 5 - 4 = 16$). Dabar jau aišku, kad vienoje kraštinėje turi būti $(20 + 4) : 4 = 6$ kvadratėliai, t.y. dėžutės pagrindas yra kvadratas 6×6. Vadinasi, dėžutėje buvo $2 \cdot 36 = 72$ šokoladukai. Emilijai suvalgius jų 20, dėžutėje liko $72 - 20 = 52$ šokoladukai.

17. (E) 2 brolius ir 4 seseris

! Kadangi Kamilė turi 3 brolius ir 3 seseris, tai šeimoje yra 7 vaikai: 3 berniukai ir 4 mergaitės. Vienas iš berniuku yra Mikas, todėl jis turi 2 brolius ir 4 seseris.

18. (C) 18



! Žiūrint į sąlygos paveikslėlį, išradinėti nieko nebereikia. Už 6 kriaušes Adomas gali gauti $6 \cdot 2 = 12$ obuolių. Už 12 obuolių jis gali gauti $12 \cdot 3 = 36$ slyvas. Už 36 slyvas jis gali gauti $36 : 2 = 18$ bananų.

Atsakymai

Uždavinio Nr.	Atsakymas
1	D
2	B
3	A
4	D
5	B
6	D
7	C
8	B
9	E
10	C
11	D
12	B
13	D
14	E
15	C
16	D
17	E
18	C